Plotten von Funktionenfolgen und -reihen

Dieses kurze Mathematica Notebook erklärt Grundlegendes zur Darstellung und zum Plotten von Funktionenfolgen und - reihen

(C) R.S., Apri

2013

Zu Beginn definieren wir die (Glieder der) Funktionenfolge (siehe Aufgabe 2, Blatt 19).

In[2]:=
```
f[x_, n_] := (-x)^n
```

So können wir die ersten Glieder der Folge anzeigen lassen.

In[3]:=
```
Table[f[x, n], {n, 0, 9}]
```

Out[3]= $\{1, -x, x^2, -x^3, x^4, -x^5, x^6, -x^7, x^8, -x^9\}$

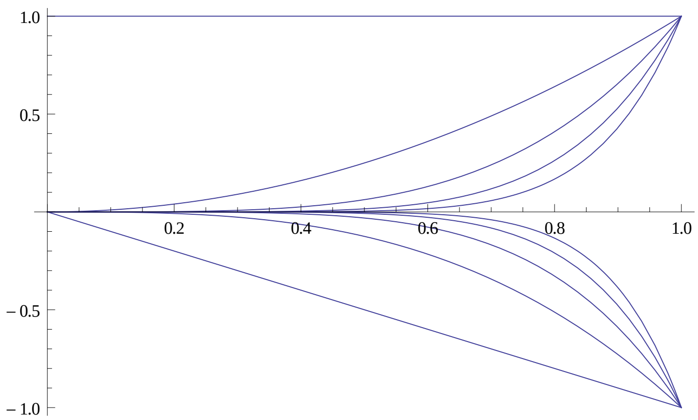
Der verwendete Befehl Table hat dabei folgende Syntax.

In[4]:=
```
? Table
```

Table[*expr*, {i_{max}}] generates a list of i_{max} copies of *expr*.
Table[*expr*, {i, i_{max}}] generates a list of the values of *expr* when i runs from 1 to i_{max}.
Table[*expr*, {i, i_{min}, i_{max}}] starts with $i = i_{min}$.
Table[*expr*, {i, i_{min}, i_{max}, *di*}] uses steps *di*.
Table[*expr*, {i, {i_1, i_2, ...}}] uses the successive values i_1, i_2, ….
Table[*expr*, {i, i_{min}, i_{max}}, {j, j_{min}, j_{max}}, ...]
gives a nested list. The list associated with i is outermost. ≫

Die Ausageb erfolgt in einer Liste. Diese können wir zum Zeichnen der Grapen an den Plot - Befehl übergeben.

In[6]:=
```
Plot[Table[f[x, n], {n, 0, 9}], {x, 0, 1}]
```

Out[6]=


Die Syntax des Plot - Befehls ist dabei :

In[7]:=
```
? Plot
```

Plot[f, {x, x_{min}, x_{max}}] generates a plot of f as a function of x from x_{min} to x_{max}.
Plot[{f_1, f_2, ...}, {x, x_{min}, x_{max}}] plots several functions f_i. ≫

Zur Darstellung der Partialsummen der zugeordneten Funktionenreihe verwenden wir :

In[8]:=
```
? Sum
```

Sum[f , { i , i_{max} }] evaluates the sum $\sum_{i=1}^{i_{max}} f$.
Sum[f , { i , i_{min} , i_{max} }] starts with $i = i_{min}$.
Sum[f , { i , i_{min} , i_{max} , di }] uses steps $d\,i$.
Sum[f , { i , { i_1 , i_2 , ...}}] uses successive values i_1 , i_2 , ….
Sum[f , { i , i_{min} , i_{max} }, { j , j_{min} , j_{max} }, ...] evaluates the multiple sum $\sum_{i=i_{min}}^{i_{max}} \sum_{j=j_{min}}^{j_{max}} \ldots f$.
Sum[f , i] gives the indefinite sum $\sum_i f$. ≫

In[10]:=
```
Sum[f[x, k], {k, 0, 9}]
```

Out[10]= $1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + x^6 - x^7 + x^8 - x^9$

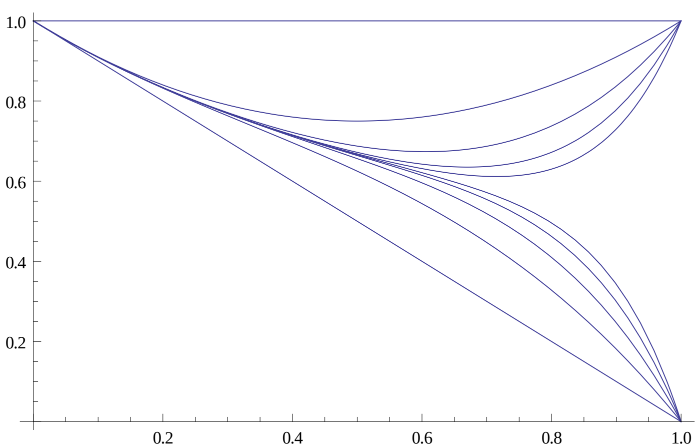
Um eine Liste der ersten Partilasummen zu erhalten kombinieren wir Sum und Table.

In[11]:=
```
Table[Sum[f[x, k], {k, 0, n}], {n, 0, 9}]
```

Out[11]= $\{1,\ 1 - x,\ 1 - x + x^2,\ 1 - x + x^2 - x^3,\ 1 - x + x^2 - x^3 + x^4,\ 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5,\ 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + x^6,\ 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + x^6 - x^7,\ 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + x^6 - x^7 + x^8,\ 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + x^6 - x^7 + x^8 - x^9\}$

Zum Zeichnen der Graphen der ersten Partialsummen kombinieren wir weiters mit dem Plot - Befehl

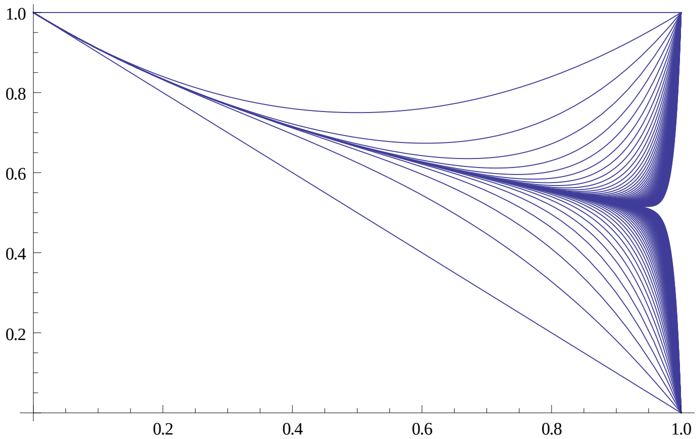
In[12]:=
```
Plot[Table[Sum[f[x, k], {k, 0, n}], {n, 0, 9}], {x, 0, 1}]
```

Out[12]=


Plotten wir mehr Partialsummen, so können mehr über das Konvergenzverhalten antizipieren. Allerdings verlängerts sich die Wartezeit...

In[13]:=
```
Plot[Table[Sum[f[x, k], {k, 0, n}], {n, 0, 100}], {x, 0, 1}]
```

Out[13]=



Um den Grenzwert ebenfalls zu zeichnen, können wir den Grafik - Befehl Show verwenden. Dieser eröffnet in Kombination mit Graphics vielfältige Möglichkeiten.

In[14]:=
```
? Graphics
? Show
```

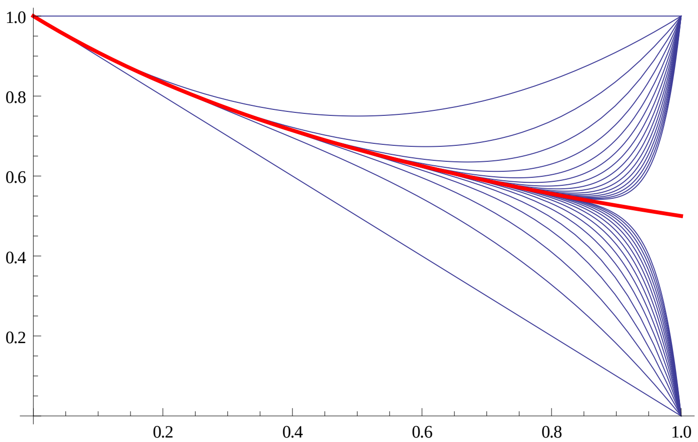
Graphics[*primitives*, *options*] represents a two-dimensional graphical image. ≫

Show[*graphics*, *options*] shows graphics with the specified options added.

Show[g_1, g_2, ...] shows several graphics combined. ≫

In[26]:=
```
a := Plot[Table[Sum[f[x, k], {k, 0, n}], {n, 0, 30}], {x, 0, 1}]
b := Plot[1 / (1 + x), {x, 0, 1}, PlotStyle → {Red, Thick}]
Show[a, b]
```

Out[28]=



Natürlich kann Mathematica den Grenzwert der Reihe ausrechnen-- - das gibt aber keinen Beweis und über Bereich und Art der Konvergenz erfärt man so nichts ...

In[33]:=
```
Sum[f[x, n], {n, 0, Infinity}]
```

Out[33]= $\frac{1}{1 + x}$