

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift Mündliche Prüfung: Ja , Nein

Dauer: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt. Jede Übung hat genau eine korrekte Antwort. Merken Sie sie so an. Für jede Antwort: Richtig = +3, Leer = 0, Falsch = -1.
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

1. Welchen Wert hat $\int_0^1 x \operatorname{Ch} x \, dx$? (Zur Erinnerung: $\operatorname{Ch} x = (e^x + e^{-x})/2$) $1 - 1/e$. $1/e - 1$. $e - 1$.
 $1 - e$.
2. Welchen Wert hat $\sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k (2\pi)^{2k+3} / ((2k+1)!)$? 1. -1. π . 0.
3. Sei (X, d) ein metrischer Raum, $A \subset X$ abgeschlossen, $K \subset X$ kompakt. Dann: $A \cup K$ kompakt.
 $X \setminus K$ nicht kompakt. $X \setminus A$ nicht abgeschlossen. $A \cap K$ kompakt.
4. Sei (X, d) ein metrischer Raum, $f : X \rightarrow X$ stetig und $A \subset X$ abgeschlossen. Dann: $A \cap f(A)$ abgeschlossen. $A \cap f^{-1}(A)$ abgeschlossen. $A \cup f(A)$ abgeschlossen. $f^{-1}(A) \cap f(A)$ abgeschlossen.
5. Welchen Wert hat der Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{n=0}^{+\infty} 3^{-n} x^n (\arctan n)^n (2\pi)^{-n}$? 12. -12.
 1. $+\infty$.
6. Sei $f : x \in (0, +\infty) \mapsto x^{-2}$. Dann $x \mapsto (f(x))^2 \in R(0, 1)$. $f \notin R[1, +\infty)$.
 $x \mapsto f(f(f(x))) \in R[1, +\infty)$. $x \mapsto (f(x))^{1/2} \in R[1, +\infty)$.
7. Sei $f : (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto e^{\sqrt{3}x} + \sqrt{3}y \cos x$ und $u = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$. Welchen Wert hat $((\partial f / \partial u)(0, \sqrt{3})) / \sqrt{2}$?
 $\sqrt{3}$. $-\sqrt{3}$. $\sqrt{2}$. $-\sqrt{2}$.
8. Sei $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y, z) = (x-y)^2 + e^{z^2}$. Dann ist $(0, 0, 0)$ eine Maximumstelle.
 eine Minimumstelle. kein kritischer Punkt. ein Sattelpunkt.
9. Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ so gegeben $f(x, y) = (xy, y)$ und sei g die Umkehrfunktion von f in einer Umgebung von $(1, 1)$. Welchen Wert hat $\det(Dg(1, 1))$? 1. 0. -1. 2.
10. Sei $f : (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto xe^{xy}$ und $u = (\sqrt{3}/2, 1/2)$. Welchen Wert hat $\int_0^2 f(tu) \, dt$? $1 - e^{\sqrt{3}}$. $e^{\sqrt{3}} - 1$.
 $e^{\sqrt{3}}$. $-e^{\sqrt{3}}$.

Bitte nicht unter der Linie schreiben

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift Mündliche Prüfung: Ja , Nein

Zeit: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt.

Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

11. Sei $f : (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto x^2 \sin(2y)$, p das Taylorpolynom von f mit Ordnung 2 im Punkt $(1, \pi)$ und $z = g(x, y)$ die Gleichung, die der Tangentenebene an den Graphen von f in $(1, 0)$ entspricht. Welchen Wert hat $(p(2, 2\pi) + g(2, -\pi))/\pi$?

Merken Sie die richtige Antwort an:

-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

12. Sei A das kleinste konvexe Polygon, das alle die kritischen Punkte von $f : (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto 3(y^3 - 3y)(x^3 - 3x)$ enthält. Welchen Wert hat die Fläche von A ?

Merken Sie die richtige Antwort an:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

13. Beweisen Sie den folgenden Satz:

$$\left. \begin{array}{l} f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \text{ stetig, } x_0 \in \mathbb{R}^2, \\ \forall u \in S^1 : 0 \text{ ist eine globale} \\ \text{Minimumstelle von } t \mapsto f(x_0 + tu) \end{array} \right\} \Rightarrow x_0 \text{ ist eine globale Minimumstelle von } f.$$

(Bis zum = +10, Leer = Falsch = 0)