

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift Mündliche Prüfung: Ja , Nein

Dauer: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt. Jede Übung hat genau eine korrekte Antwort. Merken Sie sie so an. Für jede Antwort: Richtig = +3, Leer = 0, Falsch = -1.
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

1. Sei $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und uneigentlich integrierbar in $[0, +\infty)$ und $g : x \in [0, +\infty) \mapsto \int_0^x f(t) dt$. Dann: **a** g ist uneigentlich integrierbar in $[0, +\infty)$. **b** g ist beschränkt. **c** g ist nicht stetig. **d** $g \geq 0$.
2. Sei $f \in C(\mathbb{R})$ ungerade und $I = \int_{-1}^1 \sin(f(x)) dx$. Dann: **a** $I > 0$. **b** I ist nicht wohl definiert. **c** $I < 0$. **d** $I = 0$.
3. Seien $f : (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto 2 + \arctan(xy^2)$, $P = (0, 1, 2)$ und $z = g(x, y)$ die Gleichung, die der Tangentialebene am Graphen von f im Punkt P entspricht. Welchen Wert hat $g(-2, 2)$? **a** 1. **b** 0. **c** 2. **d** -2.
4. Welchen Wert hat $\int_1^e \ln x dx$? **a** e. **b** $2e - 1$. **c** 0. **d** 1.
5. Sei $f : (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto -3 \sin(xy)$ und $u = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$. Welchen Wert hat $\sqrt{2}(\partial f / \partial u)(0, 1)$? **a** -3. **b** 3. **c** 1. **d** $\sqrt{2}$.
6. Welchen Wert hat der Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{n=0}^{+\infty} n^3 3^{-n} (x-3^3)^n$? **a** $1/3$. **b** 3. **c** 1. **d** $+\infty$.
7. Seien (X, d) ein metrischer Raum, $f : (X, d) \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und $B = f^{-1}([0, 1])$ (Urbild von $[0, 1]$). Dann: **a** B ist abgeschlossen. **b** $f(B)$ ist kompakt. **c** B ist beschränkt. **d** B ist kompakt.
8. Seien $A \subset O$ mit A abgeschlossen und O offen in einem metrischen Raum. Dann: **a** $\overline{O} = O$. **b** $\partial A \subset O$. **c** $A \cap O = \emptyset$. **d** $\overset{\circ}{A} = O$.
9. Welchen Wert hat $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n 2^n / (n!)^2$? **a** $-e^2$. **b** e^{-2} . **c** e^2 . **d** $e^{-2} - 1$.
10. Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ durch $f(x, y) = 2 \sin(x^2) + y^2 - x^2$ gegeben. Dann: **a** $(0, 0)$ ist eine lokale Minimumstelle. **b** $(0, 0)$ ist eine globale Minimumstelle. **c** $(0, 0)$ ist ein Sattelpunkt. **d** $(0, 0)$ ist kein kritischer Punkt.

Bitte nicht unter der Linie schreiben

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift Mündliche Prüfung: Ja , Nein

Zeit: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt.

Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

11. Seien $(X, d) = (\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0), (2, 2)\}, d)$, wobei d die euklidische Distanz ist, und $B_\varepsilon = \{x \in \mathbb{R}^2 : d(x, (2, -2)) < \varepsilon\}$. Welchen Wert hat $(\sup\{\varepsilon > 0 : B_\varepsilon \subset X\})/\sqrt{2}$?

Merken Sie die richtige Antwort an:

-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

12. Sei $I = \int_0^\pi x^2 \sin x \, dx$. Welchen Wert hat $I - \pi^2$?

Merken Sie die richtige Antwort an:

-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

13. Beweisen Sie den folgenden Satz:

$$f : \mathbb{R}^2 \xrightarrow{C^1} \mathbb{R}, f(0, 0) = \frac{\pi}{2} \implies x \mapsto \sin(f(x)) \text{ hat einen kritischen Punkt.}$$

(Bis zum = +10, Leer = Falsch = 0)

Bitte nicht unter der Linie schreiben