BLOCKGLEICHVERTEILUNG VON ZUFALLSFOLGEN

R. F. Tichy
Technische Universität Wien

Für verschiedene Zwecke ist es notwendig zu klären, ob eine Folge "zufällig" ist. Man kann dazu zweckmäßig deterministische Kriterien verwenden (vgl. D.E.Knuth, The Art of Computer Programming, Vol.2, Sect. 3.5.): Sei etwa eine unendliche 0,1 - Folge ω gegeben, so kann sie als zufällig betrachtet werden, wenn für beliebiges $k \in \mathbb{N}$ jeder 0,1-Block der Länge k mit der Wahrscheinlichkeit 2^{-k} vorkommt. Eine stärkere Zufälligkeitsbedingung empfiehlt ebenfalls Knuth:

Sei $k = k(n)$ eine wachsende Folge natürlicher Zahlen und

$$D_{k(n)}(\omega) = \max_{|u|=k(n)} \left| \frac{\Omega(u,n)}{n} - 2^{-k(n)} \right| ,$$

wobei $\Omega(u,n)$ die Anzahl der Vorkommnisse des Blocks u (der Länge $|u|$) im n-ten Anfangsabschnitt von ω bezeichnet. Man verlangt nun, daß $2^{k(n)}D_{k(n)}(\omega)$ gegen 0 konvergiert (d.h. ω ist k(n)-gleichverteilt).

<u>SATZ:</u> Fast alle Folgen ω (0,1 gleich-wahrscheinlich) sind k(n)-gleichverteilt, falls

$$k(n) \leq \lg n - \lg\lg n - 2 \lg\lg\lg n. \quad (\lg = \log_2)$$

Ausführliche Beweise werden in einer gemeinsamen Arbeit*) mit <u>Ph. Flajolet</u> und <u>P. Kirschenhofer</u> erscheinen. Die Beweise beruhen einerseits auf der Methode der "correlation polynomials" von Guibas und Odlyzko sowie andererseits auf der Sattelpunktmethode.

*) Deviation from normality in random strings, im Druck.