Analysis Prüfung am 7. Juli 2015 - **Teil 1**

Name, Vorname [ ] Matrikelnummer [ ]

Unterschrift [ ] Mündliche Prüfung: Ja [ ], Nein [ ]

Dauer: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt. Jede Übung hat genau eine korrekte Antwort. Merken Sie sie so ■ an. Für jede Antwort: Richtig = +3, Leer = 0, Falsch= −1.
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

1. Welchen Wert hat $\int_0^1 x\,\mathrm{Ch}x\,\mathrm{d}x$? (Zur Erinnerung: $\mathrm{Ch}x = (\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x})/2$) **a** $1-1/\mathrm{e}$. **b** $1/\mathrm{e}-1$. **c** $\mathrm{e}-1$. **d** $1-\mathrm{e}$.
2. Welchen Wert hat $\sum_{k=0}^{+\infty}(-1)^k(2\pi)^{2k+3}/((2k+1)!)$? **a** 1. **b** -1. **c** π. **d** 0.
3. Sei (X,d) ein metrischer Raum, $A\subset X$ abgeschlossen, $K\subset X$ kompakt. Dann: **a** $A\cup K$ kompakt. **b** $X\setminus K$ nicht kompakt. **c** $X\setminus A$ nicht abgeschlossen. **d** $A\cap K$ kompakt.
4. Sei (X,d) ein metrischer Raum, $f:X\to X$ stetig und $A\subset X$ abgeschlossen. Dann: **a** $A\cap f(A)$ abgeschlossen. **b** $A\cap f^{-1}(A)$ abgeschlossen. **c** $A\cup f(A)$ abgeschlossen. **d** $f^{-1}(A)\cap f(A)$ abgeschlossen.
5. Welchen Wert hat der Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{n=0}^{+\infty}3^{-n}x^n(\arctan n)^n(2\pi)^{-n}$? **a** 12. **b** -12. **c** 1. **d** $+\infty$.
6. Sei $f : x\in(0,+\infty)\mapsto x^{-2}$. Dann **a** $x\mapsto(f(x))^2\in R(0,1)$. **b** $f\notin R[1,+\infty)$. **c** $x\mapsto f(f(f(x)))\in R[1,+\infty)$. **d** $x\mapsto(f(x))^{1/2}\in R[1,+\infty)$.
7. Sei $f:(x,y)\in\mathbb{R}^2\mapsto \mathrm{e}^{\sqrt{3}x}+\sqrt{3}\,y\cos x$ und $u=(\sqrt{2}/2,\sqrt{2}/2)$. Welchen Wert hat $((\partial f/\partial u)(0,\sqrt{3}))/\sqrt{2}$? **a** $\sqrt{3}$. **b** $-\sqrt{3}$. **c** $\sqrt{2}$. **d** $-\sqrt{2}$.
8. Sei $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ mit $f(x,y,z)=(x-y)^2+\mathrm{e}^{z^2}$. Dann ist $(0,0,0)$ **a** eine Maximumstelle. **b** eine Minimumstelle. **c** kein kritischer Punkt. **d** ein Sattelpunkt.
9. Sei $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ so gegeben $f(x,y)=(xy,y)$ und sei g die Umkehrfunktion von f in einer Umgebung von $(1,1)$. Welchen Wert hat $\det(Dg(1,1))$? **a** 1. **b** 0. **c** -1. **d** 2.
10. Sei $f:(x,y)\in\mathbb{R}^2\mapsto x\mathrm{e}^{xy}$ und $u=(\sqrt{3}/2,1/2)$. Welchen Wert hat $\int_0^2 f(tu)\,\mathrm{d}t$? **a** $1-\mathrm{e}^{\sqrt{3}}$. **b** $\mathrm{e}^{\sqrt{3}}-1$. **c** $\mathrm{e}^{\sqrt{3}}$. **d** $-\mathrm{e}^{\sqrt{3}}$.

Bitte nicht unter der Linie schreiben

Name, Vorname [ ] Matrikelnummer [ ]

Unterschrift [ ] Mündliche Prüfung: Ja [ ], Nein [ ]

Zeit: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt.
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

11. Sei $f : (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto x^2 \sin(2y)$, p das Taylorpolynom von f mit Ordnung 2 im Punkt $(1, \pi)$ und $z = g(x, y)$ die Gleichung, die der Tangentebene an den Graphen von f in $(1, 0)$ entspricht. Welchen Wert hat $(p(2, 2\pi) + g(2, -\pi))/\pi$?

    Merken Sie die richtige Antwort an:

    $\boxed{-7}$ $\boxed{-6}$ $\boxed{-5}$ $\boxed{-4}$ $\boxed{-3}$ $\boxed{-2}$ $\boxed{-1}$ $\boxed{0}$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ $\boxed{7}$ $\boxed{8}$ $\boxed{9}$ $\boxed{10}$ $\boxed{11}$ $\boxed{12}$ $\boxed{13}$ $\boxed{14}$ $\boxed{15}$ $\boxed{16}$ $\boxed{17}$

    (Richtig = +5, Leer = 0, Falsch= −2)

12. Sei A das kleinste konvexe Polygon, das alle die kritischen Punkte von $f : (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto 3(y^3 - 3y)(x^3 - 3x)$ enthält. Welchen Wert hat die Fläche von A?

    Merken Sie die richtige Antwort an:

    $\boxed{0}$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ $\boxed{7}$ $\boxed{8}$ $\boxed{9}$ $\boxed{10}$ $\boxed{11}$ $\boxed{12}$ $\boxed{13}$ $\boxed{14}$ $\boxed{15}$ $\boxed{16}$ $\boxed{17}$ $\boxed{18}$ $\boxed{19}$ $\boxed{20}$ $\boxed{21}$ $\boxed{22}$ $\boxed{23}$ $\boxed{24}$ $\boxed{25}$

    (Richtig = +5, Leer = 0, Falsch= −2)

13. Beweisen Sie den folgenden Satz:

$$\left.\begin{array}{r} f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \text{ stetig, } x_0 \in \mathbb{R}^2, \\ \forall u \in S^1 : \ 0 \text{ ist eine globale} \\ \text{Minimumstelle von } t \mapsto f(x_0 + tu) \end{array}\right\} \Rightarrow \quad x_0 \text{ ist eine globale Minimumstelle von } f.$$

    (Bis zum = +10, Leer = Falsch = 0)

Bitte nicht unter der Linie schreiben