PERMUTABILITÁ E PROPRIETÁ COMBINATORIE DELLE PAROLE INFINITE SU UN ALFABETO FINITO

Giuseppe Pirillo

Un semigruppo S ha la proprietá P_n $(n \geq 2)$ se per ogni

$$x_1, \dots, x_n$$

in S esiste una permutazione p di $\{1, \dots, n\}$, $p \neq id$, tale che

$$x_1 \cdots x_n = x_{p(1)} \cdots x_{p(n)}$$

Si dice che S ha la proprietá P se ha la proprietá P_n per qualche n.

Un semigruppo S ha la proprietá P_n^*, $(n \geq 2)$ se per ogni

$$x_1, \dots, x_n$$

in S esistono due permutazioni diverse p e q di $\{1, \dots, n\}$ tali che

$$x_{p(1)} \cdots x_{p(n)} = x_{q(1)} \cdots x_{q(n)}$$

Si dice che S ha la proprietá P^* se ha la proprietá P_n^* per qualche n.

Le relazioni fra la combinatoria delle parole e lo studio dei semigruppi aventi una delle precedenti proprietá di permutabilitá sono poste in evidenza ormai da numerosi lavori [1-7].

Per esempio, giá in [7] si dimostra che un semigruppo finitamente generato, periodico e con la proprietá P é finito utilizzando un profondo teorema dovuto a Shirshov. Ancora, in [6] é dimostrata l'esistenza di un semigruppo infinito, finitamente generato, periodico e con la proprietá P^* utilizzando il fatto che nella parola di Fibonacci (abaababaabaab...) c'é un solo fattore speciale di una prefissata lunghezza; in [1], dopo aver dimostrato che per ogni intero n i fattori speciali della parola di Thue (0110100110010110...) di lunghezza n sono 2 oppure 4, si fornisce un altro esempio di semigruppo infinito, finitamente generato, periodico e con la proprietá P^*; in [2], l'esistenza di un semigruppo infinito, finitamente generato, periodico e con la proprietá P_3^* é provata studiando l' "eccesso sinistro" dei fattori di un'opportuna parola infinita su due lettere.

I semigruppi studiati in [1, 2, 6] sono tutti ottenuti nel seguente modo. Si parte da una parola infinita s scritta su un alfabeto A e si considera l'ideale I(s) costituito dalle parole che non sono fattori di s: il semigruppo cercato é il quoziente di Rees $A^*/I(s)$.

Il risultato di [2] suggerisce il seguente problema: esiste una parola infinita s senza quadrati su un alfabeto A di tre lettere tale che $A^*/I(s)$ abbia la proprietá P_3^*?

La risposta é negativa ed é "*sostanzialmente*" contenuta in un lavoro di A. Thue [8].

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

1. A. de Luca e S. Varricchio, Some combinatorial properties of the Thue-Morse sequence and a problem in semigroups, in corso di stampa su Theoretical Computer Science.

2. J Justin e G. Pirillo, Infinite words and permutation properties, in corso di stampa su Semigroup Forum.

3. G. Pirillo, On permutation property for semigroups, Group Theory Conference (Bressanone/Brixen, 1986), Lecture Notes in Math. n. 1281, Springer, Berlin, 1987

4. G. Pirillo, On permutation properties for finitely generated semigroups, Combinatorics '86 (Passo della Mendola, 1986), Ann. Discrete Math. n. 37, North.-Holland, Amsterdam,1988.

5. G. Pirillo, Sulle proprietá P e P* nei semigruppi, Actes du Séminaire Lotharingien de Combinatoire, 15 Session: 9-11 Ottobre 1986, Schloß Schney bei Lichtenfels (A. Kerber éditeur).

6. A. Restivo, Permutation properties and the Fibonacci semigroup, in corso di stampa su Semigroup Forum.

7. A. Restivo e C. Reutenauer, On the Burnside Problem for Semigroups, J. of Algebra 89(1984) 102-104.

8. A. Thue, Über die gegenseitige lage gleicher teile gewisser zeichenreihen, Norske Vid. Selsk. I. Mat.-Nat. Kl., Christiania n. 1, 1-67.

GIUSEPPE PIRILLO

IAGA-IAMI C.N.R.

viale Morgagni 67/A

50134 FIRENZE (Italia)