

UNE BIJECTION EXPLICATIVE DE PLUSIEURS PROPRIÉTÉS DES PONTS.

Germain KREWERAS

Nous avons établi en 1970, par des dénombrements appropriés, que les ponts de portée n possèdent notamment les propriétés suivantes [1].

(α) ceux qui ont k arches sont aussi nombreux que ceux qui commencent par k étapes ascendantes.

(β) ceux qui ont k paliers sont aussi nombreux que ceux qui ont $n-k+1$ paliers.

(γ) ceux de degré k sont aussi nombreux que ceux de hauteur k .

J. Vaillé vient de définir sur l'ensemble \mathcal{P}_n des ponts de portée n une bijection assez simple ω qui fait correspondre à tout pont P ayant α arches, β paliers, et pour degré γ un pont $\omega(P)$ commençant par α étapes ascendantes, ayant $n-\beta+1$ paliers et pour hauteur γ .

L'outil central consiste à coder P par une suite de n entiers dont le h -ième est la distance (verticale) à la diagonale, soit c_h , du point de départ de la h -ième étape horizontale. La bijection inverse ω^{-1} peut alors se décrire comme suit :

(1°) partir du code $c_1 c_2 \dots c_n$ de $\omega(P)$, où l'entier λ apparaît i_λ fois.

(2°) construire un pont S (dit "pur"), de portée n , dont la λ -ième arche est formée de i_λ étapes descendantes, et appeler A_λ l'extrémité de la première étape horizontale de cette arche de S .

(3°) Joindre A_λ à $A_{\lambda+1}$, en faisant correspondre une étape horizontale à chaque λ et une étape verticale à chaque $\lambda+1$.

La mise bout à bout de ces chemins, complétée par les i_1+1 premières étapes de S et un prolongement jusqu'au point final (n,n) , fournit le pont P .

La bijection ω fait en outre correspondre à l'opération appelée dérivation l'opération (introduite par Y. Poupard [2]) appelée compression.

REFERENCES

- [1] KREWERAS G., "Sur les éventails de segments", Cahiers du BURO, n° 15 (1970), 3-41.
- [2] POUPARD Y., "Sur les quasi-ponts", Cahiers du BURO, n° 32 (1979), 3-20.
- [3] VAILLE J., communication personnelle.