Familienname:
Vorname:
Matrikelnummer:
Studienkennzahl:

1	
2	
3	
4	
5	
G	

☐ **R. Steinbauer** **(WS04/05, 1. Termin)**
☐ **H. Schichl** **(SoSem04, 5. Termin)**

Note:

Prüfung zu Einführung in das mathematische Arbeiten

(5.11.2004)

1. *(Kurvendiskussion)* Eine Polynomfunktion $p : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ vom Grad 4 ist symmetrisch um den Ursprung (d.h. $p(-x) = p(x)\ \forall x \in \mathbb{R}$). In $E_1 = (\sqrt{2}, -4)$ hat p eine Extremstelle und in $x = -2$ eine Nullstelle.
   (a) Bestimme die Funktionsgleichung von p und fertige eine Sizze an. (3 Punkte)
   (b) Finde alle Nullstellen, Hoch- und Tiefpunkte von p. (4 Punkte)
   (c) Berechne die Fläche, die vom Funktionsgraphen und der x-Achse zwischen $x = 0$ und der größten Nullstelle von p begrenzt wird. (2 Punkte)

2. (a) *(Analytische Geometrie)* Bestimme(rechnerisch) die Lagebeziehung der drei Ebenen ε_1, ε_2 und ε_3 im Raum und fertige eine Skizze an. (5 Punkte)

$$\begin{array}{rrcrcrcr} \varepsilon_1: & 2x_1 & - & 2x_2 & + & 2x_3 & = & -1 \\ \varepsilon_2: & 2x_1 & - & 2x_2 & - & x_3 & = & -4 \\ \varepsilon_3: & 3x_1 & - & 3x_2 & + & x_3 & = & -5 \end{array}$$

   (b) *((Un)-Gleichungen)* Betrachte die folgenden (Un)-Gleichungen. (6 Punkte)
      (i) $x^2 + (y-1)^2 = 2$. Interpretiere die Lösungsmenge graphisch (Skizze).
      (ii) $3 - 2x < 2 + 4x < 3x - 4$. Bestimme die Lösungsmenge.
      (iii) $2|x| + 3|y| \leq 1$. Interpretiere die Lösungsmenge graphisch (Skizze).

3. (a) *(Algebra)* Definiere den Begriff Gruppe und gib ein Beispiel einer unendlichen und ein Beispiel einer endlichen Gruppe. (5 Punkte)
   (b) *(Induktion)* Zeige, dass für alle $1 \leq n \in \mathbb{N}$

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{1}{4} n^2 (1+n)^2$$

   gilt. (5 Punkte)

4. *(Abbildungen)* Sei $f : A \to B$ eine Abbildung von der Menge A in die Menge B.
   (a) Definiere den Begriff des Graphen der Abbildung f. (1 Punkt)
   (b) Beweise, dass $f : A \to f(A)$ surjektiv ist. (Hinweis: $f(A)$ ist das Bild von A unter f.) Ist f dann auch injektiv? (3 Punkte)
   (c) Sei $f : A \to B$ eine bijektive Abbildung. Definiere den Begriff der Umkehrfunktion f^{-1} von f. (1 Punkt)
5. *(Mengen)* Formuliere beide Gesetze von De Morgan für Mengen und beweise eines davon mittels Mengentafel, das andere mittels Rückführung auf die entsprechende De Morgan Regel für die logischen Operationen. (5 Punkte)