

Dauer: 60 Minuten.

Kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit, kein Internet. Unterlagen sind erlaubt.

Vollständige Lösungsverfahren sind hochzuladen. Ohne Lösungsverfahren werden Ergebnisse nicht bewertet.

Alle Aufgaben bekommen bis zu +10 Punkte:

0-24 Punkte: Note 5, 25-29 Punkte: Note 4, 30-34 Punkte: Note 3, 35-39 Punkte: Note 2, 40-50 Punkte: Note 1.

Wenn Sie nicht drücken können, benutzen Sie bitte ein einfaches A4 Blatt.

Technische Fragen bitte an SSC (+43-1-4277-50403).

Wenn Sie mit dem Hochladen problem haben, melden Sie sich beim SSC oder bei [ulisse.stefanelli@univie.ac.at](mailto:ulisse.stefanelli@univie.ac.at) **ausschließlich vor 17:00 Uhr.**

---

Aufgabe 1. Finden Sie alle die Funktionen  $u \in C(\mathbb{R})$ , die die Gleichung  $u(x) = \int_1^{u(x)} s \, ds$  für alle  $x \in \mathbb{R}$  lösen.

---

Aufgabe 2. Sei  $f \in C^\infty(\mathbb{R})$  ungerade und  $p$  ihr McLaurin-Polynom der Ordnung 2021. Zeigen Sie, dass  $p$  ungerade ist.

---

Aufgabe 3. Sei der metrischer Raum  $(X, d)$  mit  $X = [0, 1)$  und  $d(x, y) = |x - y|$  gegeben. Zeigen Sie, dass  $(X, d)$  nicht vollständig ist.

---

Aufgabe 4. Untersuchen Sie die Abbildung

$$g(x, y) = \begin{cases} |xy| \ln(|xy|) & \text{für } xy \neq 0, \\ 0 & \text{für } xy = 0, \end{cases}$$

auf Extrema.

---

Aufgabe 5. Sei  $h : [0, +\infty) \rightarrow [0, a)$  für  $a > 0$  gegeben und  $h_n : [0, +\infty) \rightarrow [0, 1]$  durch  $h_n(x) = (h(nx))^n$  definiert. Zeigen Sie folgende:

- (a)  $a < 1 \Rightarrow h_n \rightarrow 0$  gleichmäßig;
  - (b)  $a = 1$ ,  $h$  monoton fallend  $\Rightarrow h_n \rightarrow 0$  gleichmäßig;
  - (c)  $a \geq 1 \not\Rightarrow h_n \rightarrow 0$  punktweise.
-