

Blatt 4: Folgen

15 Zur Folgendefinition. Suchen Sie aus zwei unterschiedlichen Schulbüchern Ihrer Wahl die Definition einer Folge heraus. Vergleichen Sie diese mit Definition 1.1.2. Welche Facetten werden betont? Arbeiten Sie wesentliche Unterschiede heraus. Können Sie schon Aspekte (im technischen Sinn von B§1.1) des Folgenbegriffs erkennen? Welche?

16 Darstellung von Folgen, 1. Stellen Sie (mit Technologieeinsatz) die folgenden Folgen einmal als „Spaziergang in \mathbb{R} “ und einmal durch ihren Graphen dar (siehe Vorlesung D 1.1.6).

- | | |
|---|--|
| (a) $a_n = (-1)^n$ („Vorzeichenmaschine“) | (d) $d_n = \frac{n!}{2^n}$ |
| (b) $b_n = \frac{n}{n+1}$ | (e) $e_n = \frac{n!}{n^n}$ |
| (c) $c_n = \frac{n^k}{2^n}$ für ein fixes $k \in \mathbb{N}$.
Wie ändert sich das Aussehen der Folge in Abhängigkeit vom Wert von k ? | (f) Die Fibonacci-Folge: $f_0 = 0, f_1 = 1$ und $f_n = f_{n-2} + f_{n-1}$ ($n \geq 2$) |

17 Darstellung von Folgen, 2. Stellen Sie (wieder mit Technologieeinsatz) die folgenden Folgen durch ihren Graphen dar ($n \geq 1$):

$$a_n = \sqrt{n + 10^3} - \sqrt{n}, \quad b_n = \sqrt{n + \sqrt{n}} - \sqrt{n}, \quad c_n = \sqrt{n + \frac{n}{10^3}} - \sqrt{n}.$$

Gilt $a_n > b_n > c_n$ für alle $n \geq 1$?

18 Dauertropfinfusion. Einem Patienten wird durch eine Dauertropfinfusion eine gleichbleibende Menge eines Medikaments verabreicht, das bis dahin nicht in seinem Körper vorhanden war. Bei diesem Vorgang wird einerseits das Medikament im Blut angereichert, andererseits wird ein Teil wieder über die Nieren ausgeschieden. Pro Minute wird über die Infusion eine Menge von 3,8 mg des Medikaments zugeführt, während im gleichen Zeitraum 5 Prozent des zugeführten Medikaments wieder über die Nieren ausgeschieden werden. Wie entwickelt sich der Wirkstoffspiegel dieser Infusion innerhalb einer Stunde?

- (a) Erstellen Sie eine mathematisch „knackige“ Lösung.
- (b) Arbeiten Sie eine Lösungserwartung für den schulischen Kontext aus!

19 Explizite und rekursive Darstellung — Kontext gesucht. In der Vorlesung wurde im Zusammenhang mit dem Beispiel „Medikamentenspiegel im Körper“ aus einer rekursiv definierten Folge die explizite Darstellung (D.13) hergeleitet. Betrachten Sie nun eine solche explizite Darstellung mit

$$m_0 = 1240, \quad r = 0,6 \quad \text{und} \quad d = 20.$$

- (a) Berechnen Sie die ersten sieben Folgenglieder und geben Sie eine rekursive Darstellung der Folge an!
- (b) Entwickeln Sie aus der gegebenen Folge eine Aufgabenstellung für den Schulunterricht mit außermathematischen Bezug, die mindestens drei Fragestellungen enthält! Erarbeiten Sie eine entsprechende Lösungserwartung!