Analysis — Prüfung am 24. September 2015 - **Teil 1**

Name, Vorname ______ Matrikelnummer ______

Unterschrift ______ Mündliche Prüfung: Ja ☐, Nein ☐

Dauer: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt. Jede Übung hat genau eine korrekte Antwort. Merken Sie sie so ■ an. Für jede Antwort: Richtig = +3, Leer = 0, Falsch= −1.
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

1. Welchen Wert hat $\int_0^\pi x \sin x \, \mathrm{d}x$? **a** π. **b** 0. **c** $-\pi$. **d** -1.
2. Welchen Wert hat $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-|x|/2} \mathrm{d}x$? **a** 2. **b** -4. **c** 0. **d** 4.
3. Sei (X, d) ein metrischer Raum, $f : X \to X$ stetig und $\widehat{f} : X \times X \to X$ so definiert: $\widehat{f}(x, y) = f(x)$ für alle $(x, y) \in X \times X$. Dann: **a** $\widehat{f}^{-1}(X \times X)$ kompakt. **b** $\forall (x, y) \in X \times X : \ \widehat{f}(x, y) = \widehat{f}(y, x)$. **c** $\widehat{f}(X \times X)$ offen. **d** $\widehat{f}$ stetig.
4. Sei (X, d) ein metrischer Raum, $f : X \to X$ stetig und $K \subset X$ kompakt. Dann: **a** $f^{-1}(K)$ abgeschlossen. **b** $f^{-1}(K)$ kompakt. **c** $f^{-1}(K) = \emptyset$. **d** $f^{-1}(K)$ unzählbar.
5. Sei $f \in R[0, +\infty)$. Dann: **a** $x \mapsto f(x+2) \in R[0, +\infty)$. **b** f beschränkt. **c** f stetig. **d** $f \circ f \in R[0, +\infty)$.
6. Sei p das McLaurinpolynom der Ordnung 11 von $f : x \in \mathbb{R} \mapsto x^2 \sin(x^3)$. Welchen Wert hat $6p(1) + 6p'(-1)$? **a** 12. **b** 30. **c** 24. **d** 11.
7. Sei $f(x, y) = (x^2 + 2y \sin x)^{1/2}$. Welchen Wert hat $\nabla f(\pi, 0)$? **a** $(1, 0)$. **b** $(0, 1)$. **c** $(1, 1)$. **d** $(0, 0)$.
8. Sei $z = g(x, y)$ die Gleichung, die der Tangente an den Graphen von $f : (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto \mathrm{e}^{x^2+y}$ in $(0, 0, 1)$ entspricht. Welchen Wert hat $g(\mathrm{e}, -1)$? **a** e. **b** 0. **c** $-$e. **d** 1.
9. Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ so gegeben $f(x, y) = -\cos x + y^2$. Was ist $(0, 0)$? **a** Eine globale Minimumstelle. **b** Ein Sattelpunkt. **c** Eine lokale Maximumstelle. **d** Eine lokale Minimumstelle, die nicht global ist.
10. Sei A die kleinste konvexe Menge, die alle die kritischen Punkten von $f : (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto (x^2 + y^2 - \pi^{-1})^4$ enthält. Welchen Wert hat die Fläche von A? **a** 2. **b** 1. **c** π. **d** 0.

Bitte nicht unter der Linie schreiben

Name, Vorname ______ Matrikelnummer ______

Unterschrift ______ Mündliche Prüfung: Ja ☐, Nein ☐

Zeit: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt.
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

11. Sei
$$I = \int_{-1}^{1} (x\mathrm{e}^{x^2} - x^2\mathrm{e}^{x})\mathrm{d}x.$$
Welchen Wert hat $\mathrm{e}I + \mathrm{e}^2$?

    Merken Sie die richtige Antwort an:

    ☐ -7 ☐ -6 ☐ -5 ☐ -4 ☐ -3 ☐ -2 ☐ -1 ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11 ☐ 12 ☐ 13 ☐ 14 ☐ 15 ☐ 16 ☐ 17

    (Richtig = +5, Leer = 0, Falsch= −2)

12. Sei $f : (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto 5 + x^5 - 5x - y^3 + 3y$ und (x_0, y_0) die einzige lokale Maximumstelle von f. Welchen Wert hat $f(x_0, y_0)$?

    Merken Sie die richtige Antwort an:

    ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11 ☐ 12 ☐ 13 ☐ 14 ☐ 15 ☐ 16 ☐ 17 ☐ 18 ☐ 19 ☐ 20 ☐ 21 ☐ 22 ☐ 23 ☐ 24 ☐ 25

    (Richtig = +5, Leer = 0, Falsch= −2)

13. Beweisen Sie den folgenden Satz:
$$g \in C^1(\mathbb{R}),\ f(x, y) = g(x^2+y^2) \quad \Rightarrow \quad \forall u \in S^1 :\ \nabla f(u) = 2g'(1)u.$$
Zur Erinnerung: $S^1 = \{u \in \mathbb{R}^2 : |u| = 1\}$.

    (Bis zum = +10, Leer = Falsch = 0)