

Familienname:

Vorname:

Matrikelnummer:

Studienkennzahl(en):

Bsp.	1	2	3	4	Σ /40

Note:

Einführung in die Analysis
Roland Steinbauer, Sommersemester 2012
2. Prüfungstermin (28.9.2012)
Gruppe B

1. *Formulierungen.*

- (a) Definiere die folgenden Begriffe (je 1 Punkt):
Beschränkte Funktion, die Cosinusfunktion, charakteristische Funktion einer Menge, die allgemeine Potenz x^α ($x > 0$ $\alpha \in \mathbb{R}$)
- (b) Definiere die (reelle) Exponentialfunktion und gib drei ihrer grundlegenden Eigenschaften an. (2 Punkte)
- (c) Formuliere und beweise das Intervallschachtelungsprinzip. (6 Punkte)

2. *Vermischtes.*

- (a) Sei $f : \mathbb{R} \supseteq D \rightarrow \mathbb{R}$ und sei $a \in D$. Zeige, dass, wenn f stetig in a ist, für jede Folge $(x_n)_n \in D$ mit $x_n \rightarrow a$ gilt, dass $f(x_n) \rightarrow f(a)$. (3 Punkte)
- (b) Berechne $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^k}{e^x}$ ($k \in \mathbb{N}$) und interpretiere das Ergebnis. (2 Punkte)
- (c) Gib je ein Beispiel einer stetigen Funktion auf $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ an, die stetig nach $x_0 = 2$ fortgesetzt, bzw. *nicht* stetig nach $x_0 = 2$ fortgesetzt werden kann. (2 Punkte)
- (d) Untersuche auf Konvergenz und berechne den Grenzwert, falls er existiert. (je 2 Punkte)

$$(i) \sqrt{9n^2 + n + 3} - 3n \quad (ii) \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{2^k}$$

3. *Ideen & Begriffe.*

- (a) (*Umkehrsatz*) (2 Punkte)
Formuliere den Umkehrsatz für streng monotone und stetige Funktionen. Für welche Aussagen im Satz ist die Stetigkeit notwendige Bedingung?
- (b) (*Konvergenz vs. absolute Konvergenz*) (3 Punkte)
Für (reelle) Reihen definiere die Begriffe Konvergenz und absolute Konvergenz. Diskutiere das Verhältnis dieser Begriffe zueinander.
- (c) (*Stetigkeit vs. gleichmäßige Stetigkeit*) (5 Punkte)
Für eine Funktion $g : \mathbb{R} \supseteq D \rightarrow \mathbb{R}$ definiere die Begriffe Stetigkeit (auf D) und gleichmäßige Stetigkeit. Erkläre die Bedeutung dieser Begriffe und diskutiere das Verhältnis dieser Begriffe zueinander.

Bitte umblättern!

4. *Richtig oder falsch?*

Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? Gib jeweils eine kurze Begründung oder ein Gegenbeispiel an. (Je 3 Punkte)

- (a) Jede Folge mit genau einem Häufungswert konvergiert.
- (b) Eine stetige Funktion kann man „ohne abzusetzen zeichnen“.