Analysis Prüfung am 29.02.2016 - **Teil 1**

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift Mündliche Prüfung: Ja , Nein

Dauer: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt. Jede Übung hat genau eine korrekte Antwort. Merken Sie sie so ■ an. Für jede Antwort: Richtig = +3, Leer = 0, Falsch= −1.
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

1. Welchen Wert hat $2\sum_{k=0}^{+\infty} 2^{2k}/((2k)!) - \mathrm{e}^2$? **a** e^2. **b** e^{-2}. **c** 2. **d** 1.
2. Sei $K \subset \mathbb{R}$ kompakt mit $0 \notin K$. Dann:
   a $1 < \min_{x\in K} x^2$. **b** $\max_{x\in K}(1-x^2) > 0$. **c** $\max_{x\in K} x^2 > 1$. **d** $\min_{x\in K} x^2 > 0$.
3. Sei $f(x) = \int_x^{x^2} \sin t \,\mathrm{d}t$ für $x \in \mathbb{R}$. Welchen Wert hat $f'(1)$?
   a 1. **b** 0. **c** $\sin 1$. **d** π.
4. Seien $f(x, y) = 2x^y$ für $x,\ y > 0$ und $u = (1, \sqrt{3})/2$. Welchen Wert hat $\partial f/\partial u(1, 1)$?
   a 1. **b** $-\mathrm{e}$. **c** -1. **d** e.
5. Welchen Wert hat $\int_0^1 (x/(1+x))\,\mathrm{d}x$? **a** $1 - \ln 2$. **b** $\ln 2$. **c** $\ln 2 + 1$. **d** 1.
6. Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$. Dann: **a** f stetig $\Rightarrow$ f differenzierbar. **b** f differenzierbar $\Rightarrow$ f stetig.
   c f differenzierbar $\Rightarrow f \geq 0$. **d** f stetig $\Rightarrow$ f beschränkt.
7. Seien (X, d) ein metrischer Raum und $x,\ y \in X$ mit $x \neq y$ Dann: **a** $\exists \varepsilon > 0 : B_\varepsilon(x) \not\ni y$.
   b $d(x, y) \leq d(x, x) + d(y, y)$. **c** $B_1(x) \ni y$. **d** $B_1(x) \cap B_1(y) = \emptyset$.
8. Sei p das McLaurinpolynom von $f(x) = e^{x^2}$ der Ordnung 5. Dann:
   a $p'(-1) > 0$. **b** p' ist ungerade. **c** p ist ungerade. **d** $p(1) + p'(1) = 1$.
9. Welchen Wert hat der Konvergenzradius der Potenzreihe $f(x) = \sum_{k=1}^{+\infty} 3^k k!(x-3)^k$?
   a -3. **b** 0. **c** 3. **d** $+\infty$.
10. Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Dann: **a** $(\forall\varepsilon > 0 : f < 1/\varepsilon) \Rightarrow f \leq 0$. **b** $\forall\varepsilon > 0\, \exists x_\varepsilon \in \mathbb{R}^2 : f(x_\varepsilon) > 1/\varepsilon$.
    c $\exists\varepsilon > 0\, \forall x_\varepsilon \in \mathbb{R}^2 : f(x_\varepsilon) < \varepsilon$. **d** $(\forall\varepsilon > 0 : f < 1/\varepsilon) \Rightarrow f = 0$.

Bitte nicht unter der Linie schreiben

Name, Vorname [ ] Matrikelnummer [ ]

Unterschrift [ ] Mündliche Prüfung: Ja [ ], Nein [ ]

Zeit: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt.
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

11. Sei $z = g(x, y)$ die Gleichung, die dem Graphen von $f(x, y) = x + xy^2$ im Punkt $(1, 1, 2)$ entspricht. Welchen Wert hat $g(0, 1) + |\nabla g(1, 0)|^2$?

    Merken Sie die richtige Antwort an:

    $\boxed{-7}$ $\boxed{-6}$ $\boxed{-5}$ $\boxed{-4}$ $\boxed{-3}$ $\boxed{-2}$ $\boxed{-1}$ $\boxed{0}$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ $\boxed{7}$ $\boxed{8}$ $\boxed{9}$ $\boxed{10}$ $\boxed{11}$ $\boxed{12}$ $\boxed{13}$ $\boxed{14}$ $\boxed{15}$ $\boxed{16}$ $\boxed{17}$

    (Richtig = +5, Leer = 0, Falsch= −2)

12. Sei α die Fläche des kleinsten konvexen Polygons, das alle die kritischen Punkte von $f(x, y) = \sin x \sin y$ für $(x, y) \in [-5, 5]^2$ enthält. Welchen Wert hat α/π^2?

    Merken Sie die richtige Antwort an:

    $\boxed{-7}$ $\boxed{-6}$ $\boxed{-5}$ $\boxed{-4}$ $\boxed{-3}$ $\boxed{-2}$ $\boxed{-1}$ $\boxed{0}$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ $\boxed{7}$ $\boxed{8}$ $\boxed{9}$ $\boxed{10}$ $\boxed{11}$ $\boxed{12}$ $\boxed{13}$ $\boxed{14}$ $\boxed{15}$ $\boxed{16}$ $\boxed{17}$

    (Richtig = +5, Leer = 0, Falsch= −2)

13. Beweisen Sie den folgenden Satz:

$$f \in C^1(\mathbb{R}^2),\ f(-x, y) = f(x, -y) = f(x, y)\ \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad \Longrightarrow \quad \nabla f(0, 0) = (0, 0).$$

    (Bis zum = +10, Leer = Falsch = 0)

Bitte nicht unter der Linie schreiben