Analysis **Prüfung am 29.02.2016 - Teil 1**

Name, Vorname ________ Matrikelnummer ________

Unterschrift ________ Mündliche Prüfung: Ja ☐, Nein ☐

Dauer: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt. Jede Übung hat genau eine korrekte Antwort. Merken Sie sie so ■ an. Für jede Antwort: Richtig = +3, Leer = 0, Falsch= −1.
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

---

1. Welchen Wert hat $2\sum_{k=0}^{+\infty} 2^{2k}/((2k)!) - \mathrm{e}^2$? **[a]** e^2. ■ e^{-2}. **[c]** 2. **[d]** 1.
2. Sei $K \subset \mathbb{R}$ kompakt mit $0 \notin K$. Dann:
   [a] $1 < \min_{x\in K} x^2$. **[b]** $\max_{x\in K}(1-x^2) > 0$. **[c]** $\max_{x\in K} x^2 > 1$. ■ $\min_{x\in K} x^2 > 0$.
3. Sei $f(x) = \int_x^{x^2} \sin t \,\mathrm{d}t$ für $x \in \mathbb{R}$. Welchen Wert hat $f'(1)$?
   [a] 1. **[b]** 0. ■ $\sin 1$. **[d]** π.
4. Seien $f(x, y) = 2x^y$ für x, $y > 0$ und $u = (1, \sqrt{3})/2$. Welchen Wert hat $\partial f/\partial u(1, 1)$?
   ■ 1. **[b]** $-\mathrm{e}$. **[c]** -1. **[d]** e.
5. Welchen Wert hat $\int_0^1 (x/(1+x))\,\mathrm{d}x$? ■ $1 - \ln 2$. **[b]** $\ln 2$. **[c]** $\ln 2 + 1$. **[d]** 1.
6. Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$. Dann: **[a]** f stetig $\Rightarrow$ f differenzierbar. ■ f differenzierbar $\Rightarrow$ f stetig.
   [c] f differenzierbar $\Rightarrow$ $f \geq 0$. **[d]** f stetig $\Rightarrow$ f beschränkt.
7. Seien (X, d) ein metrischer Raum und x, $y \in X$ mit $x \neq y$ Dann: ■ $\exists \varepsilon > 0 : B_\varepsilon(x) \not\ni y$.
   [b] $d(x, y) \leq d(x, x) + d(y, y)$. **[c]** $B_1(x) \ni y$. **[d]** $B_1(x) \cap B_1(y) = \emptyset$.
8. Sei p das McLaurinpolynom von $f(x) = e^{x^2}$ der Ordnung 5. Dann:
   [a] $p'(-1) > 0$. ■ p' ist ungerade. **[c]** p ist ungerade. **[d]** $p(1) + p'(1) = 1$.
9. Welchen Wert hat der Konvergenzradius der Potenzreihe $f(x) = \sum_{k=1}^{+\infty} 3^k k!(x-3)^k$?
   [a] -3. ■ 0. **[c]** 3. **[d]** $+\infty$.
10. Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Dann: ■ $(\forall\varepsilon > 0 : f < 1/\varepsilon) \Rightarrow f \leq 0$. **[b]** $\forall\varepsilon > 0\, \exists x_\varepsilon \in \mathbb{R}^2 : f(x_\varepsilon) > 1/\varepsilon$.
    [c] $\exists\varepsilon > 0\, \forall x_\varepsilon \in \mathbb{R}^2 : f(x_\varepsilon) < \varepsilon$. **[d]** $(\forall\varepsilon > 0 : f < 1/\varepsilon) \Rightarrow f = 0$.

Bitte nicht unter der Linie schreiben

Analysis — Prüfung am 29.02.2016 - **Teil 2**

Name, Vorname ______ Matrikelnummer ______

Unterschrift ______ Mündliche Prüfung: Ja ☐, Nein ☐

Zeit: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt.
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

---

11. Sei $z = g(x, y)$ die Gleichung, die dem Graphen von $f(x, y) = x + xy^2$ im Punkt $(1, 1, 2)$ entspricht. Welchen Wert hat $g(0, 1) + |\nabla g(1, 0)|^2$?

    Merken Sie die richtige Antwort an:

    ☐ −7 ☐ −6 ☐ −5 ☐ −4 ☐ −3 ☐ −2 ☐ −1 ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 [redacted] ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11 ☐ 12 ☐ 13 ☐ 14 ☐ 15 ☐ 16 ☐ 17

    (Richtig = +5, Leer = 0, Falsch= −2)

12. Sei α die Fläche des kleinsten konvexen Polygons, das alle die kritischen Punkte von $f(x, y) = \sin x \sin y$ für $(x, y) \in [-5, 5]^2$ enthält. Welchen Wert hat α/π^2?

    Merken Sie die richtige Antwort an:

    ☐ −7 ☐ −6 ☐ −5 ☐ −4 ☐ −3 ☐ −2 ☐ −1 ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 [redacted] ☐ 10 ☐ 11 ☐ 12 ☐ 13 ☐ 14 ☐ 15 ☐ 16 ☐ 17

    (Richtig = +5, Leer = 0, Falsch= −2)

13. Beweisen Sie den folgenden Satz:

$$f \in C^1(\mathbb{R}^2),\ f(-x, y) = f(x, -y) = f(x, y)\ \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad \Longrightarrow \quad \nabla f(0, 0) = (0, 0).$$

    (Bis zum = +10, Leer = Falsch = 0)

Bitte nicht unter der Linie schreiben