

Familienname:
Vorname:
Matrikelnummer:
Studienkennzahl(en):

1
2
3
4
G

Note:

Einführung in das mathematische Arbeiten

Roland Steinbauer, Wintersemester 2004/05

7. Prüfungstermin (17.6.2005)

- (Kurvendiskussion)* Eine Polynomfunktion vom Grad 4 hat nur die beiden Nullstellen $x_1 = -1$ und $x = 1$ und weiters im Punkt $(0, 1)$ ein Extremum.
 - Bestimme die Funktionsgleichung von f und fertige eine Skizze an. (5 Punkte)
 - Bestimme alle Hoch- und Tiefpunkte von f . (3 Punkte)
 - Bestimme die Wendepunkte von f . (2 Punkte)
 - Berechne die Fläche die von x -Achse und Funktion zwischen den Nullstellen eingeschlossen wird. (2 Punkte)
- (Analytische Geometrie)*
 - Wie lautet die geometrische Definition der Ellipse, wie die Gleichung einer Ellipse in 1. Hauptlage? (2 Punkte)
 - Bestimme rechnerisch die Lage der folgenden drei Geraden bezüglich des Kreises $k : x^2 + y^2 = 25$. Berechne gegebenenfalls Schnitt- bzw. Berührungspunkte und fertige eine Skizze an.

$$g_1 : y = x - 1, \quad g_2 : y = \frac{3}{4}x + 6\frac{1}{4}, \quad g_3 : y = -\frac{1}{2}x + 8.$$

(6 Punkte)

3. *(Algebra)*

- Auf \mathbb{R} ist die folgende Verknüpfung gegeben

$$\circ : (x, y) \mapsto xy + 2.$$

Ist (\mathbb{R}, \circ) eine abelsche Gruppe? (4 Punkte)

- (b) Sei (G, \circ) eine Gruppe und $g \in G$. Beweise, dass das Inverse g^{-1} von g eindeutig bestimmt ist. (4 Punkte)
4. (a) (*Relationen vs. Abbildungen*) Seien M und N Mengen. Definiere den Begriff einer Relation auf $M \times N$ sowie den Begriff einer Abbildung (Funktion) von M nach N . Worin besteht der Unterschied zwischen beiden Begriffen? (4 Punkte)
- (b) (*Mengenlehre*) Formuliere beide Gesetze von De Morgan für Mengen und beweise eines davon. (5 Punkte)
- (c) (*Schranken*) Gib das Supremum der folgenden Teilmengen von \mathbb{R} an, falls es existiert. Handelt es sich dabei um ein Maximum?
- i. $A := \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$
 - ii. $B := (1, 2) \cup (-2, 2]$
 - iii. P , die Menge der Primzahlen.