

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift Mündliche Prüfung: Ja , Nein

Dauer: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt. Jede Übung hat genau eine korrekte Antwort. Merken Sie sie so **■** an. Für jede Antwort: Richtig = +3, Leer = 0, Falsch = -1.
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

1. Welchen Wert hat $\int_{-\infty}^{1/2} xe^{2x} dx$? a 0. b 1. c e. d -1.
2. Sei p das McLaurinpolynom der Ordnung 9 von $f : x \in \mathbb{R} \mapsto x^7 \cos x$. Welchen Wert hat $2(p'(1) + p(1)) + 1$? a 1. b -1. c 7. d -7.
3. Seien $f \in C^2(\mathbb{R}^n)$, $x_0 \in \mathbb{R}^n$ kritisch für f und $H_f(x_0)$ positiv definit. Dann: a $f(x_0) > 0$. b x_0 ist eine lokale Maximumstelle. c x_0 ist ein Sattelpunkt. d x_0 ist eine lokale Minimumstelle.
4. Sei (X, d) ein metrischer Raum und $f : (X, d) \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Dann: a $f^{-1}(0)$ beschränkt. b $f^{-1}(0)$ abgeschlossen. c $f^{-1}(0)$ kompakt. d $f^{-1}(0)$ offen.
5. Sei $f : (x, y) \mapsto 2x^2 - \sin y$ und $u = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)^T$. Welchen Wert hat $\sqrt{2}(\partial f / \partial u)(1, \pi)$? a 5. b 2. c 1. d -1.
6. Sei $A \subset \mathbb{R}$ offen. Dann: a $A \subset \mathbb{R} \setminus \mathbb{N} \Rightarrow A$ beschränkt. b A beschränkt $\Rightarrow A \cap \mathbb{N} = \emptyset$. c $A \subset \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \Rightarrow A = \emptyset$. d A beschränkt $\Rightarrow \bar{A} \cup \mathbb{N}$ kompakt.
7. Seien $f, g : [a, b] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, f stetig, g monoton. Dann: a $f - g \in R[a, b]$. b fg monoton. c $\sin \circ g$ monoton. d $g \circ f$ stetig.
8. Sei $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} 5^n x^n / n!$ für $x \in \mathbb{R}$. Welchen Wert hat $5 \int_0^{1/5} f(x) dx$? a 1. b $e - 1$. c $1 - e$. d e .
9. Seien $f, g \in R[0, +\infty)$. Dann: a $x \in [0, -\infty) \mapsto f(-x) \in R(-\infty, 0]$. b $f^+ + g^+ \in R[0, +\infty)$. c $fg \in R[0, +\infty)$. d $\min\{f, g\} \in R[0, +\infty)$.
10. Sei $f(x) = \sum_{k=1}^{+\infty} (3x)^{2k}$. Dann: a $f'(0) > 0$. b f konvex. c $f(1/9) = 9/8$. d Der Konvergenzradius ist $\rho = +\infty$.

Bitte nicht unter der Linie schreiben

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift Mündliche Prüfung: Ja , Nein

Zeit: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt.

Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

11. Sei $f : (x, y) \in \mathbb{R} \mapsto 7 + 2x^5 + 2y^3 + 5x^2 - 3y^2$ und seien (x_m, y_m) und (x_M, y_M) die einzige Minimumstelle bzw. Maximumstelle von f . Welchen Wert hat $f(x_m, y_m)/2 + f(x_M, y_M)$?

Merken Sie die richtige Antwort an:

-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

12. Sei die Menge A so definiert

$$A = \left\{ (\alpha, \beta) \in \mathbb{R} \times (0, +\infty) : \int_3^{+\infty} x^{-\alpha/3} dx < +\infty \text{ und } \sum_{k=1}^{+\infty} (\beta x)^{3k} \text{ konvergiert mind. für } |x| \leq 1 \right\}.$$

Welchen Wert hat $\inf\{3\alpha - \beta : (\alpha, \beta) \in A\}$?

Merken Sie die richtige Antwort an:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

13. Beweisen Sie den folgenden Satz:

$$f \in C^1(\mathbb{R}^n), \exists u \in S^{n-1} \forall x \in \mathbb{R}^n : \nabla f(x) \cdot u \geq 0 \Rightarrow f(u) \geq f(0).$$

(Bis zum = +10, Leer = Falsch = 0)