

**Vorname:**  
**Familienname:**  
**Matrikelnummer:**  
**Studienkennzahl(en):**

1
2
3
4
G

**Note:**

Prüfung zu  
**Gewöhnliche Differentialgleichungen 1**  
Sommersemester 2005, Roland Steinbauer  
2. Termin, 30.9.2005

1. *ODEs mit getrennten Variablen*

- (a) Was versteht man unter einer ODE mit getrennten Variablen? Gib ein Beispiel. (2 Punkte)
- (b) Löse  $x'(t) = \log(t)x(t)$ . (4 Punkte)
- (c) Formuliere den Existenz- und Eindeigkeitssatz für ODEs mit getrennten Variablen. (4 Punkte)

2. *Existenztheorie*

- (a) Formuliere und beweise den Satz von der stetigen Abhängigkeit der Lösung einer ODE von den Anfangsdaten und der rechten Seite. (6 Punkte)
- (b) Formuliere das folgende Resultat exakt und beweise es: Stimmen zwei Lösungen eines AWP mit  $C^1$ -rechter Seite irgendwo überein, dann schon auf ihrem gemeinsamen Existenzbereich. (4 Punkte)

3. *Lineare ODEs*

- (a) Zeige, dass die Lösungen des inhomogenen linearen Systems

$$x'(t) = A(t)x(t) + G(t)$$

mit  $A : \mathbb{R} \rightarrow L(\mathbb{R}^n)$  und  $G : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$  einen affinen Raum bilden. Gib ihre genaue Gestalt an. (4 Punkte)

- (b) Formuliere den Fundamentalsatz für lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten. (3 Punkte)
- (c) Löse  $x' = Ax$  mit  $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ . Zeichne das Phasenportrait. Um welches Gleichgewicht handelt es sich bei dieser ODE? (3 Punkte)

4. *Fluss einer ODE*

- (a) Was wird unter dem Fluss einer (autonomen) ODE verstanden? Was ist sein Definitionsbereich? Was sind seine wichtigsten Eigenschaften? (6 Punkte)
- (b) Bestimme den Fluss von  $x' = Ax$  mit  $A \in L(\mathbb{R}^n)$ . (4 Punkte)