

Familienname:

Vorname:

Matrikelnummer:

Studienkennzahl(en):

Bsp.	1	2	3	4	$\Sigma$ /40

Note:

## Einführung in die Analysis Roland Steinbauer, Sommersemester 2012

### 1. Prüfungstermin (19.6.2012)

Gruppe B

1. *Definitionen, Sätze & Beweise.*

- (a) Definiere die folgenden Begriffe (je 1 Punkt):  
Cauchy-Folge, Berührungspunkt einer Menge, die (reelle) Exponentialfunktion
- (b) Beweise: Jede reelle Cauchy-Folge konvergiert. (5 Punkte)
- (c) Formuliere den Wurzeltest. (2 Punkte)

2. *Vermischtes*

- (a) Untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz; liegt auch absolute Konvergenz vor? (je 2 Punkte)

$$(i) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \quad (ii) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$$

- (b) Seien  $(a_n)$  und  $(b_n)$  konvergente, reelle Folgen mit  $b_n \leq a_n$  für fast alle  $n$ . Zeige, dass dann auch  $\lim b_n \leq \lim a_n$  gilt. (4 Punkte)
- (c) Gib eine nach oben beschränkte bestimmt divergente Folge und eine beschränkte nicht konvergente Folge an. (2 Punkte)
- (d) Berechne die Grenzwerte: (je 2 Punkte)

$$(i) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \quad (iii) \lim \sqrt{n}(\sqrt{n-1} - \sqrt{n})$$

3. *Grundideen.*

- (a) *Stetigkeit.* (4 Punkte)  
Was ist die Idee hinter dem Begriff der Stetigkeit einer Funktion in einem Punkt?  
Gib eine exakte Definition und diskutiere ihre Bedeutung.
- (b) *Vollständigkeit.* (6 Punkte)  
Was versteht man unter der Vollständigkeit von  $\mathbb{R}$ ? Gib mindestens eine der äquivalenten Formulierungen genau an und zähle weitere auf. Worin liegt die Bedeutung der Vollständigkeit? Wo in der Vorlesung wird sie essentiell verwendet?

**Bitte umblättern!**

4. *Richtig oder falsch?*

Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? Gib jeweils eine kurze Begründung oder ein Gegenbeispiel. (Je 3 Punkte)

- (a) Verknüpfungen stetiger Funktionen sind stetig.
- (b) Falls  $a_n \rightarrow 0$  dann konvergiert  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ .