

Familienname:
 Vorname:
 Matrikelnummer:
 Studienkennzahl(en):

	A	B	
1			
2			
3			
4			
S			
N			

Einführung in das mathematische Arbeiten

Roland Steinbauer, Wintersemester 2010/11

8. Prüfungstermin (30.09.2011)

(A) SCHULSTOFF

1. *Ungleichungen.* Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Ungleichungen.
 (je 2 Punkte)
 - (a) $-x^3 \leq |x^3| \leq x^2$
 - (b) $|x + 1| \leq |2x| \leq |x + 3|$

2. *Kurvendiskussion.* Gesucht ist eine Polynomfunktion f mit den folgenden Eigenschaften: Die Ableitung f' von f hat genau die Nullstellen $x = -7$, $x = 3$ und $x = 5$. Es gilt $f(0) = 0$ und $f(1) = 1013$.
 Bestimme die Funktionsgleichung von f . (6 Punkte)

3. *Analytische Geometrie.* Bestimme rechnerisch die Lagebeziehung der drei angegebenen Ebenen im Raum. Berechne gegebenenfalls Schnittpunkt bzw. Schnittgerade und fertige eine Skizze an. (5 Punkte)

$$\begin{aligned}
 x + 2y - 3z &= -5 \\
 -2x - 4y + 6z &= 10 \\
 -x - y + z &= 3
 \end{aligned}$$

4. *Richtig oder falsch?* Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch?
 (Je 1 Punkt)
 - (a) Gegeben sind die Vektoren \vec{x} und \vec{y} im \mathbb{R}^3 . Das Kreuzprodukt $\vec{x} \times \vec{y}$ steht normal auf \vec{x} , im allgemeinen aber nicht normal auf \vec{y} .
 - (b) $3^x = 2$ ist gleichwertig mit $x = \frac{\ln 2}{\ln 3}$.
 - (c) Die Folge $a_n = \frac{n}{n+1}$ ist nach oben unbeschränkt.
 - (d) Multipliziert man eine komplexe Zahl mit ihrer komplex Konjugierten, so ist das Ergebnis immer reell.
 - (e) Eine quadratische Gleichung $x^2 + px + q = 0$ mit $p, q \in \mathbb{R}$ hat immer zwei reelle Lösungen.

(B) VORLESUNGSSTOFF

1. *Algebra.*

- (a) Zeige, dass in einem Ring R stets $r0 = 0r = 0$ für alle $r \in R$ gilt. (2 Punkte)
- (b) Zeige, dass in einem Körper K stets $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1}$ für alle $a, b \in K$ gilt. (2 Punkte)
- (c) Zeige, dass jeder Körper nullteilerfrei ist. (2 Punkte)

2. *Bild und Urbild.*

- (a) Für die Funktion $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(x)$ bestimme die Mengen $f([0, \pi])$ und $f^{-1}([-1, 0])$. (2 Punkte)
- (b) Sei $f : A \rightarrow B$ eine Funktion und $A_1, A_2 \subseteq A$. Zeige dass

$$f(A_1 \cap A_2) \subseteq f(A_1) \cap f(A_2)$$

gilt und gib ein Beispiel dafür an, dass im allgemeinen die Gleichheit verletzt ist. (3 Punkte)

3. *Vermischtes*

- (a) *Mächtigkeit.* Wann sind zwei Mengen gleichmächtig? Gib eine zu \mathbb{N} gleichmächtige echte Teilmenge von \mathbb{N} an. (2 Punkte)
- (b) *Geordnete Körper.* Definiere den Begriff eines geordneten Körpers. Gib ein Beispiel eines geordneten Körpers an und ein Beispiel eines Körpers, der nicht zu einem geordneten Körper gemacht werden kann. (3 Punkte)

4. *Richtig oder falsch?*

Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? Gib jeweils eine kurze Begründung oder führe ein Gegenbeispiel an. (Je 2 Punkte)

- (a) Für die Norm im \mathbb{R}^3 gilt $\|\lambda x\| = \lambda \|x\|$ ($x \in \mathbb{R}^3$, $\lambda \in \mathbb{R}$).
- (b) Es gibt (bis auf Isomorphie) nur eine zweielementige Gruppe.

Freiwillige Befragung

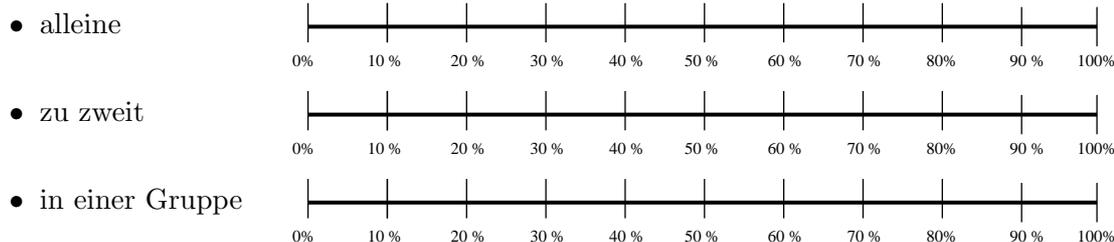
Bitte helfen Sie uns, Zusatzangebote zu Ihren Lehrveranstaltungen zu optimieren, indem Sie die folgenden 5 Fragen beantworten. Bitte kreuzen Sie das Zutreffende an!

1. In welcher Schulform haben Sie maturiert?
 AHS HTL HAK HLA Sonstiges(bitte angeben)
2. Welche Materialien haben Sie zur Vorbereitung auf die Prüfung „Einführung in das mathematische Arbeiten“ verwendet? In welchem Ausmaß?
 - Vorlesungsmitschrift
 garnicht geringfügig ausgiebig sehr viel
 - Lehrbuch von Hermann Schichl und Roland Steinbauer
 garnicht geringfügig ausgiebig sehr viel
 - Schulbuch/Schulbücher
(Nennen Sie gegebenenfalls den/die Titel/AutorInnen der Schulbücher)
 garnicht geringfügig ausgiebig sehr viel
 - Unterlagen aus den Workshops
 garnicht geringfügig ausgiebig sehr viel
 - Math-Bridge
 garnicht geringfügig ausgiebig sehr viel
 - Andere web-basierte Materialien (Nennen Sie gegebenenfalls die Webseiten/Adressen)
 garnicht geringfügig ausgiebig sehr viel
 - Sonstiges (Nennen Sie gegebenenfalls die Materialien)
 garnicht geringfügig ausgiebig sehr viel

3. Wie viele Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs haben Sie besucht?

keinen 1–5 6–10 11 oder mehr alle

4. Haben Sie beim Lernen für die Prüfung „Einführung in das mathematische Arbeiten“ vorwiegend alleine, zu zweit oder in Gruppen gelernt? Schätzen Sie die jeweiligen Anteile ab!



5. Haben Sie beim Lernen für die Prüfung „Einführung in das mathematische Arbeiten“ den Schwerpunkt auf den Schulstoff oder den Vorlesungsstoff gelegt? Schätzen Sie die jeweiligen Anteile ab!

