ÖSTERREICHISCHE GESELLSCHAFT FÜR WISSENSCHAFTSGESCHICHTE

99 *25* *50* *75* *100* *25* *50* *75* *100* *25* *50* *75* *100* *25* *50* *75* *100* *99*

25 *75*

50 VII. Österreichisches Symposion zur Geschichte der Mathematik *50*

75 *25*

99 *10* *20* *80* *90* *10* *20* *80* *90* *10* *20* *80* *90* *10* *20* *80* *90* *99*

JUBILÄEN – CHANCE ODER PLAGE?

in MIESENBACH

in Niederösterreich, zwischen Puchberg am Schneeberg und dem Piestingtal

SONNTAG, 16. MAI bis SAMSTAG, 22. MAI 2004

KURZFASSUNGEN DER VORTRÄGE

HERAUSGEBER:
Dr. Christa Binder
Institut für Analyis und Scientific Computing
Technische Universität Wien
Wiedner Hauptstr. 8-10/101
A 1040 Wien, Österreich.

Tel.: +43 1 58801 10129
FAX: +43 1 59901 10199
e-mail: christa.binder@tuwien.ac.at

Danksagung:

Ohne die großzügige Hilfe der folgenden Institutionen wäre die Durchführung der Tagung nicht möglich gewesen. Dafür herzlichen Dank.

Amt der Niederösterreichischen Landesregierung
Österreichische Gesellschaft für Wissenschaftsgeschichte
Institut für Analysis und Scientific Computing, TU Wien
anonyme Spender

NIEDERÖSTERREICH

niederösterreich kultur

PROGRAMM

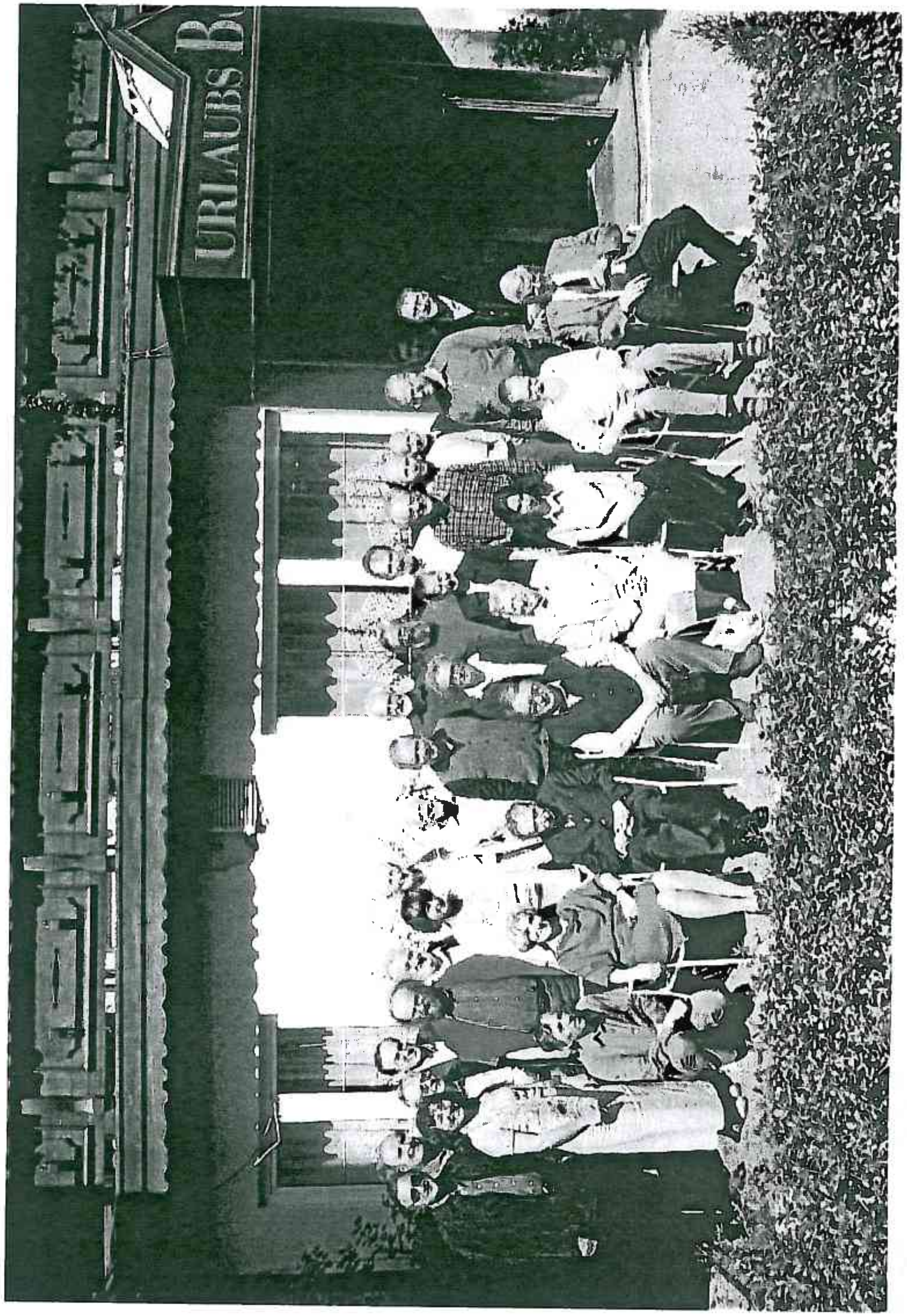
Die Gedenktage (16. bis 22. Mai) und die Jubiläen in den Jahren 2004 und 2005 wurden von Ulrich Reich zusammengestellt und von Christa Binder ergänzt. Für weitere Ergänzungen (und natürlich auch für Korrekturen) wären wir sehr dankbar.

Edmund Hlawka hört aufmerksam zu, rechts neben ihm Friedrich Katscher, während Gerlinde Wussing dahinter Kaffee trinkt (Photo: Detlef Gronau)

Das Gruppenbild rechts wurde am Donnerstag, dem 20. Mai 2004 aufgenommen:

untere Reihe (von links nach rechts): Peter Schmitt, Jasna Fempl-Madjarevic, Edmund Hlawka, Hans Wussing, Christine Phili, Magdalena Hykšová, Ludwig, Danzer, Michael von Renteln.

stehend (von links nach rechts): Franz Pichler, Lásló Filep, Gerlinde Faustmann, Sergui Demidov, Walter Purkert, Herwig Säckl, Miloš Čanak, Christa Binder, Phil Davis, Friedrich Katscher, Detlef Gronau, Wolfgang Breidert, Gerlinde Wussing, Harald Gropp, Hannelore Eisenhauer, Karl-Heinz Schlote, Klaus Kohl, Ulrich Reich, Nikolaus Stephanides, Herbert Pieper, Peter Gruber, Klaus Barner.



Wolfgang Breidert

Kant und die Mathematik

I. Jubiläen

Im Jahr 2004 haben die Mathematikhistoriker viele Jubiläen zu beachten, von denen hier nur einige Beispiele erwähnt seien.

Vor 50 Jahren starben Alan Mathison Turing und George Valiron.
Vor 100 Jahren starb der Mathematikhistoriker Paul Tannery.
Vor 200 Jahren wurden Viktor Jakowlewitsch Bunjakowski und Carl Gustav Jacobi geboren.
Vor 300 Jahren starb Guillaume François Antoine de l'Hospital.
Vor 350 Jahren wurden Pierre Varignon und Jakob I Bernoulli geboren.

Ich überspringe einige Jahrhunderte und erwähne nur noch - falls man es glauben darf:

Vor 1700 Jahren wurde Pappus geboren.
Vor 2300 Jahren wurde Menelaos geboren,
und vor 2500 Jahren starb am 17. Mai Pythagoras.

Um solche Jubiläumslisten zu füllen, bezieht man sich mal auf Geburts-, mal auf Todesjahre., wobei fraglich bleibt, ob die Genannten noch durch etwas anderes verbunden sind als durch ihre Liebe zur Mathematik

Nur nebenbei sei bemerkt, dass 2004 ein Euler-Jubiläum zu feiern ist, denn sein Geburtsjahr 1707 liegt 0 modulo 33 Jahre zurück. Auch an Emmy Noether ist zu denken, denn ihr Todesjahr 1935 liegt 0 modulo 23 Jahre zurück.

II. Kants "Leistungen" bezüglich der Mathematik

Der Philosoph Hans Blumenberg pflegte zu sagen, man müsse nicht wissen, dass Immanuel Kant 1724 geboren und 1804 gestorben ist, viel wichtiger sei der Umstand, dass 1781 die erste Auflage der "Kritik der reinen Vernunft" herauskam. Dennoch wurde das Jahr 2004 als ein Kant-Jahr durch eine Flut von Publikationen gefeiert, obwohl sich die beiden russischen Dichter Alexander Blok und Andrej Belyi vor hundert Jahren schon über den damaligen Kant-Jubiläums-Rummel in skurrilen Texten lustig gemacht haben.[1]

Kant beschäftigte sich zwar in seinen Vorlesungen auch mit Mathematik, Physik sowie der Fortifikation und bewarb sich auch auf eine Professur für Mathematik, doch war er kein produktiver Mathematiker in dem Sinne, wie Leibniz einer war, hat sich aber sehr intensiv mit den Grundlagen der Mathematik befaßt. Seine Wirkung auf Mathematiker ist - mit Leibniz verglichen - nur gering. Am deutlichsten stand vielleicht Josef-Maria Hoëne-Wronski unter Kantischem Einfluß.

Da die Mathematikhistoriker oft auf Jubiläen oder auch auf Leistungen fixiert sind, seien vorab die wichtigsten Punkte zum Thema "Kant und die Mathematik" aufgelistet:

1) In seiner frühen Schrift "Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte" (1747) diskutiert Kant die Auseinandersetzung zwischen Cartesianern und Leibnizianern um die Messung von Kräften und kommt dabei in § 9 auf die Dreidimensionalität des Raumes zu sprechen, kann sie aber nicht begründen. Er referiert einen Gedanken, der von den Potenzen der Zahlen ausgeht: "Die drei ersten Potenzen derselben sind ganz einfach und lassen sich auf keine andere reduciren, allein die vierte, als das Quadratoquadrat, ist nichts als eine Wiederholung der zweiten Potenz." Aber Kant verwirft diesen Gedanken selbst: "So gut mir diese Eigenschaft der Zahlen schien, die dreifache Raumes=Abmessung daraus zu erklären, so hielt sie in der Anwendung doch nicht Stich. Denn die vierte Potenz

[1] Wolfgang Breidert: Immanuel Kant in der Poesie. In: Fridericiana - Zeitschrift der Universität Karlsruhe, Heft 62 (2004), S. 11 f.

ist in allem demjenigen, was wir uns durch die Einbildungskraft vom Raume vorstellen, ein Unding. Man kann in der Geometrie kein Quadrat mit sich selber, noch den Würfel mit seiner Wurzel multipliziren; ..." Kant glaubt die Dreidimensionalität des Raumes auf die Kraftwirkungen der Substanzen zurückführen zu können, doch Gott hätte die Welt auch mit anderen Kraftwirkungsgesetzen ausstatten können, woraus sich dann auch eine andere Zahl der Raumdimensionen ergeben hätte. Und dann folgen die bekannten Worte (§ 10): "Eine Wissenschaft von allen diesen möglichen Raumesarten wäre unfehlbar die höchste Geometrie, die ein endlicher Verstand unternehmen könnte." Man beachte darin den Konjunktiv, denn Kant hält die Entwicklung einer solchen mehrdimensionalen - ich füge hinzu: euklidischen - Geometrie für menschenunmöglich, weil wir uns nicht mehr als drei Dimensionen vorstellen könnten.

2) 1763 publizierte Kant seine Schrift "Versuch, den Begriff der negativen Größen in die Weltweisheit einzuführen". Darin bemüht sich Kant[2], gestützt auf die "Anfangsgründe der Arithmetik" von Abraham Gotthelf Kästner[3], der wiederum seinem Lehrer Ch. A. Hausen folgt[4], zu zeigen, dass die von den Mathematikern benutzten negativen Größen keine *numeri absurdi*, *numeri ficti*, *radices falsae* oder *minores nihilo*, sondern wirkliche Größen sind und nichts anderes bezeichnen als gewisse Größen, die anderen Größen entgegengesetzt sind. Mathematisch bemerkenswert ist in dieser Schrift nur, dass Kant wiederholt als Beispiel für den Einsatz negativer Größen die Fahrt eines Schiffes verwendet, bei dem z.B. die Strecken nach Westen positiv und die nach Osten negativ gerechnet werden. Eisenbahnen, bei denen das Fahrzeug an eine feste Streckenführung gebunden ist, gab es noch nicht. Also hätte doch vielleicht die Frage nahe gelegen, wie man denn dann die Fahrten nach Norden, Süden oder Südosten mathematisch darstellen könne. Obwohl das Kreuzen damals zur Schifffahrt gehörte, dachte man wohl nur zielgerichtet in geraden Bahnen, auf denen man gelegentlich Gegenwind hatte. Wie die meisten seiner Zeitgenossen bleibt auch Kant dabei stehen, nur die beiden Richtungen einer einzigen Geraden in Erwägung zu ziehen.

3) Im Vorwort zu jener Schrift über die negativen Größen rät Kant den Philosophen, den von den Mathematikern gebrauchten Begriff des unendlich Kleinen nicht einfach abzulehnen, weil er doch in der Physik vermutlich mit Recht gebraucht werde. Allerdings setzt Kant vorsichtig hinzu : "Es ist schwer, ich gestehe es, in die Natur dieser Begriffe hineinzudringen; aber diese Schwierigkeit kann allenfalls nur die Behutsamkeit unsicherer Vermuthungen, aber nicht entscheidende Aussprüche der Unmöglichkeit rechtfertigen." Trotz seiner Sympathie für die Mathematik hat Kant die Unklarheit im Begriff des unendlich Kleinen bemerkt.

4) Nur nebenbei erwähne ich die Schrift über den "Unterschied der Gegenden im Raume" (1768), in dem Kant aus der Existenz inkongruenter Gegenstücke (wie rechte und linke Hand) auf einen absoluten Raum schließen zu können meint. Kant hat diesen Versuch später aufgegeben zugunsten des Raumes als Anschauungs*form*.

III. Kant, ein Konstruktivist

Kants ist keine im Sinne des Logizismus oder Formalismus des 20. Jahrhunderts ist, sondern eher die eines intuitionistischen Konstruktivisten. Er war der Überzeugung, dass die Bildung von Begriffen, die keinen Bezug zur objektiven, empirischen Welt haben, zu leerem Geschwätz führen. Begriffe haben demnach nur dann "objektive Realität", wenn sie in irgendeiner Weise auf Anschauung bezogen werden können. Da aber Kant ebenso der Überzeugung war, dass die Aussagen der Mathematik mit Notwendigkeit gelten und daher unabhängig von der Erfahrung gültig sein müssen, versuchte er, die Mathematik auf eine besondere Anschauung zu gründen, die zwar nicht empirisch gewonnen ist, die aber insofern auf Erfahrung bezogen ist, als sie Bedingung für Erfahrungsbildung ist. Diese erfahrungsunabhängige, aber Erfahrung bedingende Anschauung ist die "reine" oder "apriorische Anschauung". An welchen Stellen genau sich Kant auf diese reine Anschauung beruft, und welche Aussagen er wie darauf stützt, wird in der Kantliteratur leider nur selten in Betracht gezogen.

Kant stellte insbesondere die Frage nach dem Unterschied zwischen der Mathematik und der Philosophie im Hinblick auf ihre Gegenstände und ihre Methoden. Während er noch in seiner frühen Schrift "Untersuchung über die Deutlichkeit der Grundsätze" von 1764 der Mathematik auf die übliche Weise die Behandlung der Größen zuweist, wogegen die Philosophie von der Qualität handle, charakterisiert er die Mathematik in der "Kritik der reinen Vernunft" viel mehr durch die deduktive Methode. Es heißt da (B 754): "Die Gründlichkeit der Mathematik beruht auf Definitionen, Axiomen, Demonstrationen." Die Mathematik stelle an den Anfang beliebig erzeugte ("gemachte") Begriffe, die zunächst einmal nur die notwendige Bedingung der Widerspruchsfreiheit erfüllen müßten (B 755 Anm.). Darüber hinaus aber behauptet Kant, dass die mathematischen Begriffe gegenüber den philosophischen Begriffen dadurch ausgezeichnet seien, dass sie "konstruierbar" seien. Seinen Begriff von Konstruierbarkeit erläutert Kant auf folgende Weise (B 741):

"Einen Begriff [der aus einer beliebigen Synthese von Merkmalen gebildet sein mag][5] aber konstruieren, heißt: die ihm korrespondierende Anschauung a priori darstellen."

D.h. man erzeugt in der reinen Anschauung, also unabhängig von der Erfahrung eine bestimmte räumliche Figur, die in den charakteristischen Merkmalen der in der Definition des Begriffs enthaltenen Merkmalsynthese entspricht. Nach Kants Verständnis umfaßt die Mathematik alles, was in diesem Sinne konstruierbar ist. Damit ist für ihn die Mathematik nicht mehr als Größenlehre bestimmt, sondern als die Lehre von allem, was sich so in der reinen Anschauung erzeugen läßt. Die Konstruierbarkeit der Begriffe ist für Kant der entscheidende Unterschied zwischen der Mathematik und der Philosophie, die eben ihre Begriffe nicht in der reinen Anschauung darstellen kann.

Kant spricht allerdings von zweierlei Arten der Konstruktion: Während die Geometrie die Größen (*quanta*) durch eine geometrische Konstruktion darstellt, wird in der Arithmetik und in der Algebra die Größe (*quantitas*) durch eine symbolische Konstruktion dargestellt. So wie in der geometrischen Konstruktion nach bestimmten Regeln räumliche Anschauungen konstruiert werden, so werden in der symbolischen Konstruktion nach bestimmten allgemeinen Regeln Zeichenkomplexe erzeugt. Kant nennt als Beispiele von Konstruktionsverfahren der symbolischen Konstruktion "Addition, Subtraktion usw., Ausziehung der Wurzel" (B 745). Offenbar denkt Kant hier an die damals üblichen Rechenarten, so dass mit dem "usw." die Multiplikation und die Division gemeint sind.

Es sieht zunächst so aus, als ob Kant den Begriffen, die man durch symbolische Konstruktion darstellen kann, auch objektive Realität zuschreibt; dass sie also keine leeren, sinnlose Begriffe sind. Ich werde versuchen, drei Begriffe im Sinne Kants zu konstruieren:

1) entgegengesetzte Größen,
2) irrationale Größen, und zwar speziell die Wurzel aus einer positiven Zahl,
3) imaginäre (sogenannte "unmögliche") Größen , und zwar speziell die Quadratwurzel aus einer negativen Zahl.

Es wird sich dabei zeigen, dass Kant die symbolische Konstruktion keineswegs gleichwertig neben die geometrische Konstruktion stellt.

[2] I. Kant: Werke,: Werke, hrsg. v. d. Pr. Akad. d. Wiss., Bd. 2 Berlin 1905, Nachdr. 1968, S. 170 u. 177 Anm.

[3] A. G. Kästner: Anfangsgründe der Arithmetik, Geometrie etc. , 2. verb. Aufl. Göttingen 1764, p. 61-70 (§ 94).

[4] Ch. A. Hausen: Elementa matheseos. Lipsiae 1734, S. 13 ff.

[5] Zusatz von W.B.

IV. Die Konstruktion von negativen Größen

Die Mathematik ist für Kant keine Erfahrungswissenschaft, deswegen gehört auch der empirische Begriff der Bewegung nicht zur Mathematik, aber sehr wohl der apriorische Begriff von einer beschreibenden oder erzeugenden Bewegung im Raum als reiner Anschauung (B 155). Dieser Begriff der konstruierenden Bewegung kann geradezu als der Fundamentalbegriff der Mathematik bei Kant angesehen werden. Dementsprechend sagt er (B 137 f.): "Um aber irgend etwas im Raum zu erkennen, z.B. eine Linie, muß ich sie *ziehen*, und also eine bestimmte Verbindung des gegebenen Mannigfaltigen synthetisch zustande bringen, so, daß die Einheit dieser Handlung zugleich die Einheit des Bewußtseins (im Begriffe einer Linie) ist, und dadurch allererst ein Objekt (ein bestimmter Raum) erkannt wird." Eine Linie ist also nach Kant das Ergebnis einer erzeugenden Bewegung eines Punktes. Kant knüpft damit im wesentlichen an Newton an, hebt aber den apriorischen und synthetischen Charakter dieser Erzeugung hervor. Der Begriff des Geraden (der Geradheit) wird von Kant nicht in der "Kritik der reinen Vernunft" definiert, doch gibt er in der "Metaphysik der Sitten" (1797) eine Definition (AA, VI, 233): "Das Rechte (rectum) wird als das Gerade ... dem Krummen ... entgegengesetzt ..." und "... ist die innere Beschaffenheit einer Linie von der Art, daß es zwischen zwei gegebenen Punkten nur eine einzige ... geben kann ..." Man beachte, daß Kant nicht sagt "durch zwei Punkte", sondern daß er sich nur auf den Bereich "zwischen" zwei Punkten bezieht. Es wird also nur die Geradheit als Qualität einer *begrenzten* Linie definiert. Couturat hat daran Anstoß genommen.[6] Es ist auch bemerkenswert, dass es in der "Kritik der reinen Vernunft" mehrere Stellen gibt, die mit dieser Definition nicht verträglich sind.[7] Daher ist zu vermuten, dass Kant damals noch der Meinung war, dass der Begriff der Geradheit nur *unmittelbar* aus der reinen Anschauung zu gewinnen sei, so wie er es vom Begriff des inkongruenten Gegenstücks in den "Prolegomena" ausgeführt hat.[8] Kant lehnt ausdrücklich die Definition der Geraden als kürzester Verbindung zwischen zwei Punkten ab.[9]

In einem Brief an Marcus Herz (26.5.1789) definiert Kant die Richtung einer geraden Linie als das, was die Bewegungen auf einer geraden Linie unterscheidet, wenn man von den Unterschieden ihrer Größen absieht. Aus der Definition der geraden Linie folgt dann, dass es auf ihr mindestens zwei verschiedene Punkte gibt. Setzt man dazu voraus, dass sich jede begrenzte gerade Linie zusammenhängend gerade verlängern läßt (2. Postulat Euklids), und setzt man außerdem voraus, dass es auf einer Geraden genau zwei verschiedene Richtungen gibt, so lassen sich entgegengesetzte Größen definieren als zwei Größen, die sich bei ihrer Addition teilweise oder ganz aufheben.

Entgegengesetzte Größen sind im Sinne Kants geometrisch konstruierbar: Nennt man die von einem Punkt auf einer Geraden in der einen Richtung erzeugten Größen positive Größen und die in der anderen Richtung erzeugten Größen negativ, so sind diese Größen einander entgegengesetzt. Zu den so geometrisch konstruierten Größen gibt es auch eine symbolische oder algebraische Konstruktion: Nimmt man z.B. die algebraischen Symbole Null, Zwei sowie das Minuszeichen und setzt sie nach den syntaktischen Regeln der Subtraktion zusammen, so erhält man das Symbol "0-2", für das man dann auch "-2" schreiben kann.

V. Die Konstruktion von Quadratwurzeln aus positiven Zahlen

[6] L. Couturat: Die philosophischen Prinzipien der Mathematik, deutsch von C. Siegel, Leipzig 1908, S. 293 f.

[7] s. Couturat, a.a.O., S. 297. Insbesondere wird bemerkt, es sei ein synthetischer Satz, daß es kein geradliniges Zweieck geben könne.

[8] I. Kant, Prolegomena, § 13.

[9] I. Kant, Prolegomena (§ 2) und Kritik der reinen Vernunft (B 16).

Wie es Descartes in der "Géométrie" gelehrt hat, lassen sich das Produkt und der Quotient zweier Größen mit Hilfe von Proportionen symbolisch darstellen und dementsprechend auch geometrisch konstruieren:

Produkt:	$x : a = b : 1$	$x = ab$
Quotient:	$x : a = 1 : b$	$x = a : b$

Dementsprechend kann man die Quadratwurzel aus einer gegebenen Größe a definieren als die mittlere Proportionale x zwischen der Einheit und jener Größe:

Quadratwurzel [*symbolisch* konstruiert]: $1 : x = x : a$ $\quad x = \sqrt{a}$

Auch Kant verwendet diese Definition, wobei er entsprechend seiner generativen Auffassung der Mathematik es so formuliert:

"Eine Größe, die so aus der einen wird, wie die dritte aus der vierten."

Da ich hierbei nur das benutzt habe, was auch Kant selbst in der Methodenlehre als Beispiele für allgemeine Regeln der symbolischen Konstruktion anführt, kann man diese Proportion als die symbolische Konstruktion der Quadratwurzel aus a ansehen.

Das Gesagte ist mathematisch trivial, aber für die Grundlegung der Mathematik bei Kant ist es keineswegs unwichtig.

Es sieht zunächst so aus, als ob Kant der symbolischen Konstruktion eine eigenständige Kraft der Wahrheitssicherung in der Mathematik zuschreibe, und er wurde von vielen Interpreten auch so verstanden. In der "Kritik der reinen Vernunft" (B 745) heißt es, die symbolische Konstruktion gelange "ebensogut, wie die Geometrie nach einer ostensiven oder geometrischen [Konstruktion] (der Gegenstände selbst) dahin, wohin die diskursive Erkenntnis vermittelst bloßer Begriffe niemals gelangen könnte". Außerdem heißt es da (B 762): "Selbst das Verfahren der Algeber [=Algebra] mit ihren Gleichungen, aus denen sie durch Reduktion die Wahrheit zusamt dem Beweise hervorbringt, ist zwar keine geometrische, aber doch charakteristische Konstruktion, in welcher man an den Zeichen die Begriffe, vornehmlich von dem Verhältnisse der Größen, in der Anschauung darlegt, und, ohne einmal auf das Heuristische zu sehen, alle Schlüsse vor Fehlern dadurch sichert, daß jeder derselben vor Augen gestellt wird." Kant übernimmt dieses Vertrauen in die symbolische Darstellung von Johann Heinrich Lambert, der in seiner "Phänomenologie" (§ 122) gesagt hatte: "So finden wir in den Zahlen nicht wohl anders einige Deutlichkeit, als in so weit wir sie durch Ziffern vorstellen. In dieser Absicht können wir sagen, daß wir, vermittelst der Sprache und anderer Zeichen, unsere Erkenntnis über die Bilder und Grenzen der Einbildungskraft hinaus schwingen, wovon uns die Algeber [=Algebra] ein vollkommeneres Beyspiel giebt." Lambert hatte mit Bezug auf diese Stelle an Kant geschrieben (13.10.1770): "Wir haben an der Symbolischen Kenntnis noch ein Mittelding zwischen dem Empfinden und wirklichen reinen Denken. Wenn wir bey Bezeichnung des einfachen und der Zusammensetzungsart richtig verfahren, so erhalten wir dadurch sichere Regeln, Zeichen von so zusammengesetzten Dingen heraus zu bringen, daß wir sie nicht mehr überdenken können, und doch versichert sind, daß die Bezeichnung Wahrheit vorstellt. Noch hat sich niemand alle Glieder einer unendlichen Reyhe zugleich deutlich vorgestellt und niemand wird es künftig thun. Daß wir aber mit solchen Reyhen rechnen, die Summ davon angeben können etc. das geschieht vermög der Gesetze der Symbolischen Erkenntnis. Wir reichen damit weit über die Grenzen unseres wirklichen Denkens hinaus." Kant übernimmt also das Vertrauen in die symbolische Erkenntnis von Lambert, geht aber nicht auf die schon bei Lambert latent ausgesprochene Schwierigkeit ein, dass wir nämlich nur dann Wahrheiten erhalten, wenn wir die Zeichen *richtig* zusammensetzen. Die Zusammensetzungsregeln, auf denen die Sicherheit beruht, müssen durch etwas anderes als die symbolische Konstruktion selbst garantiert sein.

Bei der Übernahme des Lambertschen Begriffs der symbolischen Erkenntnis in seinen eigenen mathematischen Konstruktivismus steht Kant als intuitionistischer Konstruktivist unter einem gewissen Vorurteil, nämlich dem, dass die mathematischen Begriffe vor den

philosophischen dadurch ausgezeichnet wären, dass die Mathematik ihre Begriffe immer *sofort* in einer reinen (räumlichen) Anschauung konstruiere. Die Algebra paßt nicht zu dieser Auffassung, wenn man nicht die Buchstaben und Zeichen, mit denen sie arbeitet, heranzieht, um sie auf so etwas wie Anschauung zu gründen.
Couturat, der die Schwäche dieser Auffassung sehr deutlich erkannt hat, sagt: "Hier liegt eine offenbare Übertreibung vor: denn angenommen, daß es unentbehrlich (und nicht einfach bequem) sei, die Begriffe durch Zeichen darzustellen, so kann man diese nicht eine Konstruktion der Begriffe nennen, noch daraus schließen, daß sie ihrer Natur zufolge anschaulich sind. Das heißt einfach, das Zeichen mit der bezeichneten Sache verwechseln. ..... Er [Kant] widerlegt somit seine eigene Lehre, indem er sie bis ins Extrem führt, denn auf Grund derartiger Schlüsse gäbe es gar keinen Begriff und gar keine Beziehung, von der man nicht zeigen könnte, daß sie auf Anschauung gegründet sei.
Kant muß die Schwäche seines von Lambert übernommenen Glaubens an die Wahrheitssicherung durch die symbolische Konstruktion später erkannt haben, denn in einem Brief von 1790 (September) an August Wilhelm Rehberg stellt er das Ergebnis der symbolischen Konstruktion der Quadratwurzel aus 2 so dar, dass sie zwar die Widerspruchsfreiheit, d.h. die Denkmöglichkeit, der Wurzel aus 2 beweise, dass aber die objektive Realität dieses Begriffes, die ihn von mythischen Hirngespinsten unterscheidet, dadurch noch nicht garantiert sei. Kant schreibt dort: "Es ist also auch möglich eine solche Zahl zu denken. - Daß nun die mittlere *Proportionalgröße* zwischen einer, die = 1 und einer andern welche = 2 ist gefunden werden könne, mithin jene kein leerer Begriff (ohne Object) sey, zeigt die Geometrie an der Diagonale des Quadrats." Der eigentliche Garant der objektiven Realität mathematischer Erkenntnisse ist demnach nicht die symbolische, sondern nur die geometrische Konstruktion. Anders gesagt: Die symbolische Konstruktion ist für Kant erkenntnistheoretisch irrelevant. Letztlich heißt für ihn Konstruktion eines Begriffes immer geometrische Konstruktion.

VI. Die Konstruktion imaginärer Größen

Lambert hatte das Zeichen $\sqrt{-1}$ ausdrücklich als ein "symbolisch mögliches" Zeichen angesehen, das aber den Irrtum oder das Falsche repräsentiere. Bei Lambert heißt es[10]: "Auf diese Art sagt man z.E. es seyn in einer Vorstellung drey Theile wahr, und ein Theil irrig. Das heißt nun auf Algebraisch, die Einheit der Vorstellung sey = $3/4 + 1/4\sqrt{-1}$."
Offensichtlich hat hier bei Lambert der leibnizsche Gedanke an eine *characteristica universalis* Pate gestanden, doch darf man dabei nicht übersehen[11], dass zwischen Leibniz und Kant im Umgang mit imaginären Größen ein prinzipieller Unterschied besteht.
Leibniz hob hervor, dass die imaginären Größen keinen Widerspruch bei den Berechnungen erzeugen, obwohl sie nicht durch eine geometrische Konstruktion wirklich in der Natur dargestellt werden können.[12] Solche Größen werden ebenso wie z.B. die unendlich fernen Schnittpunkte von Geraden oder die unendlich kleinen Strecken in der Mathematik geduldet, als ob sie etwas Wahres darstellten (nach Joachim Jungius: ***enuntiationes toleranter verae***).[13] Die imaginären Größen dienen nach Leibniz der Vervollständigung des Kalküls, indem sie allgemein Berechnungen ermöglichen[14] und auch in den Lösungen von Aufgaben anzeigen,

[10] Johann Heinrich Lambert: Neues Organon, Bd. I, Aethiologie, § 205.
[11] wie es z.B. Gottfried Martin in seiner Dissertation "Arithmetik und Kombinatorik bei Kant" getan hat.
[12] G. W. Leibniz: Math. Schriften, hrsg. v. C. I. Gerhardt, Bd. VII, S. 68 u. 73.
[13] G. W. Leibniz, a.a.O., Bd. V, S. 385 u. 388: Vgl. auch: Opuscules, p. 581.
[14] G. W. Leibniz, a.a.O., Bd. VII, S. 74 f.: *Et nisi darentur tales quantitates imaginariae in calculo, impossibile foret instituti calculos generales, seu valores reperiri possibilibus et impossibilibau communes, qui sola differunt explicatione literarum.*

dass etwas Unmögliches verlangt wurde.[15] Leibniz war der Meinung, dass die Realität der imaginären Größen nur mit dem Geist eingesehen werden könne. Sie seien *mentis fictiones*[16] oder *numeri ficti*[17], deren Realität sich nicht anschaulich beweisen lasse. Obwohl das primäre Interesse von Leibniz nicht der Anwendung der imaginären Zahlen auf anschauliche Gegenstände gilt, hebt er die Überzeugung, dass sie ein *fundamentum in re* haben, geradezu emphatisch hervor.[18] Darunter versteht Leibniz die Tatsache, dass gewisse Ausdrücke, die aus imaginären und reellen Zahlen zusammengesetzt sind, einen reellen Wert ergeben[19], z.B.

$$\sqrt{(1+\sqrt{-3})} + \sqrt{(1-\sqrt{-3})} = \sqrt{6}$$

Leibniz nennt solche Rechnungen *destructiones virtuales* (virtuelle Vernichtungen), und er hält sie für so wichtig, dass er daran denkt, sie als eine sechste Rechenoperation neben den vier Grundrechenarten und dem Wurzelziehen einzuführen.[20]
Kant hält im Gegensatz zu Leibniz den Begriff von einer Quadratwurzel aus einer negativen Größe für in sich widerspruchsvoll, und einer seiner damaligen Anhänger, Johann Schultz, gibt die Meinung Kants richtig wieder, indem er sagt: "Die Ausdrücke ..... $\sqrt[2n]{-1}$ bedeuten ... ebensoviel als ein viereckiger Kreis."[21] Kant leugnet nicht nur die Möglichkeit einer geometrischen Konstruktion imaginärer Größen, sondern er glaubt, dass der Begriff der imaginären Zahl einen inneren Widerspruch enthalte.[22] Diese Auffassung vertritt Kant in dem schon zitierten Brief an Rehberg im Rahmen einer wissenschaftstheoretischen Skizze der Mathematik. Dabei weicht Kant von seiner ursprünglichen Auffassung ab, dass alle mathematischen Einsichten auf einer apriorischen Erzeugung beruhen. Für ihn ist jetzt die Algebra eine Disziplin, die ihre Einsichten nicht durch eine erzeugende Bewegung hervorbringt. Man könnte hoffnungsvoll meinen, dass Kant damit der zu seiner Zeit gewachsenen Bedeutung der Algebra gerecht werde, aber die einzige Einsicht, die Kant in diesem Zusammenhang erwähnt, ist die, dass die Quadratwurzel aus einer negativen Größe eine unmögliche Größe sei.
Die geistesgeschichtliche Situation ist grotesk: Während Kant als der Verfechter einer auf *anschauliche* Konstruktionen gegründeten Mathematik die Unmöglichkeit imaginärer Größen behauptet, indem er sich nur auf die Begriffe und seinen Verstand stützt, bemühen sich die zeitgenössischen Mathematiker, solche Größen geometrisch zu konstruieren - und haben schließlich Erfolg damit. Allerdings ist diese Entdeckungsgeschichte dieser Konstruktion eine jener Entdeckungsgeschichten, bei denen der (wahrscheinlich) erste Entdecker erst 100 Jahre nach seiner Entdeckung entdeckt wurde, denn die Abhandlung, die der Norweger Caspar Wessel 1797 der dänischen Akademie der Wissenschaften vorgelegt hatte, blieb 100 Jahre lang unbeachtet. Andererseits ist die geometrische Darstellung der komplexen Zahlen etwas wie ein "Ei des Kolumbus", jedenfalls schrieb Gergonne, der Herausgeber der *Annales des mathématiques pures et applicées*, im Bd. 4 (1813/14) mit Bezug auf den Umstand, dass Buée und Argand die Darstellung der imaginären Größen gleichzeitig publiziert haben, die Grundidee sei so einfach und natürlich, dass man sich wundern müsse, dass sie erst so spät und nicht von noch mehr Mathematikern gefunden wurde.[23]

[15] a.a.O.
[16] Brief an des Bosses (Philos. Schriften, hrsg. v. C. I. Gerhardt, Bd. 2, S. 305.
[17] Opuscules, p. 85.
[18] Brief an Varignon (Mathem. Schriften, Bd. 4, S. 93. Vgl. Brief von Huygens an Leibniz (Mathem. Schriften, Bd. 2, S. 15).
[19] Leibniz an Malebranche (Philos. Schriften, hrsg. v. C. I. Gerhardt, Bd. 1, S. 341 u. 351.
[20] Der Briefwechsel von G. W. Leibniz mit Mathematikern, hrsg. v. C. I. Gerhardt, Berlin 1899, S. 553 f.
[21] Johann Schultz, Anfangsgründe der reinen Mathesis. Königsberg 1790, S. 170.
[22] Reflexion 14, 5651.
[23] Annales des mathématiques pures et applicées, tom. 4 (1813/14), p. 367 (= R. Argand, Essai sur une manière de représenter les quantités imaginaires, 2e éd., Paris 1874, p. 111): *Son [Argand] idée principale, je veux dire celle qui consiste à considère $\sqrt{-1}$ comme un signe de perpendicularité, est d'ailleurs si simple et si naturelle que,*

Man könnte mir entgegenhalten, es sei für Kants Grundlagenverständnis der Mathematik belanglos, dass er die Konstruktionsmöglichkeit der imaginären Größen noch nicht kannte, und man brauche ja nur seine Aussage über die Unmöglichkeit ihrer Konstruktion zu streichen, um wieder im Einklang mit seiner konstruktivistischen Auffassung zu sein. Zunächst einmal ist festzuhalten, dass eine solche Korrektur überhaupt notwendig ist. Der sonst so gewissenhafte Kant hätte doch einfach dabei stehen bleiben können, dass wir noch nicht wissen, ob die imaginären Größen geometrisch konstruierbar sind. Das hätte aber für Kant eine fatale Folge gehabt, denn er hätte als Konstruktivist dann einräumen müssen, dass es ungewiß ist, ob der Begriff von einer Quadratwurzel aus einer negativen Zahl überhaupt ein mathematischer Begriff ist, oder er hätte zugeben müssen, dass es mathematische Begriffe gibt, deren Bezug zur Realität genauso unsicher ist, wie die von beliebigen Hirngespinsten, durch die sich die Metaphysik im schlechten Sinne auszeichnet. In jedem Falle wäre Kant in Verlegenheit geraten, weil die Grenze zwischen der Mathematik und der Philosophie nicht mehr so scharf wäre, wie er behauptet hatte, denn er hatte ja die Sicherheit der Mathematik gerade dadurch begründet, dass sie ihre Begriffe immer *sofort* in einer reinen Anschauung darstelle. (Analoges läßt sich auch in Bezug auf Kants Unkenntnis der nichteuklidischen Geometrien sagen, doch darüber habe ich vor einiger Zeit auf der Tagung in Attendorn gesprochen.) Die von Kant nicht in Erwägung gezogene Schwierigkeit besteht darin, dass es in der Mathematik Begriffe gibt, denen eine geometrische Konstruktion entspricht, ohne dass sich aus dem Begriff eine solche Konstruktion zwangsläufig ergibt. Im Gegensatz zu Kant hat Hegel erkannt, dass es eine solche Zwangsläufigkeit nicht gibt, und er sieht darin "die eigentliche Mangelhaftigkeit" des mathematischen Erkennens. Hegel schreibt, es werde "die Notwendigkeit [= Zwangsläufigkeit] der Konstruktion nicht eingesehen. Sie geht nicht aus dem Begriffe des Theorems hervor, sondern wird geboten, und man hat dieser Vorschrift, gerade diese Linie, deren unendliche andere gezogen werden könnten, zu ziehen, blindlings zu gehorchen, ohne etwas weiter zu wissen, als den guten Glauben zu haben, dass diese zur Führung des Beweises zweckmäßig sein werde .....".[24] Die nicht nur logische, sondern auch zeitliche Verspätung der geometrischen Konstruktion gegenüber der Begriffsbildung und Problemstellung war für Euler eine Selbstverständlichkeit, deswegen hielt er auch die noch nicht anschaulich darstellbaren Größen in der Mathematik für wichtig, ja sie seien sogar notwendig für die Behandlung von Aufgaben, "von denen man nicht sofort wissen kann, ob sie Mögliches oder Unmögliches verlangen".[25] Kant war bezüglich der symbolischen Konstruktion nicht so großzügig wie Leibniz und Euler. Er konnte aufgrund seiner gesamten Philosophie keine unanschaulichen Elemente in der Mathematik zulassen. Oskar Becker sagt: "Damit verzichtet *Kant* völlig auf jede Möglichkeit einer Universalmathematik im *Leibniz*schen Sinn. Sein Verzicht bedeutet auch mathematisch eine klassizistische, man möchte sagen: eine 'reaktionäre' Wendung."[26] Die Ironie der Wissenschaftsgeschichte wollte es, dass sich Kant später im Brief an Rehberg eine minimale Abweichung von diesem Verzicht gestattet hat, indem er eine Algebra aus bloßen Größen*begriffen* zuließ, aber in der einzigen "Einsicht", die er explizit von dieser Wissenschaft erwähnt, von den Mathematikern widerlegt wurde.

loin d'être surpris, qu'elle se soit présentée aussi à M. Buée, on a lieu de s'étonner, au contraire, qu'elle ait tant tardé à éclore, et qu'elle ne se soit pas offerte à la pensée d'un plus grand nombre de géomètres.

[24] Hegel, Phänomenologie des Geistes, Vorrede (Sämtliche Werke, Jubiläums-Ausg.) hrsg. v. H. Glockner, Bd. 2, Stuttgart 1927, S. 41 f. Vgl. Wissenschaft der Logik, Bd. 1, hrsg. v. G. Lasson, Hamburg 1971, S. 57.

[25] L. Euler: Vollständige Anleitung zur Algebra, hrsg. v. H. E. Hofmann. Stuttgart 1959, S. 88 (§ 151).

[26] O. Becker: Mathematische Existenz, in: Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung, Bd. 8 (1927), S. 737.

Friedrich Katscher:

Die Geschichte der Multiplikation

Das von Indern wahrscheinlich im 6. nachchristlichen Jahrhundert erfundene und in der ersten Hälfte des 8. Jahrhunderts von den Arabern übernommene Stellenwertsystem mit zehn Ziffern veränderte auch die Rechenmethoden bei den vier Grundrechenarten Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division. (Die Griechen und Römer hatten bei ihren Rechnungen den Abacus, die Rechentafel, mit Rechensteinen, calculi, verwendet. Die Bewohner Mesopotamiens und die Ägypter hatten ihre eigene Art zu rechnen entwickelt.) Bei der Multiplikation wurden von den Indern und vor allem von den Arabern verschiedene Verfahren geschaffen, die auch ins Abendland gelangten.

In Italien, dem Land des Handels und der Kaufleute, wurde das praktische Rechnen - und zwar schriftlich - besonders gepflegt. Das Rechnen mit Rechenpfennigen „auf den Linien“ (die von unten hinauf 1, 10, 100, 1000 usw. bedeuteten), wie es Adam Ries von 1518 an in Deutschland und Jean Tranchant (calculer avec les Getons) 1557 und François le Gendre (l'arithmetique par les jettons) 1657 in Frankreich lehrten, wurde in Italien nie angewendet.

Im Jahre 1494 erschien in Venedig ein dickes großformatiges gedrucktes Werk, welches das arithmetische, algebraische und kaufmännische Wissen seiner Zeit umfasste, das vorher in Handschriften verbreitet worden war: Die „Summa de arithmetica, geometria, proportioni e proportionalita“ von Luca Pacioli. In Wien gibt es ein Exemplar in der Bibliothek der Wirtschaftsuniversität sowie in der Universitätsbibliothek ein Exemplar der zweiten Auflage von 1523. Darin werden nicht weniger als acht verschiedene Multiplikationsmethoden beschrieben. In späteren italienischen Rechenbüchern findet man drei weitere.

Im Jahre 1914 veröffentlichte die amerikanische Mathematikhistorikerin Suzan Rose Benedict von der University of Michigan ihre Doktordissertation „A comparative study of the early treatises introducing into Europe the Hindu art of reckoning“. Sie hatte 38 indische, arabische und frühe europäische mathematische Werke studiert. Im Kapitel über die Multiplikation schreibt sie: „The works of this period, in their treatment of the subject of multiplication are full of interest, for we find in them not only all eight methods given by Pacciuoli, but also many ingenious devices for the multiplication of particular numbers.“ Interessanterweise beschäftigten sich nur die Italiener mit diesen verschiedenen Arten des Multiplizierens. Man findet sie in ihren Rechenbüchern des 16. und 17. Jahrhunderts. Im deutschsprachigen Gebiet (Ausnahme: Petrus Apian in seiner „Kauffmanß Rechnung, 1527), in Frankreich und England wurden sie nicht angewendet und gelehrt. Daher sind sie auch Mathematikhistorikern kaum bekannt.

In dem Referat werden die verschiedenen Multiplikationsverfahren der Italiener beschrieben. Eines davon, die Kreuzmultiplikation, würde es verdienen, in der Schule gelehrt zu werden.

Die Kreuzmultiplikation ermöglicht es, zwei Zahlen miteinander zu multiplizieren, so dass das Produkt sofort niedergeschrieben werden kann, ohne die Zwischenprodukte zu Papier bringen zu müssen. (Eventuell notiert man die Überträge.) Bei zweistelligen Faktoren ist die Kreuzmultiplikation sehr einfach, bei dreistelligen schon etwas schwieriger und bei noch mehr Stellen ist sie nur vorzüglichen Rechnern mit einem sehr guten Zahlengedächtnis zu empfehlen.

Die Kreuzmultiplikation

(Z, z = Zehner, E, e = Einer, H, h = Hunderter; Zz, Ez usw. = Produkte)

Zweistellig mit zweistellig: (Beispiel: 63 x 47 = 2961)

Z E x z e	6 3	: Ee = 3 x 7 = (2)1 In der Klammer der Übertrag
Zz Ez	I x I	x: Ez + Ze = 3 x 4 + 6 x 7 = 54 (+ 2) = (5)6
Ze Ee	4 7	: Zz = 6 x 4 = 24 (+ 5) = 29
Zz Ez Ee	2961	von rechts: STAB, KREUZ, STAB
+Ze		

Dreistellig mit dreistellig: (Beispiel: 327 x 845 = 276 315)

H Z E x h z e	3 2 7	: 7x5 = (3)5
Hh Zh Eh	I x * x I	x: 7x4 + 2x5 = 38(+3) = (4)1
Hz Zz Ez	8 4 5	*: 7x8 + 2x4 + 3x5 = 79(+4) = (8)3
He Ze Ee	2 7 6 3 1 5	x: 2x8 + 3x4 = 28(+8) = (3)6
Hh Zh Eh Ez Ee		: 3x8 = 24(+3) = 27
+Hz +Zz +Ze		von rechts: STAB, KREUZ, STERN, KREUZ, STAB
+He		

Die Methode kann natürlich auf Faktoren mit vier Stellen und mehr erweitert werden, wird aber immer schwieriger und komplizierter.

Wohl den größten Einfluss auf die Verbreitung des dekadischen Stellenwertsystems in Europa hatte ein in Latein verfasstes Buch, das 1202 in Italien erschien (zweite Auflage 1228): Das (oder eigentlich der) *Liber ab(b)aci* (Buch des Abacus) von Leonardo Fibonacci aus Pisa, der in seiner Jugend die arabischen Länder Nordafrikas sowie Syrien, Griechenland und Sizilien bereist und dort die indisch-arabischen Rechenmethoden kennen gelernt hatte. Das Wort abacus im Titel bedeutet bei Leonardo Pisano nicht die griechisch-römische Rechentafel, sondern die neue Rechenkunst mit den neun indischen Ziffern (9 bis 1) und dem Zeichen 0, „das auf arabisch zephyrum [sifr; Ursprung unseres Wortes Ziffer] genannt wird", mit denen jede beliebige Zahl niedergeschrieben werden kann.
Bei der Multiplikation verwendete Fibonacci zwei Methoden: die Kreuzmultiplikation und die „Schachbrettmethode". Im zweiten Kapitel des *Liber Abaci* über die Multiplikation ganzer Zahlen (de multiplicatione integrorum numerorum) lehrt er, wie man mit einer „tabula dealbata in qua lettere leviter deleantur" (Kreidetafel, auf der Geschriebenes leicht gelöscht wird) Zahlen mit zwei bis zu acht Stellen mit Hilfe der Kreuzmethode miteinander multipliziert.
In den orientalischen Ländern gab es früher eine Methode, um Zahlen mit Hilfe der Finger beider Hände darzustellen. Je nachdem, welche Finger gebeugt wurden, ergab sich eine andere Zahl. Die Einer wurden mit Mittelfinger, Ringfinger und kleinem Finger der linken Hand ausgedrückt, die Zehner mit Daumen und Zeigefinger der linken Hand. An der rechten Hand wurden durch die gleiche Krümmung von Mittelfinger, Ringfinger und kleinem Finger wie bei den Einern der linken Hand die Hunderter angezeigt, und Daumen und Zeigefinger der rechten Hand repräsentierten die Tausender auf die gleiche Weise wie es mit der linken Hand bei den Zehner getan wurde. Auf diese Weise konnte man mit den zehn Fingern alle Zahlen von 1

bis 9999 wiedergeben. Wenn um den Preis einer Ware gefeilscht wurde und man nicht wollte, dass die Anwesenden ihn erfahren, zeigten Käufer und Verkäufer dem anderen ihre Angebote mit Hilfe der Fingerzahlen unter einem Tuch.
Obwohl man von Handarithmetik (arabisch: hisab al-jad) sprach, wurde mit den Fingern nicht gerechnet, sondern sie dienten beim Kopfrechnen nur dazu, sich die Zwischenergebnisse und das Endresultat zu merken, was in einer Zeit, als es für die meisten Menschen kein geeignetes Schreibmaterial gab und die meisten auch nicht schreiben konnten, von großem Nutzen war.
Bildtafeln mit den Stellungen der Finger bei der Zahlendarstellung finden sich sowohl in der *Summa* von Pacioli als auch im *Liber Abbaci* von Leonardo Fibonacci. Tartaglia schreibt 1556, er habe gehört, dass die Fingersymbolik bei den Florentinern noch sehr gebräuchlich sei.
Im sechsten Teil des 2. Kapitels des *Liber abaci* zeigt Leonardo, wie man zwei zweistellige Zahlen im Kopf miteinander kreuzmultipliziert, wobei man die Zwischenergebnisse „cordetenus et in manibus" (auswendig und mit den Händen, also den Fingerzahlen) „retineat in corde" (im Herzen – im Gedächtnis – behält). Im siebenten Teil des 2. Kapitels geschieht das dann mit zwei dreistelligen Zahlen.
Die Kreuzmultiplikation wurde unter dem Namen „moltiplicare per crocetta" – crocetta ist die Verkleinerungsform von croce, Kreuz – von italienischen Rechenmeistern und Rechenbuchautoren gelehrt. Giuseppe Maria Figatelli schrieb in seinem Buch *Trattato aritmetico*, das von 1664 bis 1797 13 Auflagen erlebte:
„Dieses Multiplizieren per Crosetta (sic!) ist die scharfsinnigste, aber auch die mühsamste Methode, die erfunden worden ist, weil das Produkt eines solchen Multiplizierens mit einer einzigen Zeile von Ziffern endet, aber großes Gedächtnis benötigt. Wenn die zu multiplizierenden Zahlen nur zwei sind, das heißt, Einer und Zehner, ist die Operation nicht sehr schwierig, aber mit drei, vier usw. ist sie äußerst anstrengend."
Im deutschsprachigen Gebiet, in Frankreich, England und anderen europäischen Ländern wurde die Kreuzmultiplikation nicht verwendet. Doch um 1910 wurde sie von Dr. Fritz Ferrol aus Berlin wiederentdeckt. Er hielt Vorträge darüber und veröffentlichte das Buch *Das Ferrolsche neue Rechnungsverfahren*. Es erlebte mehrere Auflagen mit dem Titel *Das Original-Dr.-Ferrolsche Rechnungsverfahren oder Wie rechne ich blitzschnell und sicher?* (8 Lehrbriefe mit einigen Seiten Text und vielen Seiten Beispiele). In Wirklichkeit ist das „Originalverfahren" mehr als tausend Jahre alt. Ein sehr lesenswertes Buch nicht nur über die Kreuzmultiplikation erschien 1930: Karl Menninger, *Rechenkniffe. Lustiges und vorteilhaftes Rechnen* (letzte Auflage 1992).
Die Kreuzmultiplikation hat aber keine große Verbreitung gefunden, ist weitgehend unbekannt und ein Spezialverfahren für Eingeweihte geblieben. In die Schulen ist sie bedauerlicherweise nicht eingedrungen.
Der französische Mathematiker und Physiker Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) entwickelte die analytische Theorie der Wärmeausbreitung mit Hilfe Fourierscher Reihen, er erfand aber auch eine geniale Abwandlung der Kreuzmultiplikation, das sogenannte Schiebezettelverfahren. In seinem 1831 posthum veröffentlichten Buch *Analyse des équations déterminées* (Die Auflösung der bestimmten Gleichungen) beschreibt er auf Seite 190 in zwei Absätzen, wie man die Ziffern des einen Faktors in umgekehrter Reihenfolge auf ein Blatt Papier schreibt und dieses oberhalb des anderen Faktors nach links vorbeizieht. Dann stehen nacheinander jeweils die zu multiplizierenden Zahlen übereinander.

Acht Arten der Multiplikation (und drei weitere)

Die acht Multiplikationsverfahren, die Luca Pacioli in der *Summa* behandelt und zu denen später in anderen italienischen Rechenbüchern noch drei hinzugefügt wurden, sind in der folgenden Übersicht angegeben.

Frater (Ordinis minorum) Lucas de Burgo Sancti Sepolchri (burgus = Dorf, Stadt; sanctum sepulcrum = heiliges Grab) – Luca Pacioli aus Sansepolchro (1445-1517): *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni e Proportionalita* (1494, 1523)

Nicolo Tartaglia (1499/1500-1557): *La Prima Parte del General Trattato di Numeri, et Misure* (Der erste Teil der allgemeinen Abhandlung über Zahlen und Maße, 1556)

1) Multiplicare per scachieri (Venedig) oder per bericuocolo (Florenz): scacchiera = Schachbrett, bericuocolo = viereckiger Kuchen (Tartaglia: per organetto = Leierkasten) [a scaletta = mit kleinen Stufen]

2) Multiplicare a castelluccio (Diminutiv von castello = Schloß, Burg) (Tartaglia: allo adietro oder allo indietro = rückwärts)

3) Multiplicare per colonna oder per tavoletta: colonna = Säule, Reihe, tavoletta = Täfelchen (Tartaglia: per discorso = Gespräch, oder di testa = aus dem Kopf) [per librettine = Büchlein mit Einmaleinstafeln]

4) Multiplicare per crocetta oder per casella: crocetta = kleines Kreuz, casella = kleines Haus, Kästchen, Feld (Tartaglia: per crosetta) Pacioli: "Welche Methode wegen der vielen Kreuzrechnungen, die auftreten, etwas mehr Fantasie und Gehirn erfordert als irgendeine der anderen... es ist eine schöne und scharfsinnige Sache und schön erfunden."

5) Multiplicare per quadrilatero: quadrilatero = Viereck

6) Multiplicare per gelosia oder per graticola: gelosia = Jalousie, graticola = kleines Gitter [Araber: Netz]

7) Multiplicare per ripiego: ripiego = Teiler einer Zahl

8) Multiplicare a scapezzo: scapezzare = zerstückeln (Tartaglia: spezzato oder spezzatamente = zerstückelt)

Pietro Antonio (PERITO ANNOTIO) Cataldi (1548-1626): *Prima Parte della Pratica aritmetica* (1602)

9) Moltiplicare a Rombo (= Rhombus) [auch per diamante]

10) Moltiplicare a Coppa (= Becher), Calice (= Kelch), Tazza (= Tasse) oder Bicchiere (= Trinkglas) Trichter, Trichterquadrieren

11) [per triangolo, per piramide]

In manchen Länder, aber nicht in Österreich, wird beim schriftlichen Multiplizieren mehrstelliger Zahlen auch heute noch gelehrt, mit der niedrigsten Stelle des Multiplikators, also den Einern, anzufangen, so dass die darauffolgenden Teilprodukte jedes Mal eine Stelle nach links gerückt werden. Das hat den großen Nachteil, dass man die Ziffern der höchsten Stellen der Teilprodukte nicht mehr unterbringt, wenn man den Multiplikanden ungeschickterweise zu sehr links hingeschrieben hat. Daher wird schon seit langem empfohlen, mit der höchsten Stelle des Multiplikators zu multiplizieren zu beginnen und nach rechts auszurücken.
Der Grund für die Gewohnheit, bei den Einern anzufangen, ist sicher der, dass diese Multiplikationsweise von den Arabern stammt, die von rechts nach links schreiben, so dass für sie die Multiplikation in dieser Richtung die natürlichere Art und Weise war. Hier wirkt also, ohne dass das den Anwendern bewusst wird, eine mehr als tausend Jahre alte Gepflogenheit noch heute.
In diesem Zusammenhang ist interessant, dass Fibonacci bei der Multiplikation von 70 mal 70 = 4900 schreibt, 7 mal 7 macht 49, „**vor** welche Zahl zwei zephyra (zwei Nullen) gesetzt werden" (ante quem numerum ponantur duo zephyra). Zahlen gehen bei ihm also nach arabischer Weise von rechts nach links. Daher führt er die neun neuen Zahlzeichen der Inder am Anfang auch nicht von 1 bis 9 ein, sondern mit den Worten „Novem figure indorum he sunt 9 8 7 6 5 4 3 2 1", so wie es Araber von rechts beginnend schreiben würden.
Nun die **Multiplikationsarten Luca Paciolis und anderer Rechenbuchautoren**:
1) Per scachieri (Venedig) oder per bericuocolo (Florenz), also per Schachbrett oder wie ein mit Vierecken bedruckter florentinischer Marillenkuchen: Das entspricht genau der heutigen von rechts nach links durchgeführten (unpraktischeren) Multiplikation, also mit den Einern des Multiplikators beginnend. Pacioli schließt die Ziffern in seinem Beispiel in Kästchen ein, was aber später nicht mehr geschieht. Diese Methode wurde auch a scaletta genannt, mit kleinen Stufen.
2) A castellucio, wie ein kleinen Schloss, von Tartaglia allo adietro oder allo indietro genannt, das heißt, rückwärts. Rückwärts deshalb, weil hier zum Unterschied von 1) mit der höchsten Stelle des Multiplikators begonnen wird. Es wird aber der tatsächliche Wert eingesetzt. Lautet der Multiplikator beispielsweise 4362, wird zuerst mit 4000, dann mit 300, danach mit 60 und schließlich mit 2 multipliziert und die Nullen werden tatsächlich geschrieben. Daher werden die Teilprodukte ohne Einrücken untereinander gesetzt. Die Multiplikation sieht also wie bei uns aus, nur sind alle Stellen rechts mit Nullen ausgefüllt.
3) Per colonna oder per tavoletta, per Reihe oder per kleine (Einmaleins)Tafel, von manchen per lbrettine genannt, das sind Büchlein, die Multiplikationstafeln enthalten, die meist über 10 x 10 hinausgehen. Eine mehrstellige Zahl wird entweder mit einer einstelligen Zahl (2 bis 9) multipliziert, mit einem ganzen Zehner (20 bis 90) oder mit Zahlen, deren Einmaleins man auswendig [Tartaglia spricht von di testa = im Kopf] kann (11 bis 19 oder noch weiter) oder man nimmt die Hilfe eines Einmaleinbüchleins zu Hilfe. Es gibt keine Zwischenprodukte, sondern ein einzeiliges Ergebnis. Im Grund ist das keine eigene Multiplikationsmethode.
4) Per crocetta oder crosetta oder per casella (kleines Haus) ist die vorher beschriebene Kreuzmultiplikation.
5) Per quadrilatero (Vierseit) oder quadrangolo (Viereck). In Wirklichkeit sollte diese Multiplikationsmethode Schachbrettmethode genannnt werden. Hier werden nämlich die Teilprodukte ohne Einrücken untereinander geschrieben, wobei jede Ziffer in ein Kästchen kommt. Das Ergebnis muss dann schräg abgelesen werden und wird rechts und unten angeschrieben.

6) Per gelosia oder per graticola. Das italienische Wort gelosia entspricht dem französischen Wort Jalousie. Beide bedeuten sowohl Eifersucht als auch Fensterläden, bei denen man vor eifersüchtig-neugierigen Blicken von außen geschützt ist. Pacioli schreibt: „Unter gelosia verstehen wir jene graticelle (kleinen Gitter), die gewöhnlich vor den Fenstern der Häuser angebracht werden, in denen Frauen wohnen, damit sie nicht leicht gesehen werden können, oder andere Gottesfürchtige, von denen [Jalousien oder Fromme?] es in der herrlichen Stadt Venedig viele im Überfluss gibt." [Interessanterweise heißen Jalousien auf englisch Venetian blinds, also venezianische Blenden.] Graticola ist die Verkleinerungsform von grata = Gitter, heißt also kleines Gitter. Tartaglia nennt diese Multiplikationsart auch quadrilatero und bezeichnet sie als „sehr schön, weil es bei ihr nicht nötig ist, die Zehner im Gedächtnis zu behalten." Hier werden die Produkte der Multiplikation zweier Ziffern in kleine Quadrate geschrieben, die durch eine Diagonale in zwei Dreiecke geteilt sind. Die Zehner werden in das linke, die Einer in das rechte Dreieck geschrieben. Die Diagonale kann von links oben nach rechts unten oder von rechts oben nach links unten gezogen werden. Daher gibt es zwei Formen der gelosia. Das Produkt muss schräg abgelesen werden und wird an die Ränder geschrieben.

7) Repiego ist das frühere italienische Wort für den Teiler einer Zahl (heute: divisore). Beim Multiplizieren per repiego wird der kleinere Faktor in seine Teiler zerlegt. Dann wird der größere Faktor mit einem repiego multipliziert, das Produkt mit dem zweiten usw. Tartaglia multipliziert zum Beispiel 234 mal 48, indem er 234 mit 8 multipliziert, ergibt 1872, und das dann mit 6 malnimmt, macht 11232. Ebenso gut kann man 234 zuerst mit 6 multiplizieren, und das Produkt 1404 mal 8 ergibt ebenfalls 11232.

8) Bei a scapezzo (mit Teilstücken) zerlegt man den kleineren Faktor nicht in Teiler, sondern in Summanden, multipliziert den anderen Faktor mit ihnen und summiert dann die Teilprodukte. Pacioli gibt folgendes Beispiel: 42 mal 24. 24 wird in 4 + 6 + 5 + 9 zerstückelt und 42 mit diesen Zahlen multipliziert. Dann werden die Produkte 168, 252, 210 und 378 addiert und ergeben 1008.

9)10)11) Die zweistelligen Produkte von je zwei Ziffern der Faktoren werden ihrem Stellenwert entsprechend neben- oder untereinander geschrieben und es entsteht je nach der Anordnung die Form eines Rhombus oder Diamants, eines Bechers, Kelchs oder Trinkglases oder eines Dreiecks (einer Pyramide).

Die Becherform kann man auch als Trichter bezeichnen. Die Trichtermultiplikation bietet kaum einen Vorteil, doch das **Trichterquadrieren** ist sehr empfehlenswert, wenn man mehrstellige Zahlen schriftlich quadriert. Hier ein Beispiel mit vier Stellen nach der Formel

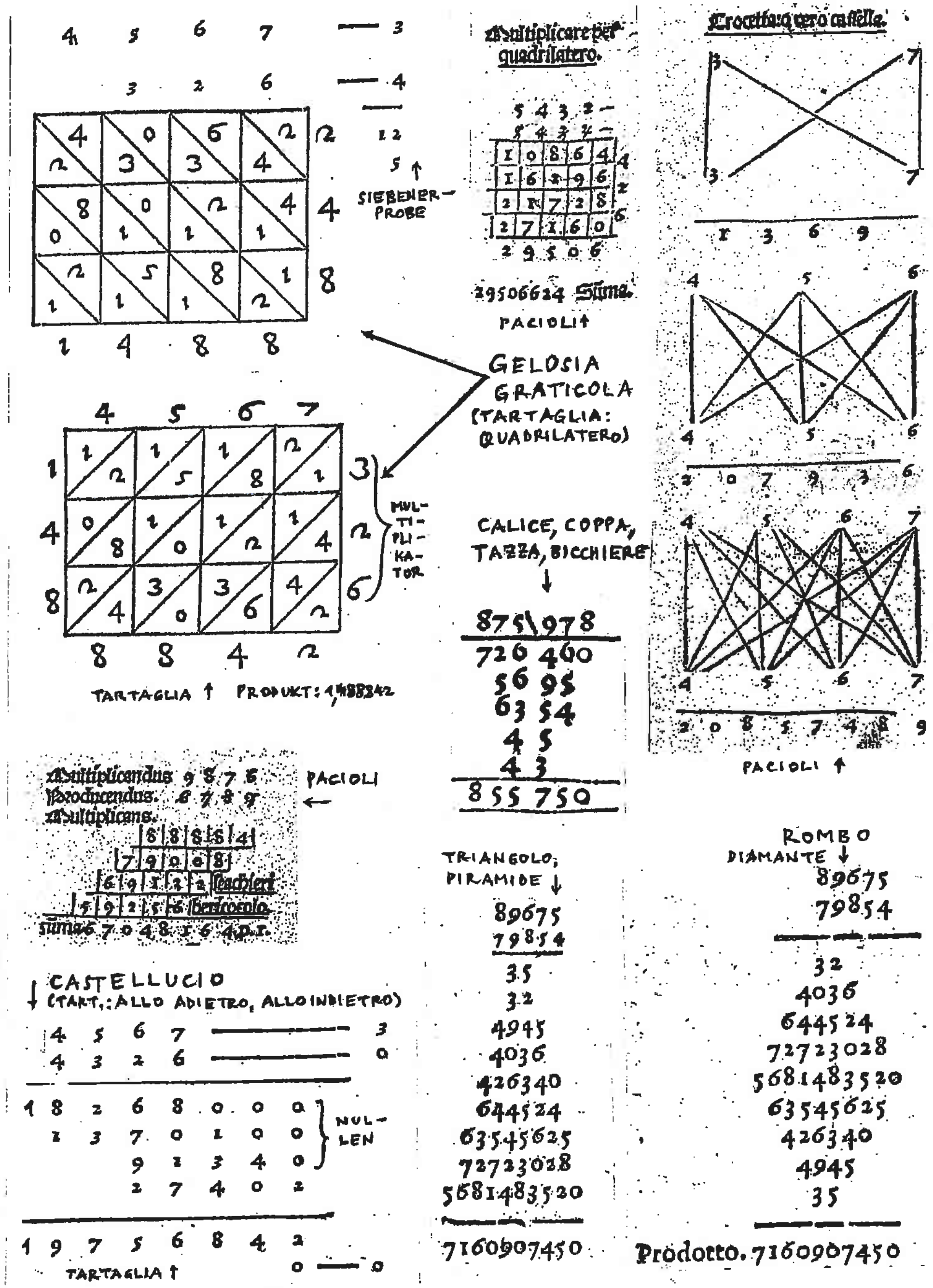
$$(1000a + 100b + 10c + d)^2 = 1\,000\,000a^2 + 10\,000b^2 + 100c^2 + d^2$$
$$+ 2(100\,000ab) + 2(1000bc) + 2(10cd)$$
$$+ 2(10\,000ac) + 2(100bd)$$
$$+ 2(1000ad)$$

Der richtige Stellenwert ergibt sich automatisch

$\underline{1\ 2\ 3\ 4^2}$	
01040916	Unter die Ziffern schreibt man ihre zweistelligen Quadrate
041224	2(1x2), 2(2x3), 2(3x4) (Ziffern nebeneinander)
0616	2(1x3), 2(2x4) (Ziffern mit einer Stelle Abstand)
08	2(1x4) (Ziffern mit zwei Stellen Abstand)
1522756	

Der deutsche Mathematikhistoriker Joseph Ehrenfried Hofmann (1900-1973) behauptete, diese Methode erfunden zu haben.

dr.katscher.vienna@chello.at



A new interpretation of Plato's geometrical numbers

László Filep, PhD, professor of mathematics
Institute of Mathematics and Informatics
College of Nyíregyháza, Hungary
E-mail: filepl@nyf.hu

There is an obscure passage in Plato's Republic (546 B-D) on the so-called geometrical or nuptial numbers. Many researchers have discussed its content both form philosophical and mathematical points of view. The conclusions and even the translations of Plato's words considerably differ from each other. In trying to find out what numbers might hide in the passage, we start from the proposition II.10 of Euclid's Elements, and from the "side and diagonal numbers" of the Pythagoreans. We do not want to discuss here the different translations and interpretations in detail, only to recall some of them as illustrations of the complexity of the problem.

Some translations and interpretations of Plato's Republic 546-B-D

"Now that which is of divine birth has a period which is contained in a prefect number, but the period of human birth is comprehended in a number in which first increments by involution and evolution [or squared and cubed] obtaining three intervals and four terms of like and unlike, waxing and waning numbers, make all the terms commensurable and agreeable to one another. The base of these (3) with a third added (4) when combined with five (20) and raised to the third power furnishes two harmonies; the first a square which is a hundred times as great (400= 4×100), and the other a figure having one side equal to the former, but oblong, consisting of a hundred numbers squared upon rational diameters of a square (i.e. omitting fractions), the side of which is five (7×7=49×100=4900), each of them being less by one (than the perfect square which includes the fractions, sc. 50) or less by two perfect squares of irrational diameters (of a square the side of which is five=50+50=100); and a hundred cubes of three (27×100=2700+4900+400=8000)." [3]

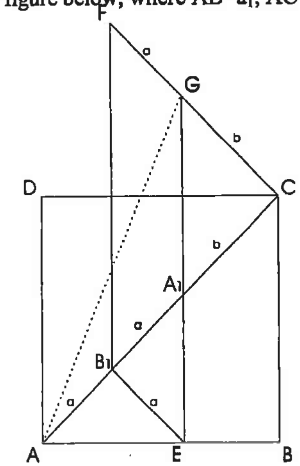
"The divine race has a cycle comprehended by a perfect number, but the number of the human race's cycle is the first in which root and square increases, forming three intervals and four terms of elements that make like and unlike and wax and wane, show all things agreeable and rational towards one another. The base of these things, the four-three joined with five, when thrice increased furnishes two harmonies, the one a square, so many times a hundred, the other a rectangle, one of its sides being a hundred of the numbers from the rational diameters of five, each diminished by one (or a hundred of the numbers from the irrational diameters of five, each diminished by two), the other side being a hundred of the cubes of three." [4]

Unlike Jowett, Thomas gives his suspected numbers not in brackets, but in footnotes. The rational diameter of 5 is 7, while the irrational is $\sqrt{50}$. The "number" means the square of these, i.e. 49 and 50. The definition "hundred of the numbers from the rational diameters of five, each diminished by one" yields 100× (49-1)=4800. The second definition in brackets gives the same results, since 100× (50-2)=4800. The meaning of the last sentence is 100x27=2700 according to Thomas.

Heath discusses in detail the different translations and interpretations in [2]. Following Proclus, all the researchers started from the right triangle 3, 4, 5, and wished to find the "harmony" in geometrical figures. Some argumentations led to the number 216, while other to 3600, or even to 3600^2.

Proposition II.10 of the Elements

We claim that this proposition was invented in connection with the discovery of incommensurability, and was used to approximate the ratio of the diagonal (b) and side (a) of a square by "numbers", i.e. by the ratios of two positive integers. This discovery is due to the Pythagoreans and probably was found when they tried to find the common measure of b and a by their "antanairesis" (reciprocal subtraction) method. For the steps of the antanairesis see the figure below, where $AB=a_1$, AC=, $a_1=a+b$, $b_1=2a+b$.



The first two steps of the antanairesis are:

1. $CA-CB=CA-CB_1=AB_1=a$,
2. $CB_1-AB_1=CB_1-B_1A_1=b$.

One can guess that Step 3 repeats Step1 since A_1C and B_1A_1 seem to be the diagonal (diameter) of a square again. To verify this conjecture we have to prove that from $b_1^2=2a_1^2$ there follows $b^2=2a^2$; or in Greek geometrical language: if the square on AC is double of the square on AB, then the square on A_1C is also double the square on B_1A_1. To use up the condition, construct the triangle CFB_1. Draw a line parallel to B_1F through A_1. Then $FB_1=GE$ easily follows form the simple properties of parallelograms found in Book One. Now, apply the Pythagorean Theorem for AG in the triangles ACG and AEG: $AG^2=AE^2+EG^2=2a^2+2a_1^2$; $AG^2=AC^2+CG^2=b_1^2+b^2$, so $2a^2+2a_1^2=b_1^2+b^2$, which is II.10 in algebraic form. By II.10, $b_1^2=2a_1^2$ implies $b^2=2a^2$, which proves our conjecture. Euclid formulated this theorem geometrically: "If a straight line be bisected, and a straight line be added to it in a straight line, the square on the whole with the added straight line and the square on the added straight line both together are double of the square on the half and of the square described on the straight line made up of the half and the added straight line as on one straight line." His proof is identical with ours except he used only the polygon AEA_1CG from our figure. Euclid's method was deductive, so he did not say anything the inductive background of this theorem. Further, he nowhere used II.10 in the Elements, so its inclusion seems useless. In the next paragraph we will see that it was used to approximate the "inexpressible" ratio b/a=□2.

Side and diagonal numbers of the Pythagoreans

The above discovery means that the ratio b/a cannot be expressed as the ratio of two "numbers". Today one can say that $\sqrt{2}$ is not a rational number (taking the side 1). However the Pythagorean philosophy was based on numbers, and on their ratio, which establishes the harmony of the word. Thus they tried to introduce "harmony" in case of the side (a) and the diameter (b) of a square, too, to express somehow the ratio b/a in numbers. This was probably the motivation for tailoring the number concept for this purpose. To make it more clear let us quote Theon of Smyrna [4]:

"Even as numbers are invested with power to make triangles, squares, pentagons and the other figures, so also we find side and diameter ratios appearing in numbers in accordance with the generative principles; for it is these which give harmony to the figures. Therefore since the unit, according to the supreme generative principle, is the starting point of all the figures, so also in the unit will be found the ratio of the diameter to the side. To make this clear, let two units be taken, of which we set one to be a diameter and the other a side, since the unit, as the beginning of all things, must have it in its capacity to be both side and diameter. Now let there be added to the side a diameter and to the diameter two sides, for as often as the square on the diameter is taken once, so often is the square on the side taken twice. The diameter will therefore become the greater and the side will become the less."

The last sentence states that if a and b are the side and diameter of a square, respectively, then a+b and 2a+b will be the side and diameter of a bigger square. We know from Proclus that the Pythagoreans proved this statement by proposition II.10 of the Elements. Really, if $b^2=2a^2$, then $b_1^2=2a_1^2$ follows from II.10. Continuing the formation of bigger and bigger squares we obtain the following recursion formula

$$a_{n+1}=a_n+b_n,\ b_{n+1}=2a_n+b_n,\ n \geq 0,\ a_0=a,\ b_0=b.$$

Theon of Smyrna took a=b=1 to start the approximation of the ratio b/a by b_n/a_n. Another possibility is to start with a=1, b=2, since the length $\sqrt{2}$ of b is between 1 and 2. The following table shows the corresponding values for a_n, b_n in both cases, as well as their squares and the approximating values b_n/a_n:

n	a_n	b_n	a_n^2	b_n^2	b_n/a_n	a_n	b_n	a_n^2	b_n^2
0	1	1	1	1	1/1	1	2	1	4
1	2	3	4	9	3/2	3	4	9	16
2	*5*	*7*	25	49	*7/5*	*7*	***10***	49	100
3	12	17	144	289	17/12	17	24	289	576
4	29	41	841	1681	41/29	41	58	1681	3364
5	70	99	4900	9801	***99/70***	99	140	9801	19600

The approximation 7/5 is hidden in Plato's quoted passage, and found in more sources: Theon, Proclus, etc. One can find indirect allusions of the use of 10/7 in Codex Constantinopolitanus. Further, Health wrote in [2]: "Heron takes 10 as an approximation of $7\sqrt{2}$ or $\sqrt{98}$". This clearly shows the use of 10/7 by Heron. Thus one can claim that both "harmonies", belonging to a=b=1 and a=1, b=2, were used in ancient Greece.

Possible values of Plato's geometrical numbers

Plato starts from the third row (n=2) especially from 5 and 7 as starting points of his "two harmonies" or "cycle". Seven could come to his mind as the sum of three and four. Joining 5 to 7 can have two sensible reasons: the Pythagorean theorem, and the a=b=1 case to approximate b/a. Jowett's translation seems to support the second one: "The base of these (3) with a third added (4) when combined with five.." From line 3 (n=2) one can reach in three steps line 6 (n=5) obtaining four approximating ratios for b/a in case 1 (a=b=1), and case 2 (a=1, b=2), namely 7/5, 17/12, 41/29, 99/70, and 10/7, 24/17, 58/41, 140/99. With these values the Pythagoreans thought to save the core principle of their philosophy: the ratio b/a was expressed in numbers, even not exactly, not in two "normal" numbers, but approximately and by infinitely many numbers.

Anyway, these values "show all things agreeable and rational towards one another". They "wax and wane", i.e. they are alternative (lower and upper) approximations of $\sqrt{2}$: 1/1, 7/5, 41/29 are lower approximations as a consequence of $2a_n^2 - b_n^2=1$, while 3/2, 17/12, 99/70 are upper ones accordingly to $2a_n^2 - b_n^2= -1$. In case 2, the situation is similar, expect that $2a_n^2 - b_n^2=2\cdot(-1)^{n+1}$ there. (For further information, see [1]).

Recall that the geometrical meaning of a number, for instance 4900, was not unambiguous. As a figure, it can be a square (70^2), an oblong (49·100), or even a solid (7·10·70), but considering it as an area it is always a square. The Greeks had sophisticated methods for "squaring" different polygons. The word "number" for Plato is the area of a square equal to a given area, or of a square raised on a line segment.

In Plato's language the rational diameter of 5 is 7. The irrational diameter ($5\sqrt{2}$) is not a "number", but its square is. Translators agree that Plato used the word "number" in the quoted passage as squared numbers. Geometrically these are areas, squares, "oblongs" (rectangles) depending on their factorization regarded. A number regarded as the product of three factors represents a solid, and is called a solid number. The "numbers" $2a_n^2$ and b_n^2 are the squares of the exact irrational, and the approximate rational diameter of the square with side a_n. Their difference in Case 1 is 1 or -1, while in Case 2 is 2 or -2. The expressions "diminished by one" and "diminished by two" may refer to these differences. The "two harmonies" in the last line are 99: 70 and 140:99, or in "numbers": 9801:4900 and 19600: 9801. We claim that the products 9801·4900 and 9801·19600 must be Plato's geometrical numbers.

The first represents a square "so many times a hundred" namely $(99\cdot7)^2\cdot100$. The other product can be interpreted in two ways as hundredfold of some "rectangle": 100·49·4·99·99 or 100·98·2·99·99. The sides of the first rectangle are 49 and 4·99·99; while the second one's are 98 and 2·99·99. The side 49 is described by Plato as the "number" of the rational diameter of five obtained in Case 1, where the difference between the rational and irrational values is 1. Similarly, the side 98 can be regarded as the "number" of the irrational diameter of a square with side 7. This value differs by 2 from 100, the square of the corresponding diameter. The other side of both rectangles is simply a solid number. Remark that some translators write "solid number" instead of "cubes of three" in the last line of Plato's passage. The "perfect number" can be either 3 or 6 (for early Pythagoreans 3 was also perfect). The former may refer to the three steps from n=2 till n=5, while 6 to the total number of the steps from n=0 till n=6.

We are convinced that our interpretation of Plato's geometrical numbers is basically correct, but naturally debatable, and leaves some questions open. The author of the paper is not good in Greek, so encourages historians who are good in Greek to check whether this mathematical interpretation corresponds to the words of Plato.

References

1.Filep, L: Pythagorean side and diagonal numbers. AMAPN, 15 (1999), 1-7. http://www.emis.de/journals

2.Heath, T: A history of Greek mathematics, 2 Vols. Dover, 1981.

3.Jowett, B (tr.): The dialogues of Plato. In: Britannica Great Books, Vol.7.

4.Thomas, I (tr. & ed.): Selection illustrating the history of Greek mathematics. 2 Vols, Cambridge, 1957.

Jubilees and calendars — Iranian and European calendars in comparison

Harald Gropp
Mühlingstr. 19, D-69121 Heidelberg, Germany
d12@ix.urz.uni-heidelberg.de

1 Introduction

1.1 Jubilees depend on calendars and number systems

The date of a certain jubilee or anniversary clearly depends on the calendar in use and on the number system in use. According to the decimal system we celebrate 100 years or 125 years or 1000 years, sometimes also 999 years (see the main topic of the Austrian symposion on the history of mathematics in Neuhofen in 1995). But how long is a year ? 360 days (in some ancient cultures) or 365 days (in our Gregorian calendar) or 366 days (in a leap year in the Gregorian calendar) or 355 days (sometimes in the Jewish calendar) or 354 days (in the Islamic lunar calendar) ? And how many days are 100 years ? For some anniversaries in the first half of 2004 we find: Kant died 200 years ago (February 12) or 73049 days ago (36524.5 days per 100 years). Vega was born 250 years ago (March 23) or 91311 days ago (36524.44 days per 100 years). Milankovich was born 125 years ago (May 28) or 45656 days ago (36524.48 days per 100 years). For even earlier dates we are confronted with the difference of Gregorian and Julian calendar dates. In the case of Bonifatius (or Boniface) who was the opponent of Feirgil, the zeroth Austrian mathematician, the day of his death (he was probably killed in Dokkum) was 1250 years and 456550 days ago which leads to only 36524.00 days per year. By the way, the jubilee years for Bonifatius were the years ending with 05 and 55 until 1905 since it had been assumed that he died in 755. Anyhow the date of a certain anniversary can depend quite a lot from the used calendar.

1.2 Calendars depend on jubilees

Calendars themselves celebrate anniversaries or at least try to do so. The beginning of a new year celebrates the return of the sun to a certain place in the sky or is related to the regular movement of the moon. However, a calendar may also be founded more on mathematical rather than on astronomical principles, e.g. in Mesoamerica.

1.3 Problems in the Gregorian calendar

The lengths of the 12 months in our Gregorian calendar differ from 28 to 31. This was indirectly inherited from the old Roman calendar and leads to several problems. How long is half a year? This can vary from 181 to 184 days. Single month lengths even differ by 10 percent (from 28 to 31). This can lead to many statistical problems. Neither the lengths of the months (although this word is etymologically closely connected to moon not only in the English language) nor their beginnings in the Gregorian calendar are anyhow related to the moon phases.

2 The Iranian calendar of today

May 17, 2004 AD corresponds to Ordibehesht 28, 1383 in Iran , and hence May 21, 2004 AD to Khordad 1, 1383. These were the dates of Monday and Friday of the symposion week in Miesenbach. For all religious Islamic festivities, of course, the Islamic lunar calendar plays the decisive role. To a certain extent the European Gregorian calendar is present in Iran, but less than in other Islamic countries. The 12 months are arranged as follows. The first 6 months have 31 days each, Farvardin, Ordibehesht, Khordad, Tir, Mordad, and Shahrivar. The next 5 months have 30 days each, Mehr, Aban, Azar, Dey, and Bahman. The last month Esfand has 29 days, and in a leap year it has 30 days. As a first approximation leap years are the years 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28 mod (33) related to a certain beginning of this series. ¿From a mathematical point of view 8 leap years within 33 years lead to a good approximation of the length of a year. It is also possible to arrive at this 33 years cycle by just observing the vernal equinoxes over many years and measuring its dates. The result is a strong coincidence of dates 33 years apart.

3 The Iranian calendar in comparison to the Gregorian calendar

3.1 The length of a year

The average lengths of a year are as follows. The Julian calendar (in Christian Europe before 1582, and in many countries even much longer) has an average length of 365.25 days, the Gregorian one of 365.2425 days, and the calendar of Omar Khayyam 365.242424.... days (8 leap years within 33 years). This calendar is the basis of the modern Iranian calendar. The modified Persian calendar of 2820 years containing 683 leap years leads to an average year of 365.2421972 days. The orthodox reform calendar (see 5.2) has 218 leap years in 900 years and 365.242222... days in a year. By the way, the current astronomical value is 365.24219 days.

3.2 The beginning of months and seasons

The lengths of the 12 months of the Iranian calendar totally fit to the lengths of the 4 seasons. These are unequal since the earth's orbit around the sun is an ellipse with its perihelion in January. The current average length of spring is 92.8 days corresponding to the 93 days of the first 3 months. The same holds for summer with 93.7 days (compared to 93 days), for autumn with 89.9 days (compared to 90 days), and for winter with 88.8 days (compared to 89 or 90 days). Hence the length of the seasons nearly perfectly corresponds to the 4 seasons (and moreover, the length of each month quite well to the position of the sun in a certain ecliptical constellation).

3.3 The vernal equinox

The vernal equinox varies quite a lot in our Gregorian calendar. Concerning the period between 1788 and 2211 the latest equinox was in 1903 (on March 21, 19.15 hours UT), and the earliest will be (of course, if there will be no calendar reforms) in 2096 (on March 19, 14.02 hours UT). The explanation is very easy. 1903 was the last of 7 consecutive non leap years, and 2096 will be the first of again 7 consecutive non leap years which will yield a shift of the equinox by 40 hours and 52 minutes in these 7 years. As a result the vernal equinox in 2103 will be again on March 21 (6.22 hours UT). The reason for this strong oscillation of the vernal equinox is a quite unbalanced distribution of leap years.

3.4 How to change the simple leap year rule ?

In the old Julian calendar every fourth year was a leap year which leads to an error of 1 day in 128 years. In 1582 the European reform decided to skip a leap year from time to time leading to the result of 7 consecutive normal years (e.g. from 1897 till 1903) causing the shift of the vernal equinox just described. The Iranian reform tried to solve the same problem by introducing additional normal years from time to time. This leads to at most 4 consecutive normal years and happens 3 times per century more or less.

3.5 The lifetime of Jesus

There is a special, at least theoretical, connection of this 33 years cycle to the Christian religion. In medieval Europe a strong idea was that Jesus lived for 33 years. Hence the idea to imbed the life of Jesus cyclically in a calendar has a certain theological relevance. Just some questions are mentioned here in this context. Was the calendar of Khayyam known in Europe in the sixteenth century? Was the introduction of this calendar seriously discussed

in Europe? Is this Christian connection even of Persian origin? Certainly Persia was the most important Christian country outside the Roman Empire for many centuries.

3.6 The Gregorian reform of 1582

Some answers to these questions are perhaps related to some details concerning the calendar reform of Pope Gregory XIII in 1582. In [6] the 9 members of the reform commission are mentioned. Among these are a German, a French, a Spanish, and 4 Italians. The two more exotic members are Leonardo Abel from Malta and a certain patriarch from Syria. Only few books and papers mention these two special members, e.g. a nicely written book on calendars and their history [4].

3.7 Nehematallah

This last but maybe not least member was Nehematallah (or Ni'mat Allah, Nehemia, Ignazio Nehemet, Ignatius). He was the patriarch of his Jacobite church in Antioch (Antakya) since 1557, maybe converted to Islam for a while, and in 1576 he resigned as a patriarch. He left Diyarbakir in 1577/78 and via Cyprus and Rhodes he arrived at Roma. In 1579 he sent a letter to Diyarbakir [2].

> He was educated in the lingua franca of the Middle East, Arabic, and he was familiar with the medicine, mathematics and astronomy of the region. ..... and the pope appointed him to the commission for calendrical reform.

This citation is from Jones [9] who moreover gives further details on manuscripts which Ighnatius brought to Roma. His list of manuscripts consists of (among others) Greek authors like Appolonius and Ptolemy (both in Arabic) and Aristotle (in Syriac and Arabic), of Oriental authors like Ibn Sina, al-Kindi, Abu Mashar, and Thabit ibn Qurra (in Arabic, of course), but it contains also the New Testament in Arabic, the Gospels in Persian.

3.8 A first conclusion

Omar Khayyam's 33-year-calendar is (compared to the Gregorian calendar and even more to the Julian calendar) more exact, more balanced, it better represents the 4 seasons, it is older, and in a certain sense even more Christian.

4 A short history of the Iranian calendar

4.1 The twentieth century

The modern calendar of Iran was introduced as solar calendar in the year 1344 A.H. (Islamic lunar calendar) corresponding to 1925 A.D. The 11^{th} day of Farvardin 1304 Š was March 31, 1925 A.D. Š denotes the solar Hejira year. This counting corresponding to the Hejira in 622 A.D. was reformed when on March 21, 1976 the Šahinšahi calendar was introduced. This era is related to Old Persian traditions of the sixth century B.C. (Cyrus). Hence the year 1355 Š became the year 2535. This new era was already abolished in the year 2537 when the solar Hejira calendar was introduced again on Šahrivar 5, 1357 Š. This calendar is still in use, even in the Islamic Republic which was established not much later. Moreover, this calendar is used in Afghanistan.

4.2 Omar Khayyam

The modern Iranian calendar has its roots in the eleventh century AD when Jalal-ad-Din Malik Shah Seljuq established a calendar reform commission of 8 astronomers. which worked from 1074 till 1079 AD. The chief scientist was Omar Khayyam who was already mentioned here several times and whose contributions will now be discussed in more detail. The calendar is usually called Jalali calendar or calendar of Omar Khayyam. Omar Khayyam was a famous mathematician, astronomer, and also poet. He was born in 1048 AD in Nishapur and died there in 1122 where both dates are much in doubt. During the week in Miesenbach we could even celebrate his 956^{th} birthday on May 18. However, it is quite impossible that his real birthday is known. However, the day which corresponds to May 18, 1048 may have been of some special astrological and/or religious importance. For further details and many more facts on Omar Khayyam in general see [10]. By the way, there May 15 is given as his birthday.

4.3 Omar Khayyam's poetry

Omar Khayyam worked in Samarkand and Bukhara. As a poet he composed the famous Rubaiyat in Persian, one of them is translated into English as follows.

> For let Philosopher and Doctor preach Of what they will, and what they will not - each Is but one link in an eternal Chain That none can slip, nor break, nor over-reach.

A translation into English can only roughly describe the Persian original as the following two translations of the same poem into English demonstrate, the first one called literal, the second one called meaningful.

> The caravan of life shall always pass Beware that is fresh as sweet young grass Let's not worry about what tomorrow will amass Fill my cup again, this night will pass, alas.

> To be aware of each moment spent Is to live in the now, and be present Worry for morrow shan't make a dent Caring for the now, your mind must be bent.

4.4 Omar Khayyam's mathematics and astronomy

In mathematics Omar Khayyam was very important in the development of algebra. For more information the reader is referred to [1]. In order to introduce Khayyam's calendar research a last of his poems is cited (in German, see [1]) which is concerned with calendars.

> Doch meine Rechenkunst, die hat das Jahr Von Grund vereinfacht, meint ihr — wärs nur wahr ! Hab nur gestrichen vom Kalenderblatt Den Tag, der noch nicht ist, und den, der war.

In 1074 AD Khayyam was called to Isfahan in order to preside the calendar reform commission. Further known members of this commission were Abu Hatim Muzaffar Isfazari, Abul Abbasi Lukari, Abu al-Rahman Khazani, and Maymun ibn-i Najib Busti. As a result of this reform Friday, Ramadan 9, 471 A.H. became Farvardin 19, 448 E.Y. (Era of Yazdegerd). This day was March 15, 1079 AD (Julian). The era of Yazdegerd is related to the last Sassanian king who started his reign in 632 AD, by the way, the year of death of the prophet Muhammad who had founded the religion which replaced the old Zarathustrian religion in Iran. This era was still used by those Persians who were in favour of the old Sassanian empire and its Zarathustrian religion and not so much of the new religion of Islam. The ruler Malik Shah was assassinated soon after the introduction of this new calendar. For most of the centuries between Omar Khayyam and us the Islamic calendar was also dominant in Iran. A later important scientist involved in possible reform ideas was Nasir al-Din al Tusi in Maragha.

4.5 Old Persian calendars

The earlier calendar traditions of Iran cannot be discussed in this short paper in detail. The interested reader is referred to [3] and other specialized papers. However, they are quite important for the later development. The Zarathustrian calendar had 12 months of 30 days each plus 5 extra days which lead to a rotation of the seasons through the year (like e.g. in Old Egypt). The names of the modern Iranian months go back to this early tradition. It is quite probable that this calendar was imported from Egypt in the sixth century BC during the Achaemenid conquest of Egypt.

5 Final remarks

5.1 Further calendars

There were and are many other calendars in the history of mankind, a few of which will be discussed at the end of my paper. The followers of Mandaean religion used and still use a calendar of their own, probably inherited from the Old Persian calendar [7]. A year has always 365 days consisting of 12 months of 30 days each and 5 extra days. Hence the months and also special holy days and jubilee days rotate through the seasons. The calendar of Coligny was probably used in Celtic Gaul before the Roman conquest more than 2000 years ago [5]. This calendar exists as a bronze plate consisting of 5 years or 62 months or 1832 days, found in 1897 in Coligny in France. Hence this calendar exists materially whereas most calendars exist rather as an idea than in material form. Since it is not known where and when and how exactly this calendar was really used, it is not clear how the jubilees were celebrated. However, it is quite probable that they were closer related to the calendar itself than to the astronomical seasons. A third prominent case where calendars (and hence also jubilees) were more related to certain mathematical calendar cycles than to astronomical events is the cultural region of Mesoamerica [8]. In Mesoamerica the Maya used special calendars which led to big celebrations every 7200 days which is nearly 20 solar years. 7200 days define 1 Katun in the mainly vigesimal Long Count Maya calendar. In their Katun festivals the Maya celebrated the completion of certain rather mathematical than astronomical cycles. The Aztecs mainly celebrated the completion of the socalled Mesoamerican century after 18980 days which is, in fact, nearly 52 years and results as a combination of two calendars of 260 days and 365 days. Altogether, these special examples of ancient cultures again show how different calendars can lead to very different ways how to celebrate jubilees and anniversaries.

5.2 The Orthodox reform proposal

Let us conclude this paper on Iranian and European calendars by discussing a chance for Europe to compete with the superiority of the Iranian calendar. There is an Orthodox reform proposal for a common calendar of Western and Eastern European churches, published by the Serbian astronomer M. Milankovich (1879-1958), born 125 years ago. This reformed Julian calendar of Constantinople in 1923 has the following leap year rule. A century year is a leap year, only if a division by 900 leaves a rest of 200 or 600. The next time when this reformed calendar and the Gregorian one differ is in the year 2800 AD. It should not be so difficult for Western Europeans to agree with this better calendar since anyhow the practical consequences are so far in the future.

5.3 Calendars at the crosspoint of many sciences

At last, it should be mentioned that calendars are not only the constructions of mathematicians and other scientists but that their organisation and practice is due to many political, social, and religious circumstances. Hence the research on the history of calendars has to take into account many more aspects than just those of mathematics and astronomy. As discussed in the beginning of this paper, jubilees depend on calendars and number systems which both are deeply dependant on the cultural background of nations, countries and cultures.

References

[1] H.-W. Alten, A. Djafari Naini, M. Folkerts, H. Schlosser, K.-H. Schlote, H. Wußing, 4000 Jahre Algebra, Berlin- Heidelberg (2003).

[2] Y. Azzo, Risalat al-batriyark Ighnatius Ni'mat Allah, al-Mashriq 31 (1933), 613-623, 730-737, 831-838.

[3] F. de Blois, The Persian calendar, Iran 34 (1996), 39-54.

[4] D.E. Duncan, The calendar, London (1998).

[5] H. Gropp, Some remarks on Celtic mathematics, História e Educação Matemática, Proceedings Braga 1996, Vol. II, (eds. M.J.Lagarto, A. Vieira, E. Veloso), Braga (Portugal) (1996), 162-169.

[6] H. Gropp, Christoph Clavius (1538-1612) und die Gregorianische Kalenderreform, in: Verfasser und Herausgeber mathematischer Texte der frühen Neuzeit, Schriften des Adam-Ries-Bundes Annaberg- Buchholz, Band 11, (ed. R. Gebhardt), Annaberg-Buchholz (2002), 281-287.

[7] H. Gropp, Mathematik und Astronomie der Mandäer, Tagung zur Geschichte der Mathematik, Erfurt 2002, Algorismus (2004, to appear).

[8] H. Gropp, On the mathematics and astronomy of the Maya and Aztecs, HPM Proceedings Uppsala (2004, to appear).

[9] J.R. Jones, Learning Arabic in Renaissance Europe (1505-1624), Leiden (1995).

[10] A.P. Yushkevich, B.A. Rosenfeld: Al-Khayyami, in Dictionary of Scientific Biography.

The Moscow Mathematical Society: one of the oldest mathematical societies in Europe

S.S. Demidov (Moscow)

1. The Russian mathematical life in the XVIIIth – first part of the XIXth centuries

. The development of the science in the XVIIIth – XIXth centuries in Russia consists a part of the European process. Its start point is the organization of the Petersburg Academy of Sciences (1724) and the University of Moscow (1755). As a result: the science and the education became elements of the Russian life. Through the activity of L. Euler's disciples the mathematical education was successfully developed [1, part 2].

The second stage comprises, at the beginning of the XIXth century, Alexander's I reforms. From them mainly arise the system of the national education which was formed. The first great mathematicians not delay to appear: N.I. Lobachevskii, student of Kazan University, and M.V. Ostrogradskii, student of Kharkov University. Thus was born the appropriate professorship of mathematics. First of all in Kazan with Lobachevskii and his pupils [1, part 3]. At the same time the oldest in country Moscow University was not flourished. The explanation is very simple: in Russia the new Universities were organized according to the last tendencies on the development of science, and the old tradition which reigned in Moscow University reflected its weak side in mathematics - in mathematical sciences as well as in their teaching. To change this situation, the Ministry of National Education in the years 20-s and 30-s intervened and decided to remove from Kazan to Moscow in 1834 professor N.D. Brashman.

Professor Nikolai Dmitrievich Brashman and professor N.E. Zernov , a student of the Moscow University [1, p. 220], inaugurated the beginning of a rigorous mathematical education and studies in Moscow. However we want to restrict ourselves only to Brashman [2, 3, 4]. We were obliged not only from the fact that he was related to Vienna: he was student of Wiener University and Wiener Polytechnical School. But, the principal motive is his decisive contribution on the history of the Moscow Mathematical Society.

2. Professor Nikolai Dmitrievich Brashman

N.D. Brashman was born on the 14th of June 1796 in Rousinov, near Brno in a modest family of merchant (1). He studied in Wiener University and in Wiener Polytechnical School (see Appendix). Professor J.S. Littrow, who had a great esteem for his student full of promises, played a significant role in his life. After his graduation he tried to support him. He understood that Brashman without financial resources and protections could not make a carreer in his own country. As former professor of Kazan University, and as corresponding member of the Petersburg Academy of Sciences, Littrow advised him to emigrate to Russia and furnished him with introduction's letters. In 1823 Brashman arrived in Petersburg and, after a short period of teaching in the Petersburgian German secondary school (Peterschule), he began to give lectures in Kazan University as private dozent in the chair of mathematics and astronomy close to N.I. Lobachevskii. In Kazan University Brashmann was formed as a teacher and as an scientist. In August of 1834 the Ministry of National Education delegated him to Moscow as an extraordinary professor of Moscow University where very quickly he became an ordinary professor of the chair of applied mathematics.

In the University of Moscow his brilliant enlightening activity was developed. Together with N.E. Zernov, who held the chair of pure mathematics, he brought up teaching the mathematical disciplines to the level of the best European universities. The results were not long to appear. Among their disciples we can quote the well known scientists as: O.I. Somov (1815 – 1876; graduated in 1835), A.Yu.Davidov (1823 – 1886; graduated in 1849), N.V. Bugaev (1837 – 1903, graduated in 1859), at last P.L. Chebyshev (1821 – 1894; graduated in 1841) - the most famous Russian mathematician of the second half of the 19th century. Till the end of his life Chebyshev conserved a grateful reminiscence to his teacher having on his desk Brashman's portrait. Brashman was awarded twice (in 1835 and in 1836) for his textbooks with the Demidov price of the Academy of Sciences. We must stress that M.V. Ostrogradskii and P.L. Chebyshev highly appreciated his scientific works. In 1855 Brashman was elected corresponding member of the Petersburgian Academy of Sciences.

In Moscow in 1864 a group of mathematicians headed by Brashman and Davidov founded the Moscow Mathematical Society (2) - one of the oldest in the world. Brashman became the first president of the Society (3). The first volume of the official organ of the Society (the journal "Matematicheskii Sbornik" (Mathematical Collection), which in the XXth century became one of the leading mathematical journal in the world) appeared in 1866 and begun with his portrait and his biography [2] written by Davidov - as the founder and the first president of the Society as Brashman died in May 1866.

3. The Society in the XVIIIth – the beginning of XXth centuries

The first goals of the founders of Society were very modest. The first article of the regulation (1864) of the Society was the following: "The purpose of the Society is the mutual support in the studies of mathematical science" [9, p. 239]. The Society contained a small circle of scientists: 13 members (the majority of them were connected to Moscow University) lived in Moscow and only one (P.L. Chebyshev) resided in another city - in St. Petersburg. The Society permitted to the unite activities of all mathematicians who lived in Moscow. Among the members of the Society side by side with the professors of the University we can mention a modest teacher of the Moscow Peterschule the remarkable geometer K.M. Peterson (1828 – 1881).

This Society contributed to transform at the beginning of the XXth century Moscow to a notable center of mathematical studies in Europe, known first of all for the remarkable results in applied mathematics (N.E. Zhukovskii (1847 – 1921), S.A. Chaplygin), in differential geometry (B.K. Mlodzeevskii (1858 – 1923), D.F. Egorov (1869 – 1931)) as well as in projective geometry (K.A. Andreev, A.K. Vlasov), in number theory (N.V. Bugaev) and in the theory of functions of complex variables (P.A. Nekrasov (1883 – 1924).

The Society showed evidence of its activities: we must stress that in 1866 the first volume of the journal of Society "Matematicheskii Sbornik" was published. And very quickly the targets of the leaders of the Society increased and became more ambitious. In the new statutory established in 1866 (this statutory and the foundation of the Society were approved by the Emperor in 1867) we can read:

"The Moscow Mathematical Society is founded at the Moscow university having the purpose to support the mathematical sciences in Russia" [8, p.240]. Very quickly the Moscow Mathematical Society was transformed from a small circle of scientists (14 members) to a real national society: in 1913, on the eve of the First World War, the Society comprised 112 members: only 34 members lived in Moscow, 57 in various Russian cities, and 21 were foreign members. The activity of the Society adopted a national character. Concerning its importance for the life of the Russian mathematical community, "the Society was the number two after the Academy of Sciences" [1, p.317].

If the Academy of Sciences, the supreme scientific institution of the country, wasn't overburden with "local" problems, the organization of the Russian national mathematical life became the main problem for the Moscow Mathematical Society. Its members were social active mathematicians from the all regions of the country, and during its sessions mathematicians from different universities of Russia gave conferences. The Moscow Mathematical Society was concerned for the oppositions and the antagonisms which subsisted in the Russian mathematical life. For example the discussions of 1887 – 1891 concerning the results of V.G. Imshenetskii, on his eventual lacunas revealed by his petersburgian colleagues A.A. Markov and A.N. Korkin. Also Kovalevskaya's results about the problem of the rotation of a solid body around fixed point for which she had earlier won the prix Bordin of the Paris Academy of Sciences were criticized by A.A. Markov.

The Society developing its international relations, supported the Russian mathematical community to stress its international character and to become a part of the European mathematical community.

4. The Society in the Soviet period

During the years of the Revolution and the Civil War the normal life of the Russian mathematical community was destroyed. Its gradual normalization begun only during the years 20s. The Moscow Mathematical Society played in it a very important role. (We want to stress that in these years Moscow became the capital of the country.) In 1923 D. F. Egorov was elected president of the Society (4). In these difficult years he did all he could to revive the normal activity of the Society and more he transformed the Society to the leading force in the organization of the life of the all Soviet mathematical community. In 1924 he could reestablish the edition of "Matematicheskii Sbornik" stopped by the war and by the Revolution. Egorov tried to overcome the old confrontation between the mathematicians of two capitals and he invited the lieder of the Leningrad school V.A. Steklov to join the Editorial board of "Matematicheskii Sbornik". This journal become not only national but an international one. Thus began to accept papers not only written in Russian, but also in German, in French, in Italian and in English. As a result in the years 29-s appeared in the journal the papers of E. Cartan, M. Frechet, J. Hadamard, H. Hopf, S. Lefschetz, R. von Mises, E. Noether, V. Sierpinski, L. Tonnelli.

Under the presidency of Egorov the Society organized the Russian Mathematical Congress in 1927, from which arises the active life of the Soviet mathematical community; thus they decided to work on the edition of Lobachevskii's "Complete Works". At the same time the Society contributed to blooming of one of the most brilliant mathematical school of the XXth century - this of the Moscow school of the theory of functions and as well as its derivated schools - marked by the scientific works of V.V. Stepanov, D.E. Men'shov, V.V. Golubev, A.Ya. Khinchin, P.S. Aleksandrov, L.A. Lyusternik, M.A. Lavrent'ev, N.K. Bari, P.S. Novikov, I.G. Petrovskii, A.N. Kolmogorov, L.V. Keldysh, S.M. Nikol'skii, L.G. Shnirel'man, . A.O. Gel'fond, A.N. Tikhonov, A.G. Kurosh, L.S. Pontryagin, A.I. Mal'tcev, M.V. Keldysh, I.M. Gel'fand. and others. When in the beginning of the 30-s started Stalin's reforms concerning the Soviet science (during which the Academy of Sciences of the USSR and the Steklov Institute were transferred to Moscow and by this decision was stopped the rivality between the mathematicians of two capitals) was born the Soviet mathematical school, one of the leading mathematical school of the second half of the XXth century, having as base this school as well as this of the Petersburg-Leningrad school (S.N. Bernstein, I.M. Vinogradov, B.N. Delone, S.L. Sobolev and others). Moscow Mathematical Society played an important role in its formation.

Certainly all scientific and educational life in the USSR was put under the rigorous control of executive and ideological organizations. Everything that surpasses the norms of the Soviet system became automatically a subject of persecution. One of the victims of the new regime was the president of the Moscow Mathematical Society D.F. Egorov who openly demonstrated his opposition to the policy of the Soviet power. He was arrested in September 1930 and in the next year dead in exile in Kazan [11, 12]. That epoch was a very hard period for the life of the Society. Without any difficulty the Soviet authorities could stop its activity. But the Society could survive - in 1932 P.S. Aleksandrov became its president and remained in this post till 1964. The Society could be adapted to the Soviet reality and at the same time to preserve its function as a public organization defended its permanent principal target this of «the development of the mathematical sciences» in the country.

After Stalin's reforms on Soviet science the Society loose its protagonistic role as the most important mathematical institution in the country but it preserved the role of the most important public mathematical organization in the USSR.

During its sessions appeared almost all the most important results of the Soviet mathematicians, all noted events of the scientific life were manifested, and almost all the foreign mathematicians who visited Moscow exposed their achievements. The editorial activity of the Society was remarkable - the Society edited such kind of books as: "Mathematics in the USSR for 30 years", "Mathematics in the USSR for 40 years", "Mathematics in the USSR. 1958 - 1967", and participated to the edition of the journals "Matematicheskii Sbornik", "Uspekhi Matematicheskikh Nauk" (Success in Mathematical Sciences). Also the Society also organized conferences and seminars, and established special prizes for young mathematicians, among the winners we can mention the best Soviet mathematicians.

From its foundation the Society was deeply concerned about the problems of the mathematical education in primary and secondary schools (5). In 1934 the Society established a special division for high schools. Its principal goals were to extend the boundaries of mathematical instruction, to exchange didactic experience and to found permanent connections among the professors of secondary and higher education. An important initiative of the Society was the establishment of the mathematical Olympiads for secondary schools. The very first started in 1935.

The Moscow Mathematical Society (as a public but not a state institution) could also realize its non-orthodox projects, so offers the possibility to present the communications and to publish the mathematical papers of dissidents-mathematicians, and at last, the Society could in 1970 elect as president professor I.R. Shafarevich, a well known dissident at that period.

5. Conclusion

The Moscow mathematical society played an important (sometimes determinate) role on the development of mathematical researches, on the construction of the national mathematical community and, mainly, in the creation of the distinguished Soviet mathematical school.

In this perspective we must consider the scientific and the educational activity of its first president, one of the founder of Moscow mathematical center, an eminent professor of Moscow University, who was the master of many leading Russian mathematicians (among them P.L. Chebyshev), corresponding-member of the Russian Academy of Sciences, a student of Wiener University and Wiener Polytechnical School: Nikolai Dmitrievich Brashman.

Notes

1. We wish to express our warmest thanks to Dr. Jaromir Bastinec, who gave to me this information. Consequently the information in the old literature [2, 3, 4] is not correct.
2. The first Mathematical Society was organized in Moscow in 1811 [6]. But this society could not survive, as at that time in Moscow "there did not exist a sufficient number of active professional mathematicians to support its function for enough time"[7, c. 28].
3. Before the Revolution of 1917 the following presidents were elected (cf. [8]): N.D. Brashman (1864 – 1866), A.Yu. Davidov (1866 – 1886), V.Ya. Tcinger (1886 – 1891), N.V. Bugaev (1891 – 1903), P.A. Nekrasov (1903 – 1905), N.E. Zhukovskii (1905 – 1921).
4. After N.E. Zhukovskii (cf. [10]) presidents were: B.K. Mlodzeevskii (1921 – 1923), D.F. Egorov (1923 – 1930), P.S. Aleksandrov (1932 – 1964), A.N. Kolmogorov (1964 – 1966), I.M. Gelfand (1966 – 1970), I.R. Shafarevich (1970 – 1973), A.N. Kolmogorov (1973 – 1985), S.P. Novikov (1985 – 1996), V.I. Arnold (from 1996).
5. The first volumes of the "Matematicheskii Sbornik" contain a special section dedicated to the professors of the secondary education [9].

Bibliography

1. Yushkevich A.P. History of Mathematics in Russia before 1917. Moskva: Nauka. 1968. (In Russian.)
2. [Davidov A.Yu.] N.D. Brashman. In: Matematicheskii Sbornik. T. 1. 1866. C. XI – XXVI. (In Russian.)
3. Likholetov I.I., Maistrov L.E. Nikolai Dmitrievich Brashman. Moskva: Izdatel`stvo Moskovskogo Universiteta. 1971. (In Russian.)
4. Grigorian A.T. Brashman Nikolai Dmitrievich. In: Dictionary in Scientific Biography. V. 2. 1970.
5. Demidov S.S. [Nikolai] Dmitrievich Brashman. In: Acta Historiae Rerum Naturalium Necnon Technicarum Prague Studies in the History of Science and Technology. New Series. Vol. 7. Prague. 2003. P. 63 – 72.
6. Tokareva T. A. The Philomathical Prologue of the Moscow Mathematical Society. In: Istoriko-matematicheskie Issledovaniya. 2nd. Ser. Vol. 7 (42). 2002. P. 39 – 62. (In Russian.)
7. Demidov S. S., Tokareva T. A. The Moscow Mathematical Society: Fragments of its History. In: Istoriko-matematicheskie Issledovaniya. 2nd. Ser. Vol. 8 (43). 2003. P. 27 – 49. (In Russian.)
8. Demidov S.S., Tikhomirov V.M., Tokareva T.A. The Moscow Mathematical Society. In: Notices of European Mathematical Society. Part 1. Dec. 2003. Issue 50. P. 17 – 19.
9. Demidov S.S. La revue "Matematicheskii Sbornik" dans les annees 1866 – 1935. In : Ausejo E., Hormigon M. (Eds.) Messengers of mathematics: European Mathematical Journals (1800 – 1946). Madrid: Siglo XXI de Espana Editores, S.R. 1993. P. 235 – 256.
10. Demidov S.S., Tikhomirov V.M., Tokareva T.A. The Moscow Mathematical Society. In: Notices of European Mathematical Society. Part 2. March. 2004. Issue 51. P. 25 – 27.
11. Ford Ch. Dmitrii Egorov: Mathematics and Religion in Moscow. In: The Mathematical Intelligencer. V. 13. 1991. P. 24 – 30.
12. Demidov S.S. Professor of Moscow University D.F. Egorov and the doctrine on the veneration of the Name of God in Russia in the first third of the XXth century. In: Istoriko-matematicheskie Issledovaniya. 2nd Ser. Vol. 4 (39). 1999. P. 123 – 155. (In Russian.)

Appendix

In the Archive of Wiener Technische Hochschule we found the very first traces of N.D. Brashman as student (1). More precisely, in the Pruefungskatalog (1816 - 1820) in the 80^{th} – 81^{th} pages (for 1819) we can found the following information: Ignatz Braschmann (it was his name at that time - S.D.) born in Neu Rausnitz in Mahren (Moravia) near Brunn (now Brno), had a special permission to study as israelite. He studied one year and then he left the institution. He was examined by prof. F.A. Gerstner (2) in 29. August 1818 in land-survey, in practical geometry and in geodesy and obtained excellent notes.

In Russia he took the first name Nikolai Dmitrievich. He was converted to Christianity - at first to protestantism and later to orthodox.

Notes

1. We want to express our warmest thanks to the archivist Mrs. Juliane Nikoletski for her precious help.
2. Franz Anton Ritter von Gerstner (Prague, 1795 - Philadelphia, 1840) studied in Prague Technische Hochschule near his father Franz Joseph Gerstner, who founded this institution. In 1818 he became professor of the practical geometry in Wiener Technische Hochschule. Later he was involved to the construction of

Railways in Austria, in Russia, and in the North America. (Die K.K. Technische Hochschule in Wien 1815 – 1915. Gedenkschrift herausgegeben vom Professorenkollegium predigiert von Hofrat Prof. Dr. Joseph Neuwirth. Wien: Selbstverlag der K.K. Technischen Hochschule in Wien in Kommission bei Gerold&Co in Wien. Wien. 1915)

Christine Phili und Sergui Demidov (Photo: Peter Schmitt)

NOTED MATHEMATICIANS OF FRANZ JOSEPH UNIVERSITY

László Filep, College of Nyíregyháza, Nyíregyháza, Hungary; filepl@nyf.hu
Gábor Dezső, Babes-Bolyai University, Cluj, Romania; gdezso@math.ubbcluj.ro

Higher education in Hungary before 1872

The first attempt to establish a college in Hungary was made by King Béla IV around 1250. More than a century later, King Louis the Great founded a university in Pécs (1367). That time, there existed only three universities in Central Europe: Prague (1348), Krakow (1364), and Vienna (1365). Around 1389, at the request of Sigismund of Luxemburg, the pope raised the college in Óbuda (Ofen) to university rank. George Peurbach (1423-1461) worked here for some years, writing an astronomical book. In the next century, King Matthias Corvinus established a four faculty university in Pozsony (Bratislava, Pressburg) in 1467 called Academia Istropolitana. Regiomontanus (1436-1476) was also a professor of this university between 1467 and 1471.

Unfortunately these premature universities existed only for some decades, so did not have much influence on Hungary's scientific life. During the next two centuries Hungary was divided into three parts: royal Hungary, Turkish occupation, and Transylvania (Erdély, Ardeal, Siebenbürgen). The role of the former universities was taken over by church (mainly protestant) colleges.

Transylvania alone had six protestant colleges, from which that of Gyulafehérvár (Alba Iulia) was the best having noted German professors (Alsted, Bisterfeld, Piscator). The college of Kolozsvár (Cluj, Klausenburg) was founded by the reigning prince István Báthory in 1579. Three years later, the pope recognized it as a university. Unfortunately, because of the unfavourable historical circumstances the college could have not become a real university. Finally, the emperor Joseph the Second dissolved it in 1784.

The first real and stable university came into being in Nagyszombat (Trnava) in 1635. Later it moved to Budapest and gradually became the leading university of Hungary having the name "Lorand Eötvös" today. Besides this university Budapest had a technical college established by Joseph the Second in 1782. This college became a university in 1871 as Joseph Technical University (József Műegyetem).

Establishment of Franz Joseph University in Kolozsvár

The Compromise (Ausgleich) between Hungary and Austria in 1867 made possible for Kolozsvár to comply with his long-term desire: having a university opened on November 10, 1872. From 1881 its official name was: Hungarian Royal Franz Joseph University (Magyar Királyi Ferenc József Tudományegyetem). The university had four faculties: medicine, law, humanities, mathematics and natural science. Having a separate faculty for mathematics and natural sciences shows that the new university wanted to put more stress on these fields. That time only the University of Tübingen had a similar faculty in Europe.

The first professors of mathematics, Samuel Brassai (1800-1897) and Lajos Martin (1827-1897), were not trained as mathematicians. Brassai was a polyhistor, but had no university degree. Martin studied engineering at Budapest Technical University. The professor of mathematical physics, Mór Réthy (1848-1925) studied at the universities of Vienna, Göttingen and Heidelberg. Gyula Vályi (1855-1913) was his best student, and the first who handed a doctoral dissertation to a Hungarian university containing new mathematical results.

Gyula Farkas (1847-1930) took over the chair of Réthy in 1887 and played an outstanding role in making Kolozsvár the most significant centre of Hungarian mathematics. He invited young talented scientists to the university such as Lajos Schlesinger, Rudolf Ortvay, Lipót Fejér, Frigyes Riesz and Alfréd Haar. Besides, he reached important results in theoretical physics and mathematics. The *Farkas-lemma* is of fundamental importance in linear programming and game theory. János Neumann used this lemma to prove his duality and minimax theorems. His disciple and successor, Rudolf Ortvay established the Hungarian school of theoretical physics.

Lajos Schlesinger (1864-1933) studied in Heidelberg and Berlin. He was an acknowledged expert of the theory of *differential equations*. He was also an enthusiastic teacher writing 15 lecture notes in Kolozsvár. He discovered the birthplace of János Bolyai, and held one the commemorative addresses at the occasion of his birth centenary. In 1911 he received the invitation of Giessen University.

It was the Franz Joseph University, too, who offered university job for Lipót Fejér (1880-1959) and Frigyes Riesz (1881-1956), the scientific twins who established the Hungarian mathematical school. To get a job at a university for a mathematician in Hungary was hard that time (and hard today, too) for even such internationally recognized persons as L. Fejér and F. Riesz. It spite of his Comptes Rendus paper (1900) containing *Fejér-summation* and Fejér-theorem on Fourier-series, L. Fejér could not get a permanent job until 1905 when he got to Kolozsvár as "repetitor". His carrier speeded up in 1910 when N. Poincaré arrived at Budapest and inquired about him. Next year he was nominated a professor in Kolozsvár, and shortly after was invited to Budapest University.

Frigyes Riesz's situation was similar. In 1907, the year of the birth of the *Riesz-Fischer-theorem*, he was a secondary school teacher. Only four years later got job in Kolozsvár to replace L. Schlesinger. Next year Alfréd Haar (1885-1933) was invited from Zürich for taking over the chair of L. Fejér. The university wanted to set up a third mathematical department, so invited tenders for the post. Marcell Riesz, Tódor Kármán, Pál Dienes, Zoárd Geőcze, Lajos Dávid applied for the job. Finally the post was not filled, so M. Riesz remained in Stockholm and T. Kármán in Aachen. P. Dienes immigrated to England after the collapse of the Hungarian Soviet Republic in 1919. Zoárd Geőcze, pioneer of surface measurement, died during the war, while L. Dávid thought further at a secondary school.

Lajos Dávid was among the noted Hungarian mathematicians who received university or doctoral degree at Franz Joseph University, such as Károly Kaluzsay, Gyula Pál, József Suták, Gyula Szőkefalvi Nagy, Pál Veress, Cirill Vörös, and others.

Frigyes Riesz called K. Kaluzsay (1889-1915) his most talented student. Kaluzsay proved some nice theorems in *topology* but unfortunately died during the war. Gyula Pál (1881-1946) took his doctorate at Frigyes Riesz. After the war he immigrated to Copenhagen where he became professor at the Technical University. József Suták (1865-1954) translated into Hungarian the Appendix, János Bolyai's famous work. He was professor of mathematics at Budapest University. Pál Veress (1893-1945) taught at Budapest University as private docent, and wrote a good textbook on real analysis. He was killed by a bomb during the siege of Budapest. Cirill Vörös (1868-1948) published books on Bolyai and Riemann geometries.

As a result of the First World War, Transylvania went to Romania; the Royal Hungarian Franz Joseph University was converted to the Royal Romanian Ferdinand University in 1919. The professors of the Franz Joseph University moved to Budapest, then to Szeged, and restarted the work of the Franz Joseph University there.

Years in Szeged (1921-1940)

Frigyes Riesz and Alfréd Haar had to restart their work without library, periodicals, as well as under strict financial means. The Carnegie and Rockefeller foundations helped them to buy books and to order periodicals. Further, they established a mathematical journal, the so-called "Acta Szeged", the first world standard one in Hungary. In 1925 the third (geometric) department finally set up headed by Béla Kerékjártó (1898-1946). In 1938 Kerékjártó moved to Budapest University. His chair was taken over by Gyula Szőkefalvi Nagy. Besides these professors, the Bolyai Mathematical Institute of Szeged had Tibor Radó, István Lipka, László Kalmár, Béla Szőkefalvi Nagy, László Rédei in lower ranked positions. This people formed the strongest mathematical community of then Hungary. The enclosed picture taken in 1928 illustrates this statement.

Béla Kerékjártó was one of the pioneers of *topology*, author of the monograph "Vorlesungen über die topologie" (Berlin, 1923). He wrote another important book on the *foundations of geometry* published in Hungarian and French. Alfréd Haar most important discoveries (*Haar-measure, Haar-integral*) appeared in his last paper. János Neumann used them in solving partially Hilbert's fifth problem.

Again in Kolozsvár (1940-1944)

When North-Transylvania returned to Hungary in 1940, the Franz Joseph University also returned to Kolozsvár, while the Romanian one moved to Sibiu (Nagyszeben, Hermanstadt). The university in Szeged was not closed but continued its work as "Miklós Horthy" University.

The two mathematics professors of this period were Gyula Szőkefalvi Nagy (from Szeged) and Lajos Dávid (from Debrecen). Samu Borbély, László Fejes-Tóth, and Ottó Varga also worked there in lower ranked positions.

Sixty years ago (on September 17, 1944) the Franz Joseph University held its last academic year opening ceremony in the air-raid cellar because of the heavy bombing. Next month the council decided to change the name Franz Joseph to János Bolyai. Between 1945 and 1959, Cluj (Kolozsvár) had two universities: the Romanian Babes and the Hungarian Bolyai. In 1959 the Romanian Babes-Bolyai University with a Hungarian section was formed from them.

Gyula Szőkefalvi Nagy (1887-1953) taught at secondary schools in Transylvania till 1929 when he moved to Szeged. After 1945 he worked again there. His research field belongs to the borderlands of algebra and geometry. He wrote a good book on the theory of *geometrical constructions*, and worked successfully in teacher training. Lajos Dávid (1881-1962) was the founding professor of the Mathematical Institute of Debrecen University. He established there a small school in *history of mathematics*. In 1945 he returned to Hungary but did not get any job.

Ottó Varga (1909-1969) was born in Czechoslovakia, studied at Prague University and started to work there. Then Kolozsvár, Debrecen and Budapest followed. His research field was the *theory of Finsler-spaces*. He founded a school in differential geometry. Samu Borbély (1907-1984) studied at the Technical University in Berlin, and started to work there. Between 1933 and 1941 he taught at Budapest Technical University. He remained in Kolozsvár till 1949. Then he moved to Miskolc, where he was chair holder professor at the technical university. Between 1960 and 1964 he was director of the mathematical institute of Magdeburg Technical University. He carried successful research in several fields of *applied* *mathematics* and wrote a textbook for engineering students. László Fejes-Tóth, living now in Budapest, is the founder of a new branch of geometry called *discrete geometry*.

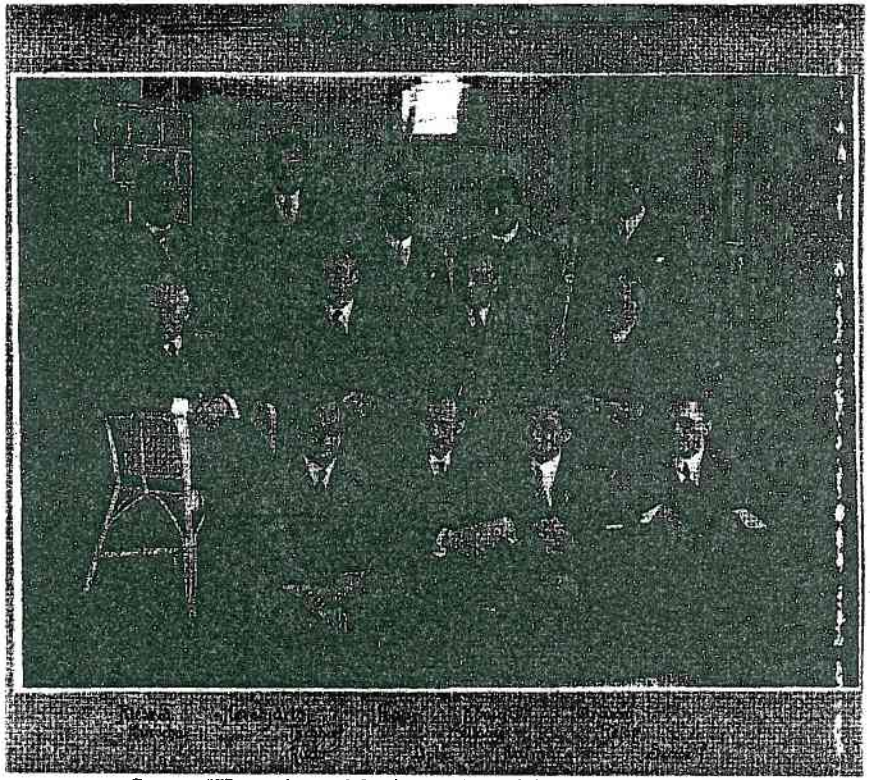
References

1. Dezső Gábor: Non- Euclidean geometry and didactics. Proc. VI. Österreichisches Symposium zur Geschichte der Mathematik. Neuhofen, 2002. pp. 13-17
2. Filep László: Fejér Lipót és Riesz Frigyes. In: Magyar Géniusz. Rubicon, Budapest, 2001.
3. Filep, László: Lajos Dávid (1881-1962), historian of Hungarian Mathematics. Ganita Bharati, 3-4 (1981), 65-70.
4. Filep, László: Life and work of Gyula Farkas (1847-1930). Boll. Storia Sci. Math., 3(1983), 137-160.
5. Gaal György: Egyetem a Farkas utcában. Kolozsvár, 2001.
6. Gábos Zoltán: A Ferenc József Tudományegyetem fizikusai. In: 125 éves a kolozsvári egyetem. Kolozsvár, 1999.
7. Kolumbán József: A kolozsvári matematikai iskola kialakulása. In: 125 éves a kolozsvári egyetem. Kolozsvár, 1999.
8. Maurer Gyula: A Bolyai Tudományegyetem matematikai intézetének tevékenysége. In: A kolozsvári Bolyai Egyetem 1945-1959. Budapest, 1999.
9. Szénássy, Barna: History of mathematics in Hungary until the 20th century. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1992.

Lipót Fejér

Gyula Farkas

Frigyes Riesz



Group of Hungarian and foreign mathematicians in Szeged in 1928

UBER DEN TERZENAUFBAU DER AKKORDE

Miloš Čanak,Beograd

1. Einführung

Wir beginnen unsere Überlegungen mit der diatonischen,siebenstufigen Tonleiter und dem Terzenaufbau der Akkorde.Die Töne dieser Leiter setzen wir gleichmässig auf die Kontur des Einheitskreises und sie stellen die Scheitel eines regulären Siebeneckes dar (Bild 1).Es bestehen sieben terzgebauten Dreiklänge:

CEG,FAC,GHD - Dur-Dreiklänge
DFA,EGH,ACE - Moll-Dreiklänge
HDF - verminderter Dreiklang .

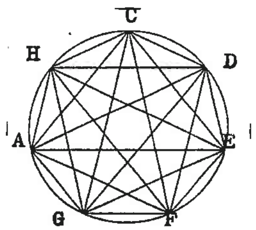


Bild 1

Man interpretiert diese Dreiklänge als sieben kongruente Dreiecke.

In der Tonalitätstheorie spielt die Terzverwandtschaft der Akkorde eine wichtige Rolle.Die grösste mögliche Verwandtschaft von zwei Dreiklänge ist die Terzverwandtschaft,weil diese Akkorde zwei gemeinsame Töne besitzen.Wegen dieser Ähnlichkeit des Toninhalts,erhalten die Akkorde eine ähnliche Rolle in der Tonalität und man nützt sie als mögliche Vertreter.Geometrisch,erkennt man die terzverwandten Dreiklänge als kongruente Dreiecke mit einer gemeinsamen Seite.

Bei der Terzverwandtschaft der Akkorde herscht das folgende Komplementaritätsprinzip:

a/ Jeder Dur-Dreiklang besitzt wenigstens einen terzen Mollverwandten und jeder Moll-Dreiklang besitzt wenigstens einen terzen Durverwandten.

b/ Der verminderte Dreiklang besitzt einen Dur- und einen Mollverwandten.

c/ Ein Akkord besitzt keinen Terzverwandten gleicher Art.

Es bestehen weiterhin sieben terzgebauten Vierklänge

CEGH - gresser Dur-Vierklang , ACEG - kleiner Moll-Vierklang
DFAC - kleiner Moll-Vierklang , HDFA - halbverminderter Vierklang
EGHD - kleiner Moll-Vierklang
FACE - gresser Dur-Vierklang
GHDF - kleiner Dur-Vierklang/Dominantseptimenakkord/

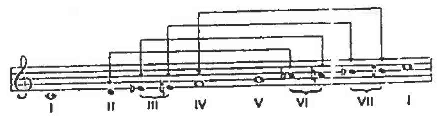
Am Bild 1 interpretiert man diese Vierklänge geometrisch als sieben kongruente Trapeze.Die grösste,mögliche Verwandtschaft bei den Vierklängen ist wieder die Terzenverwandtschaft,weil diese Akkorde drei gemeinsame Töne besitzen.Geometrisch stellen diese Vierklänge die kongruenten Trapeze mit zwei gemeinsame Seiten dar.Hier herrscht auch das Komplementaritätsprinzip.

Wenn wir wieder das Bild 1 betrachten,so stellt das reguläre Siebeneck mit den Seiten,Diagonalen,Dreiecken und Vierecken einen günstigen,ebenen Model für die siebenstufige,diatonische Tonleiter und ihre Drei- und Vierklänge mit dem Terzenaufbau dar.

Bemerkung: Wir haben am Anfang nur die siebenstufige,diatonische Dur-Tonleiter untersucht.Aber,das vollständige System der diatonischen Tonleitern enthält folgende sechs Typen.

Dur	Typus	Moll
I II III IV V VI VII	rein	I II III IV V VI VII
I II III IV V VI VII	harmonisch	I II III IV V VI VII
I II III IV V VI VII	melodisch	I II III IV V VI VII

Wenn man alle diese Typen in eine einzige Struktur umfasst,so enthält sie zehn verschiedene Töne und gibt die folgende Tonfolge:



Die Ergänzung dieser Struktur bis zum zwölftönigen,chromatischen Tonsystem finden wir schon in der Barockenzeit und in der Grundlage der entwickelten,klassischen Tonalität.

2. Eine kombinatorische Interpretation und die Zusammenhang mit dem Orakelbuch Jih-Djing

Im ganzen harmonischen Fonds der klassischen Tonalität spielt die Menge T_4 der diatonischen Vierklänge eine wichtige Rolle. Diese Vierklänge enthalten nur grosse und kleine Terzen. Dabei nützt man zB. die Bezeichnung (g,k,k) für den kleinen Dur-Vierklang, weil dieser Akkord eine grosse und zwei kleine Terzen enthält. Zu dieser Menge gehören die folgenden Typen der Akkorde:

1. grosser Dur-Vierklang (g,k,g)
2. kleiner Dur-Vierklang (g,k,k)
3. grosser Moll-Vierklang (k,g,g)
4. kleiner Moll-Vierklang (k,g,k)
5. halbverminderter Vierklang (k,k,g)
6. verminderter Vierklang (k,k,k)
7. übermässiger Vierklang (g,g,k) .

Man ersieht einerseits die Anwesenheit der Kombinatorik und andererseits die Zusammenhang mit der Jin-Jang-Lehre.

Jin und Jang sind diejenige gegensätzlichen Ursubstanzen, durch deren gegenseitige Einwirkung aufeinander und fortgesetzte Abwandlung die stoffliche Welt hervorgebracht sein soll. Diese Lehre erscheint zuerst im Anhang Hi-Tsi des Jih-Djing/5. Jahrh. vor Chr./ und wurde seitdem von den Kosmogonien fast aller philosophischen Systeme der Chinesen übernommen. Sie bildete zusammen mit der Lehre von den fünf Elementen die Grundlage für die Theorie der Divination, Astrologie und Medizin. Jin gilt als das dunkle, duldend-empfangende, weibliche und Jang als das lichte, tätig-schöpferische, männliche Prinzip. Das erste wird der Erde und das zweite dem Himmel gleichgesetzt. Ihre Symbole sind die gebrochene und die gerade Linie oder Tiger und Drache.

Wenn man das Buch der Wandlungen/Jih-Djing/ als das Orakelbuch nützt, so enthält seine äussere Grundlage 8 Trigramme. Jeder Trigramm enthält weiterhin drei Linien, gebrochene oder gerade/Jin- und Jang-Linien/. Man kann sie in einem Kreisordnung/Bild 2/ darstellen.

Schon am Anfang können wir unsere Trigramme als die Variationen mit Wiederholung von 2 Elementen/Jin und Jang-Linie/, dritter Klasse $\bar{V}_n^k = \bar{V}_2^3 = 2^3 = 8$

interpretieren. Andererseits betrachten wir parallel die sieben erwähnten, diatonischen Vierklänge. Die Grundbauelemente dieser Akkorde sind die grosse und kleine Terz. Die grosse Terz klingt fest, klar und stabil, mit Kraft und Energie. Demgegenüber klingt die kleine Terz weich und zart aber auch düster und kraftlos. Hier ersieht man eine starke Analogie mit dem männlichen-Jang/gerade Linie/ und weiblichen-Jin/gebrochene Linie/Prinzip. Diese Analogie lässt sich am Bild 2 darstellen.

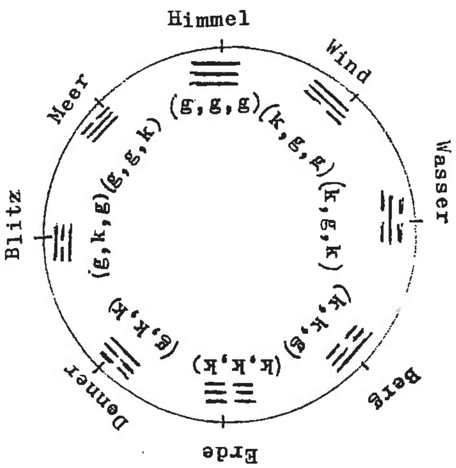


Bild 2

Die diatonischen Vierklänge lassen sich durch Übereinanderlegung der Terzen/grosse und kleine/ erhalten und man kann sie, ähnlich wie bei Jin und Jang, als die Variationen mit Wiederholung von 2 Elementen dritter Klasse $\bar{V}_2^3 = 8$ interpretieren. Es fehlt aber hier der achte Vierklang, der dem Trigramm "Himmel" entspricht. Warum ist es so?

Das Wort "Himmel" enthält zwei Attribute "unerreichbar" und "vollkommen". Diesem Trigramm soll der Akkord mit drei grossen Terzen entsprechen. Aber, durch Addition solcher 3 Terzen erhält man die Oktave. Dieser Akkord ist kein echter Vierklang, weil er nur drei Töne mit verschiedenen Namen enthält. Mit drei sukzessiven grossen Terzen kann man keinen Vierklang erreichen. Andererseits stellt die Oktave, als der Rahmen dieses Akkordes, das konsonanteste Musikintervall und die sgn. "vollkommene Konsonanz" dar. Auf dieser Art und Weise erhalten die Attribute "unerreichbar" und "vollkommen" des Trigramms "Himmel" durch die musikalische Interpretation, einen vollen Sinn.

3. Andere Oktaventeilungen und andere Bauten der Akkorde

Pentatonik enthält nur fünf Töne innerhalb des Oktavzwischenraums/siehe [1]/. Diese Form der Leiter befindet sich im alten Ägipten, Mesopotamien, Syrien, Griechenland, wie im fernen Osten/China, Siam, Polynesien/und bei den Kelten Westeuropas. Die Erscheinung der kleinen Terz und der grossen Sekunde ist charakteristisch für die Anfangsstufe des kindlichen Musikausdrücks, was an die Kinderzeit der Menschheit assoziert.

Man kann diese Tonleiter geometrisch mit Hilfe eines Fünfeckes mit fünf Diagonalen darstellen/Bild 3/.Dabei interpretiert man die 5 gleichschenkligen Dreiecke als die entsprechenden Dreiklänge:

CEG - Dur-Dreiklang
ACE - Moll-Dreiklang
DGC,EAD,ADG - Dreiklänge mit dem Quartenaufbau.

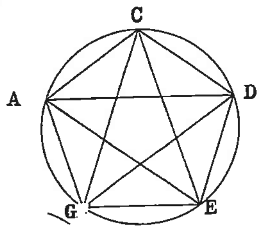


Bild 3

<u>Die Ganztonleiter</u> enthält keine Halbtonschritte,aber sie unterscheidet sich wesentlich von der Pentatonik.Diese Tonleiter teilt den Oktavramen auf 6 Ganztonschritte.Im zwölftönigen temperierten Tonsystem kann man nur zwei klangverschiedene,ganztönige Tonleiter konstruieren.Diese Tonleiter besitzen keinen Schwerpunktton und klingen prinzipiell atonal.Man nützte sie in der Epoche der Musikimpressionismus/Ende des neunzehnten und Anfang des zwanzigsten Jahrhunderts/ als eine Einführung in die moderne Musik,wo die Tonalität systematisch zerstört wurde.

Geometrisch,lassen sich die zwei ganztönigen Tonleiter als zwei kongruente Sechsecke darstellen.In ein solches Sechseck kann man 2 gleichseitige Dreiecke/zwei übermässige Dreiklänge/ einschreiben.

<u>Sekunden- und Quartenakkorde</u>: Neben den anderen Neuerungen,erschien am Anfang des zwanzigsten Jahrhunderts auch die Tendenz des Aufbaues von den Akkorden auf einer anderen Intervallgrundlage.Dabei waren die Sekunden und die Quarten als Bauintervalle vom besonderen Interesse.

Ein Sekundenakkord/cluster/ entsteht durch Interpolation eines Terzenakkordes mit den Sekunden.So kann man durch Ergänzung des Dur-Dreiklanges mit der Sekunde und der Quarte auch einen Sekundenfünfklang erhalten.Die Zahl der Töne in einem solchen Akkord ist nicht begrenzt,aber sie enthalten oft fünf Nachbartöne/besonders in der Klaviermusik/.

Die Quartenakkorden von 3 oder 4 Töne erscheinen manchmal zufällig in der klassischen Harmonie als Kombination der Akkordengrundlage mit einem Ausserakkordenton.Andererseits sind diese Akkorde selbständige Strukturen,die von Quarten systematisch ausgebaut sind.Diese Akkorde vernichten die klassische Terzenharmonie.

Weiterhin interpretieren wir geometrisch die Sekundenfünfklänge und die Quartendreiklänge in der siebenstufigen,diatonischen Tonleiter /C,D,E,F,G,A,H/.Man interpretiert 7 Sekundenfünfklänge als 7 kongruente Fünfecke/CDEFG,DEFGA,EFGAH,FGAHC,.. GAHCD,AHCDE,HCDEF/, /Bild 4/.Andererseits lassen sich die 7 Quartendreiklänge/CFG,DGC,EAD,FHE,GCF,ADG,HEA/ als 7 kongruente Dreiecke auf dem gleichen Bild darstellen.Es ist interessant,dass die beiden Darstellungen ein gleiches Ornament - den siebenschenkligen Stern geben.

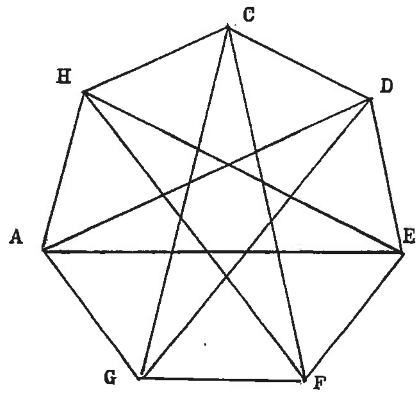


Bild 4

<u>4. Über das zwölftönige gleichtemperierte Tonsystem</u>

In diesem Tonsystem sind,innerhalb einer Oktave,zwölf Tonschritte eingebaut,so dass der Quotient der Schwingungszahlen zweier benachbarter,sonst beliebig wählbarer Töne $q = \sqrt[12]{2}$ ist.So erhält man die folgende Zahlenfolge

c	des	d	es	e	f	fis	g	as	a	b	h	c'
1	$\sqrt[12]{2}$	$\sqrt[6]{2}$	$\sqrt[4]{2}$	$\sqrt[3]{2}$	$\sqrt[12]{2^5}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt[12]{2^7}$	$\sqrt[3]{2^2}$	$\sqrt[4]{2^3}$	$\sqrt[6]{2^5}$	$\sqrt[12]{2^{11}}$	2 .

Hier sehen wir,dass in dieser Reihe ein Logarithmensystem mit der Basis $\sqrt[12]{2}$ vor uns steht,die Logarithmen sind die Exponenten 0,1,2 ... 12.In der ersten Hälfte des siebzehnten Jahrhunderts wurden die Logarithmen erfunden und die ersten Tafeln hergestellt und in der zweiten Hälfte desselben Jahrhunderts führte der Halberstädter Orgelbauer Andreas Werkmeister die moderne Stimmung ein.

Wennwir die Töne der gleichtemperierten Tonleiter als die Scheitel eines regulären Zwölfeckes darstellen,so können wir sukzessiv die regulären Vielecke einschreiben und die entsprechenden musikalischen Bedeutungen beifügen.

a/ Durch Verbindung der gegenseitigen Punkte und Töne erhält man 6 Tritone/übermässige Quarte oder verminderte Quinte:C-Fis,Des-G,D-As, Es-A,E-B,F-H/.Tritonus ist einerseits das dissonanteste musikalische Intervall und andererseits der Hauptfaktor der musikalischen Kinetik

und eine der Grundlage für die Tonalitätstheorie/siehe [2] und [3] /.
b/ Vier eingeschriebene gleichseitige Dreiecke stellen vier übermässige Dreiklänge/C-E-Gis,Des-F-A,D-Fis-Ais,Es-G-H/dar.
c/ Drei eingeschriebene Quadrate repräsentieren drei verminderte Vierklänge/C-Es-Ges-Heses,Cis-E-G-B,D-F-As-Ces/.
d/ Wenn wir unsere Bewegung von Fis = Ges beginnen und dabei jeden siebten Punkt verbinden,so erhalten wir den Quintenzirkel: Ges-Des-As-Es-B-F-C-G-D-A-E-H-Fis = Ges .
e/ Zwei verschiedene eingeschriebene,reguläre Sechsecke stellen die zwei schon erwähnten,ganztönigen Tonleiter dar.

Wenn wir endlich alle diese geometrische Konstruktionen vereinigen,so erhalten wir das Ornament am Bild 5,das ein günstiges,mathematisches Modell und ein Symbol für alle musikalische Inhalte/Tonleiter, Akkorde,Quintenzirkel u.ä./im gleichtemperierten Tonsystem darstellt.

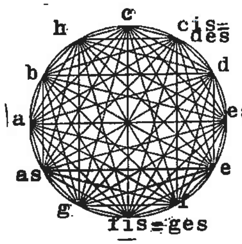


Bild 5

5.Zahlenmandalas und universale Bedeutung der Musik

In seinem Buch "Zahlenmandalas"/siehe [4] /hat P.Neubäcker jeder natürlichen Zahl/n = 3,4,5 ... / ein reguläres Vieleck beigefügt.Weiterhin konstruierte er zwei Gruppen der Ornamente.Die erste Gruppe entsteht durch Konstruktion aller möglichen Diagonalen in jedem Vieleck/Bild 6,n = 3,4 ... 18/.Die Ornamente der zweiten Gruppe beruhen auf demselben Bildungsprinzip:dem Aneinanderlegen von gleichseitigen Dreiecken,Quadraten,Fünfecken,Secksecken usw.Es besteht zuerst ein zentrales Vieleck,um das herum an jede seiner Seiten je ein weiteres Vieleck angelegt wird.Bei der zweiten Generation werden an jedes der n neu entstandenen Vielecke je n weitere an ihre Seiten angefügt. Diese überschneiden sich natürlich und daraus ergibt sich bei jeder Generation ein neues Ornament.Am Bild 7 sieht man das entsprechende Ornament für ein regelmässiges Siebeneck.

Neubäcker interpretiert diese Ornamente als eine Veranschaulichung für die natürlichen Zahlen.Mit Hilfe dieser Zahlenmandalas wird jede Zahl zu einer eigenen Gestalt,zu einem Archetyp,einem Symbol und Träger einer spezifischen geistigen Kraft.

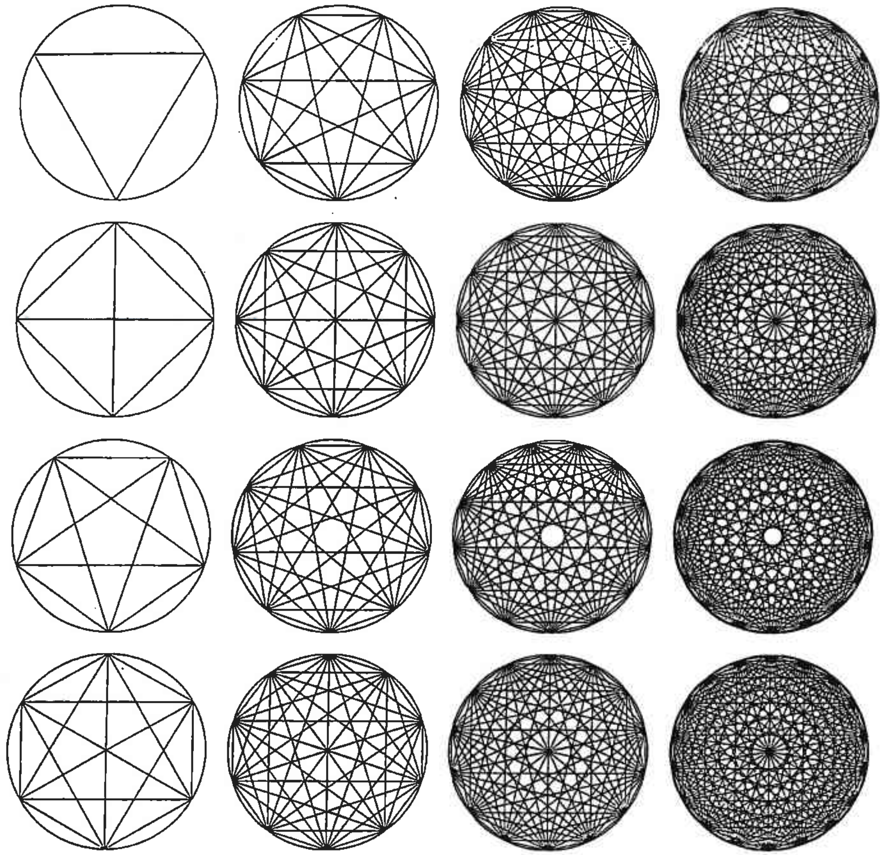


Bild 6

Aber wir können zu diesen Ornamenten eine musikalische Bedeutung beilegen.Jedes Vieleck stellt eine Tonleiter oder ein Tonsystem dar, und die Scheitel sind einzelne Töne.So entspricht einem regelmässigen Fünfeck die pentatonische Tonleiter,einem Siebeneck- die siebenstufige,diatonische und einem Zwölfeck- das zwölftönige temperierte Tonsystem.Die Betrachtung der ersten Ornamentengruppe bezeichnet die Eingang in die innere Struktur des Tonsystems mit den Drei- und Vierklängen,dem Quintenzirkel und mit allen anderen Tonbeziehungen.Demgegenüber,lässt sich die zweite Ornamentengruppe als Ausgang ausserhalb dieser Tonleitung,Modulation und Übergang in die anderen Tonalitäten interpretieren.Das erste Prozess untersucht die musikalische Harmonie-lehre und das zweite- die Tonalitätstheorie. Dabei sind diese musikalische Prozesse nicht gegenübergestellt sondern miteinander in Übereinstimmung gebracht.

Aber man kann am Ende dieser Betrachtungen noch eine symbolische und metaphysische Bedeutung geben. Alle beschriebene, geometrische Ornamente und die lebendige Musik sind ein Bild und eine Metapher des Menschen in seiner zweifachen Sehnsucht. Einerseits steigt er in sich selbst an, um sich selbst zu erkennen. Andererseits geht er hinaus, um die anderen Menschen/anderen Tonalitäte/ und der äusseren Welt zu begegnen. Das ganze menschliche Leben verläuft in einer permanenten Koordination dieser Prozesse, genau so wie in der Musik.

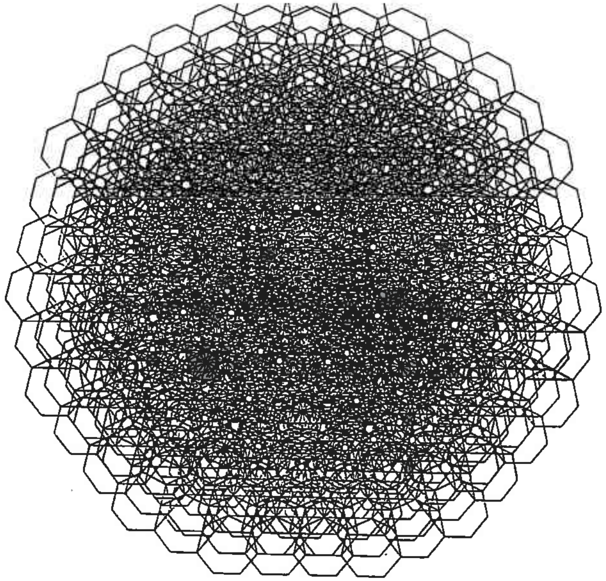


Bild 7

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

L I T E R A T U R

[1] Čanak M., "Über die Geschichte der Tonleiter im Lichte der mathematischen Musiktheorie", VI Österreichisches Symposion zur Geschichte der Mathematik, Neuhofen, 2002, S.66-78.

[2] Despić D., "Tonalitätstheorie", Akademija muzičkih umetnosti, Beograd, 1971.

[3] Čanak M., "Tonalitätstheorie im Lichte der mathematischen Musiktheorie", Dissertation, Beograd, 1996.

[4] Neubäcker P., "Zahlenmandalas". Arbeitskreis Harmonik, München.

- . - . - . - . - . - . -

Anschrift: Prof. Dr. Miloš Čanak
11000 Beograd, Brzakova 4
Serbien und Montenegro

SEVERAL MILESTONES IN THE HISTORY OF GAME THEORY

Magdalena Hykšová, Prague

Introduction

Although the history of a scientific discipline should be studied regardless of which year and anniversary it is, with an attention to the idea development, the interdependence of various topics and problems etc., a jubilee can represent a good opportunity to remind some important events that influenced the forthcoming development, or to find some new and unnoticed relations. Coincidentally, in the domain of game theory, the year 2004 is exceptionally rich in anniversaries; without an exaggeration, most key events in the history of game theory have some jubilee this year.

Before we turn to some of the important historical events, let us remind the definition and properties of one of the fundamental models of a medium generality used for the investigation of real decision situations: a *normal form game.*

DEFINITION 1. *n-player normal form game* is defined as the $(2n+1)$-tuple

$$(Q;\ S_1, S_2, \dots, S_n;\ u_1(s_1, s_2, \dots, s_n), u_2(s_1, s_2, \dots, s_n), \dots, u_n(s_1, s_2, \dots, s_n)), \qquad (1)$$

where $n \geq 2$ is a natural number; $Q = \{1, 2, \dots, n\}$ is a given finite set whose elements are called *players*; for every $i \in Q$, S_i is an arbitrary set, so-called *set of strategies of player i*, and $u_i : S_1 \times S_2 \times \cdots \times S_n \to \mathbb{R}$ is a real function called *payoff function of player i*. If all sets $S_1, S_2, \dots, S_n$ are finite, the game (1) is called *finite.*

DEFINITION 2. An n-tuple of strategies $s^* = (s_1^*, s_2^*, \dots, s_n^*)$ is called *equilibrium point* of the game (1), iff for every $i \in Q$ end every $s_i \in S_i$ the following condition holds:

$$u_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*) \leq u_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*). \qquad (2)$$

The strategy s_i^* is called *equilibrium strategy of player i.*

DEFINITION 3. Consider a finite n-player normal form game (1). For each $i \in Q$ denote by m_i the number of elements of the strategy set S_i of player i. A *mixed strategy* of player i is defined as the vector of probabilities $\boldsymbol{p}^i = (p_1^i, p_2^i, \dots, p_{m_i}^i)$, where $p_1^i + p_2^i + \cdots + p_{m_i}^i = 1$, $p_j^i \geq 0$ for all $1 \leq j \leq m_i$.

Thus a mixed strategy is a vector whose j-th element represents the probability with which the player chooses the j-th strategy from his strategy set. For distinction, elements of the strategy set S_i are also called *pure strategies.*

THEOREM 1 (J. NASH). *Every finite normal form game has at least one equilibrium point in mixed strategies.*

350 ♣ The Beginning of Probability Calculus

As it is clear from the introduction, one of the pillars of game theory is the concept of *mixed strategy* based on the concept of *probability* which is therefore indispensable to reach some interesting results. The beginning of probability calculus is associated with the correspondence of Pierre de Fermat (1607–1665) and Blaise Pascal (1623–1662) dated in 1654. Hence the true prehistory can start only after this event that happened just 350 years ago and represents the first key milestone in the history of game theory.

320 ♢ James Waldegrave and Mixed Strategies

James Waldegrave (1684 – 1741), born 320 years ago, provided the first known mixed strategy solution of a matrix game. It was related to the game *le Her* and described in Waldegrave's letter to Pierre Rémond de Montmort (1678 – 1719) dated on November 13, 1713. Let us briefly mention that the game *le Her* is played by two people, usually named Peter and Paul. It begins when Peter deals Paul a single card at random from an ordinary deck of cards (ace, two, ..., king), then deals a single card to himself; neither player sees the card dealt to the other one. The object of the game is to hold the card of the higher value than the opponent. If Paul is not satisfied with the card dealt to him, he may force Peter to exchange with him, with the exception that Peter has a king. If Peter is not satisfied with the card that he holds afterwards, he is permitted to exchange it for a card dealt from the deck at random; if the new card is a king, he must retain his original card. Then the two players compare cards and the one with the higher card wins. If both players hold cards of the same value, then Peter wins.

The game *le Her* was already investigated by de Montmort and Nicholas Bernoulli (1687 – 1759) in their mutual correspondence in 1713. They came to the conclusion that Paul should change every card less than 7 and hold all higher than 7, Peter should change every card less than 8 and hold all higher than 8. In disputable cases, Bernoulli thought both should change, de Monmort believed that no precept could be given.

James Waldegrave was looking for a strategy that maximizes the probability of player's win, whichever strategy was chosen by the opponent, that is, exactly in the sense of today *minimax principle*. He came to the following mixed strategy solution formulated in terms of black and white chips: Paul should choose the strategy "change 7 and lower" with the probability 5/8 and the strategy "hold 7 and higher" with the probability 3/8; Peter should choose the strategy "change 8 and lower" with the probability 3/8 and the strategy "hold 8 and higher" with the probability 5/8.

Although de Montmort published the correspondence related to *le Her*, including Waldegrave's solution, in an appendix to the second edition of the book [21], Waldegrave's solution remained almost unnoticed for a very long time.[1]

80 ♡ Mathematization of the Game Concept

In the period 1921–1928 whose mean value has the eightieth anniversary, after more than two hundred years of a prehistory consisting of various isolated examples, the mathematization of the game concept was accomplished.

In 1921–1927 Émile Borel (1871 – 1956) published a series of notes [4]–[6] on symmetric two-player zero-sum games with a finite number n of pure strategies of each player.[2] Borel was the first who attempted to mathematize the game of strategy (in the mentioned special case); he introduced the concept of *method of play* in the sense of today *pure strategy* and he was looking for a solution in *mixed strategies* in the sense of today *minimax solution*. In his 1921 paper Borel proved the existence of such a solution for $n = 3$. Later, while searching a counterexample, he proved the same for $n = 5$, what he described in [5]; still he believed it can not be done in general. In the paper [6] he formulated the problem positively, nevertheless, he gave no proof.

[1]For more details on the game *le Her* and the relating history see e.g. [10] and [15].

[2]In Definition 1 it is $S_1 = S_2 = S = \{s_1, \ldots, s_n\}$; $u_1(s_i, s_j) = -u_2(s_i, s_j) = u_2(s_j, s_i)$ for all $s_i, s_j \in S$. The game can be described by the matrix (a_{ij}) where $a_{ij} = u_1(s_i, s_j)$, $s_i, s_j \in S$.

In 1928 the existence of the solution of any finite two-player zero-sum game in mixed strategies was proved by John von Neumann (1903 – 1957), whose treatise [29] represents a true milestone in the history of game theory: von Neumann provided a mathematization of a general finite n-player zero-sum game in the sense of Definition 1 and for the special case of $n = 2$ he proved the existence of a minimax solution which is the fundamental result of the theory of matrix games.[3] In short:

THEOREM (VON NEUMANN). Consider a finite two-person zero-sum game. Denote with $h(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q})$ the expected payoff to player 1 provided the players choose mixed strategies $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}$. Then there always exist mixed strategies $(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{q}^*)$ for which

$$h(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{q}^*) = \max_{\boldsymbol{p}} \min_{\boldsymbol{q}} h(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}) = \min_{\boldsymbol{q}} \max_{\boldsymbol{p}} h(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}).$$

In 1953 M. Fréchet published in *Econometrica* Savage's English translations of Borel's notes [4]–[6] and designated Borel the *initiator* and von Neumann the *founder* of game theory. This arouse a dispute over a priority which is not easy to judge. Borel did not come to the fundamental result on solvability and his works had almost none influence – the label *initiator* is therefore questionable. Von Neumann's paper was published few years later but it contained a comprehensive and exact exposition of general concepts of game theory including the proof of minimax theorem and it had a substantial influence on further development – these attributes support his *founder* label.

60 ♠ Game Theory as the Mathematical Discipline

The next important milestone is represented by the publication of the extended monograph *Theory of Games and Economic Behavior* [30] in 1944, which was the result of a fruitful collaboration of von Neumann and the economist Oskar Morgenstern (1902 – 1976). This event is usually considered as the beginning of the existence of game theory as a "fully-fledged" mathematical discipline. Von Neumann and Morgenstern started with a detailed formulation of economical problem and showed the exceptionally broad application possibilities of game theory in economy; then they settled the foundations of an axiomatic utility theory. From all other topics, let us mention the general formal description of a game of strategy, the comprehensive theory of finite two-player zero-sum games and n-player zero-sum cooperative games with transferable payoffs.

The monograph stimulated a massive development of game theory and its applications into various domains. Still, there remained many open problems. Antagonistic games form only a small part of all decision situations; players may have no chance to cooperate or redistribute payoffs. For this reason, special interest shall be devoted to J. F. Nash.

55 ♣ Nash Equilibrium

In 1949 John Forbes Nash wrote his Ph.D. thesis named *Non-Cooperative Games*, where the concept of *equilibrium point* (today also *Nash equilibrium*) in the sense of Definition 2 was introduced and its existence was proven. The most important results of the thesis were published in a short note [24] and in a more detailed paper [26] in 1950 and 1951.

[3]Shortly before the paper [29] was published, a brief report [28] containing an outline of the main ideas appeared in Comptes Rendus. According to his own remarks, von Neumann developed his theory independently of Borel's works.

The second concept associated with the name of John F. Nash is *Nash bargaining solution* concerning two-player cooperative games without transferable payoffs. Nash suggested a system of axioms that a solution should satisfy and proved the existence of unique solution with these properties.

50 ◇ Entrance of Game Theory into Political Sciences

In 1954 Lloyd Shapley and Martin Shubik published the paper [33] which represents one of the earliest explicit applications of game theory to political sciences. The authors used Shapley value, one of the solution concepts for cooperative games introduced by Shapley one year earlier, to determine the power of the members of the United Nations Security Council.

Many other works then appeared; let us mention at least the paper [18] by R. D. Luce and A. A. Rogow from 1956, and the paper [32] by W. H. Riker from 1959. Soon the theory of games found a crucial place in political sciences. Nowadays it is used for modeling various situations related to elections, legislature, politics of interest groups, lobbies, bargaining, etc. Not only facilitates it to solve particular problems, it provides the exact terminology and methods – what is an underbelly of all social sciences. Many of modern monographs on political sciences regard game theory as an inseparable part of this discipline; the presentation of political sciences based on game theory is given for example in publications of J. D. Morrow [22] or P. Ordershook [31].

Although game theory is not a "cure-all" and it can't offer an optimal solution to all problems, it is a strong tool for analysis of a given situation and it induces the decision-maker to think rationally and without emotions; this, in itself, often yields a general acceptable solution.

30 ♡ Entrance of Game Theory into Evolutionary Biology

Nowadays game theory is the main tool for the investigation of conflict and cooperation of animals and plants. As for zoological applications, the theory of games is used for the analysis, modeling and understanding the fight, cooperation and communication of animals, coexistence of alternative traits, mating systems, conflict between the sexes, offspring sex ratio, distribution of individuals in their habitats, etc. Among botanical applications we can find the questions of seed dispersal, seed germination, root competition, nectar production, flower size, sex allocation, etc.

In 1960's several isolated works using a game-theoretical approach in biology appeared.[4] A historical milestone is represented by the short but "epoch-making" paper *The Logic of Animal Conflict* [19] by J. Maynard Smith and G. R. Price. This treatise, published in 1973, stimulated a great deal of successful works and applications of game theory in evolutionary biology; the development of the following decade was summarized in Maynard Smith's book *Evolution and the Theory of Games* [20]. Not only proved game theory to provide the most satisfying explanation of the theory of evolution and the principles of behavior of animals and plants in mutual interactions, it was just *this field* which turned out to provide the most promising applications of the theory of games at all. Is this a paradox? How is it possible that the behavior of animals or plants prescribed on the base of game-theoretical models agree with the action observed in the nature? Can a fly or a fig tree, for example, be a rational decision-maker who evaluates all possible outcomes and by the tools of game theory selects his optimal strategy? How is it possible that even the less developed the thinking ability of an organism is, the better game theory tends to work?

The explanation is simple: the *players* of the game are not taken to be the organisms under study, but the *genes* in which the instinctive behavior of these organisms is coded. The *strategy* is then the *behavioral phenotype*, i.e. the behavior preprogrammed by the genes – the specification of what an individual will do in any situation in which it may find itself; the *payoff function* is a *reproductive fitness*, i.e. the measure of the ability of a gene to survive and spread in the genotype of the population in question. The main *solution concept* of this model is the *evolutionary stable strategy* which is defined as *a strategy such that, if all the members of a population adopt it, no mutant strategy can invade.*[5] In certain specific situations, this somewhat vague concept is expressed more precisely.[6]

In short, to understand the basic principles of so-called "genocentric" conception of the evolution, it suffices to imagine that about four thousand million years ago a remarkable molecule, so-called *replicator*, was formed by accident, that was able to create copies of itself. The copies started to spread in the environment; During the replication sometimes a mistake or *mutation* occured, some of these mutations led to replicators that were more successful in mutual contests and in reproduction. Some of them could discover how to break up molecules of rival varieties chemically, others started to construct for themselves containers, vehicles for their continued existence. Such replicators survived, that had better and more effective *"survival machines"*. Generation after generation, the *survival machines* of genes, i.e. the organisms controlled by the genes, compete in mutual contests; the genes that choose the best strategy for their *machine* spread themselves and step by step their *learning* proceeds. The result is that these *machines* act in the same way as game theory would calculate – instead of the calculation they have come to the equilibrium strategies by gradual adaptation and natural selection.[7]

An illustrative analogy of the slow evolution process is learning of an individual who finds himself repeatedly in the same conflict situation during his relatively short lifetime. Apparently the most interesting experiment was made in 1979 by B. A. Baldwin and G. B. Meese with the Skinner sty: there is the snout-lever at one end of the sty, the food dispenser at the other. Pressing the lever causes puring the food down a chute. Baldwin and Meese placed two domestic pigs into this sty. Such couple always settles down into a stable *dominant/subordinate* hierarchy. Which pig will press the lever and run across the sty and which will be sitting by the food trough? The situation is schematically illustrated in Figure 1.

The strategy *"If dominant, sit by the food trough; if subordinate, work the lever"* sounds sensible, but would not be stable. The subordinate pig would soon give up pressing the lever, for the habit would never be rewarded. The reverse strategy *"If*

[4] Let us mention the works of R. C. Lewontin [17], W. D. Hamilton ([12], [13]) and R. L. Trivers [34]. Some ideas were foreshedowed by R. A. Fisher in 1930 [11], without the terminology of game theory.

[5] [20], p. 204.

[6] For example, the pairwise contests in an infinite asexual population can be modelled by a two-player normal form game and the evolutionary stable strategy I is a strategy such that, for all $J \neq I$ it is either $u_1(I,I) > u_1(J,I)$, or $u_1(I,I) = u_1(J,I)$ and $u_1(I,J) > u_1(J,J)$. Due to the symmetry, the pair of strategies (I,I) forms an equilibrium point.

It shall be noted that there exist good field measurements of costs and benefits in nature, which have been plugged into particular models; see e.g. [7]. Hence the payoff can really be measured quantitatively.

[7] The reader is invitated to read the books [8] and [9] by R. Dawkins and [20] by Maynard Smith.

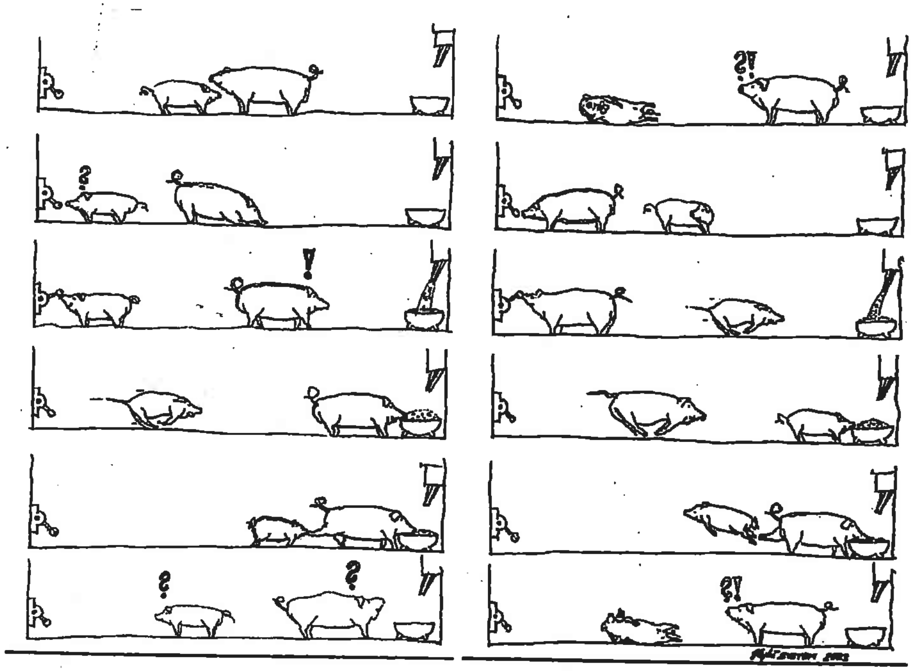


Figure 1 SKINNER BOX

dominant, work the lever; if subordinate, sit by the food trough" would be stable – even though it it has the paradoxical result that the subordinate pig gets most of the dominant pig when he charges up from the other end of the sty. As soon as he arrives, he has no difficulty in tossing the subordinate pig out of the trough. As long as there is a crumb left to reward him, his habit of working the lever will persist.[8]

Using the theory of games, we would model the situation by a *bimatrix game:*[9]

	Press the lever		*Sit by the trough*
Press the lever	$(8,-2)$	$\rightarrow$	$\boxed{(3,5)}$
			$\uparrow$
Sit by the trough	$(10,-2)$	$\rightarrow$	$(0,0)$

[8] For more details see [8], pp. 286–287, and the original paper [2] by Baldwin and Meese.

[9] We consider the profit from the whole ration to the extent of 10 utility units, the loss caused by the labor connected with pressing the lever and running -2 units and the amount of food which the subordinate pig manages to eat before he is tossed out by the dominant one, 5 units (these units were chosen at random – from the strategic point of view nothings changes when the labor is evaluated with an arbitrary negative number, the waiting subordinate pig receives nonnegative number of units and nonnegative number of units remains for the dominant one.

Rational players would come to the equilibrium strategies in the following way. For the second player – the subordinate pig – the first strategy is dominated by the second one and can be therefore eliminated. The first player – the dominant pig – presumes the rationality of his opponent and hence decides between the profit of 0 or 3 units in the second column, which leads him to the choice of the first strategy. Indeed, the couple of strategies (*press the lever, sit by the trough*) is an equilibrium point.

20 ♠ The Evolution of Cooperation

In 1984 Robert Axelrod published the book *The Evolution of Cooperation* [1] where he showed that cooperation based upon reciprocity can evolve and sustain itself even among egoists provided there is sufficient prospect of a long-term interaction. His exposition was based on computer tournaments of various strategies in a repeated game that he organized in 1981, historical cases and mathematical theorems.

Axelrod stimulated a deep interest in repeated games. Among other disciplines, in biology repeated games provide a key tool for the explanation of the existence of an altruism among non-relative individuals who interact in a long run – many instinctively acting species shall be taken as shining examples by humans, often governed by negative emotions. For example, a functioning reciprocal altruism underlies the regular alternation of the sex roles in the hermafrodite sea bass, the reciprocal help between mails of pavian anubi to fight off an attacker during the time one of them is mating, or the blood-sharing by the great mythmakers vampires (the bats eating the cattle blood): the individuals that have returned from an unsuccessful hunt are feeded by successful ones, even non-relative; they recognize each other and preferentially feed those they know.

10 ♣ Nobel Prize for Mathematicians

In 1994 John Forbes Nash, John Harsanyi and Reinhard Selten were awarded Nobel Prize for economics for their contributions to non-cooperative game theory – that is, in fact for mathematics. John F. Nash was appreciated for his equilibrium concept and the foundations for the analysis of non-cooperative games, the other two scientists for extensions of the ideas of Nash. John Harsanyi showed how Nash's concept could be applied in situations with incomplete information, Reinhard Selten refined Nash equilibrium concept for analyzing dynamic strategic interactions.

References

[1] Axelrod, R.: *The Evolution of Cooperation.* Basic Books, New York, 1984.

[2] Baldwin, B. A.; Meese, G. B.: *Social Behaviour in Pigs Studied by Means of Operant Conditioning.* Animal Behaivour, **27**(1979), 947–957.

[3] Baumol, W. J.; Goldfeld, S. M. (ed.): *Precursors in Mathematical Economics: An Anthology.* The London School of Economics, London, 1968.

[4] Borel, É.: *La théorie du jeu et les équations, intégrales à novau symétrique gauche.* Comptes Rendus **173**(1921), 1304–1308 [English transl. by L. J. Savage: Econometrica **21**(1953), 97–100].

[5] Borel, É.: *Sur les jeux où interviennent l'hasard et l'habilité des joueurs.* In: *Théorie des probabilités,* J. Hermann, Paris, 1924 [English transl. by L. J. Savage: Econometrica **21**(1953), 101–115].

[6] Borel, É.: *Sur les systèmes de formes linéaires à déterminant symétrique gauche et la théorie générale du jeu.* Comptes Rendus **184**(1927), 52–53 [English transl. by L. J. Savage: Econometrica **21**(1953), 116–117].
[7] Brockmann, H. J.; Dawkins, R.; Grafen, A.: *Evolutionarily Stable Nesting Strategy in a Digger Wasp.* Journal of Theoretical Biology, **77**(1979), 473–496.
[8] Dawkins, R.: *The Selfish Gene.* Oxford University Press, Oxford, 1976.
[9] Dawkins, R.: *The Blind Watchmaker.* Harlow, Longman, 1986.
[10] Dimand, M. A; Dimand, R. W.: *The Early History of the Theory of Strategic Games from Waldegrave to Borel.* In: [35], 15–27.
[11] Fisher, R. A.: *The Genetical Theory of Natural Selection.* Clarendon Press, Oxford, 1930.
[12] Hamilton, W. D.: *The Genetical Evolution of Social Behaviour I, II.* Journal of Theoretical Biology **7**(1964), 1–16; 17–52.
[13] Hamilton, W. D.: *Extraordinary Sex Ratios.* Science **156**(1967), 477–488.
[14] Hykšová, M.: *Game Theory and Life.* In: *3rd International Conference Aplimat 2004*, Slovak University of Technology, Bratislava, 495–500.
[15] Kuhn, H.: *James Waldegrave: Excerpt from a Letter.* In: [3], 1–9.
[16] Kuhn, H.; Nasar, S.: *The Essential John Nash.* Princeton University Press, Princeton and Oxford, 2002 [contains reprints of [23], [24], [25], [26] and [27]].
[17] Lewontin, R. C.: *Evolution and the Theory of Games.* Journal of Theoretical Biology **1**(1961), 382–403.
[18] Luce, R. D.; Rogow, A. A.: *A Game-Theoretic Analysis of Congressional Power Distributions for a Stable Two-Party System.* Behavioral Science **1**(1956), 83-95.
[19] Maynard Smith, J.; Price, G. R.: *The Logic of Animal Conflict.* Nature **246**(1973), 15–18.
[20] Maynard Smith, J.: *Evolution and the Theory of Games.* Cambridge, Cambridge University Press, 1982.
[21] de Montmort, P. R.: *Essai d'analyse sur les jeux de hasard.* 2nd ed.: Quilau, Paris, 1713.
[22] Morrow, J. D.: *Game Theory for Political Scientists.* Princeton University Press, Princeton, 1994.
[23] Nash, J. F.: *Non-Cooperative Games.* Thesis, Princeton University, 1950, 27 pages.
[24] Nash, J. F.: *Equilibrium Points in n-Person Games.* Proceedings of the National Academy of Sciences **36**(1950), 48–49.
[25] Nash, J. F.: *The Bargaining Problem.* Econometrica **18**(1950), 155–162.
[26] Nash, J. F.: *Non-Cooperative Games.* Annals of Mathematics **54**(1951), 286–295.
[27] Nash, J. F.: *Two Person Cooperative Games.* Econometrica **21**(1953), 128–140.
[28] von Neumann, J.: *Sur la théorie des jeux.* Comptes Rendus de l'Académie des Sciences **186.25**(1928), 1689–1691.
[29] von Neumann, J.: *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele.* Mathematische Annalen, **100**(1928), 295–320.
[30] von Neumann, J.; Morgenstern, O.: *Theory of Games and Economic Behavior.* Princeton University Press, Princeton, 1944.
[31] Ordeshook, P.: *Game Theory and Political Theory.* Cambridge University Press, Cambridge, 1986.
[32] Riker, W. H.: *A Text of the Adequacy of the Power Index.* Behavioral Sciences **4**(1951), 120–131.
[33] Shapley, L.; Shubik, M.: *A Method for Evaluationg the Distribution of Power in a Committee System.* American Political Science Review **48**(1954), 787–792.
[34] Trivers, R. L.: *The Evolution of Reciprocal Altruism.* Quaterly Review of Biology **46**(1971), 35–57.
[35] Weintraub, E. R.; *Toward a History of Game Theory.* History of Political Economy, Annual Supplement to Vol. 24, Duke University Press, Durham and London, 1992.

LIFE AND OPUS OF PROF. DR. STANIMIR FEMPL, SERBIAN MATHEMATICIAN OF GERMAN ORIGIN

Why are we on the Earth?
To become cognizant of God,
to love and serve Him,
and thus come to the Heavens!

Stanimir Fempl is a Serbian, and/or Yugoslav mathematician. He was born in Zemun in 1903 to German parents, and died in Belgrade in 1986.

He completed his primary and high school education in Zemun. He studied mathematics at the Faculty of Philosophy in Belgrade, and graduated from the same in 1926. He was teaching in the Grammar Schools of Pancevo and Zemun, and at the College of Pedagogy in Belgrade. At the University of Sarajevo he earned his Doctoral degree in mathematics in 1956 after defending the thesis entitled: *On one Linear Combination of Elliptic Integrals of Type 1 and 2.* He was in the same year elected as a Scientific Research Fellow with the Mathematics Department of the Faculty of Electrical Engineering of Belgrade University. In 1958, he became a part-time professor of mathematics at the Faculty of Electrical Engineering, and in 1968 as a full time professor of the same course. He was a member of the Mathematical Institute of Belgrade where he presented a set of scientific statements and papers.

He taught Mathematics I and Mathematics II at the Faculty of Electrical Engineering, while in the department for technical physics he taught mathematical methods in physics, and/or calculus of probability and special functions. In post-graduate studies he delivered lectures in the theory of polynomials, calculus of variation and special functions. In some military schools he also delivered lectures in mathematics to engineers.

Professor Fempl was very well known for his good quality, scientifically based lectures easily understandable to students.

Stanimir Fempl participated in the work of professional organizations, such as the Society of Mathematicians, Physicists and Astronomers of Serbia, where he reported about his numerous scientific results, some of which were also published in the Society's Journal.

He was engaged in popularization of mathematics, dedicating a special attention to the relationship of mathematics and astronomy.

The results of his scientific and expert works, as well as of his researches, were published in both domestic and international scientific and technical publications.

As to scientific works, professor Fempl treated the problems from the theory of elliptic integrals and functions, the theory of non-analytical functions, calculus of variation, geometry and astronomy, and those in the area of special functions.

In his work in the field of elliptic integrals and functions, he established a new type of normal elliptic integral appearing in the problems of geometry and physics and has a concrete geometrical meaning, showing its presence in the complanation of the oblique truncated circular and elliptic cone. Addition, multiplication relations, as well as the relations referring to introduced normal type of elliptic integral are in no way more complex than corresponding relations for Legendre's type, and are mostly simple in form.

He showed that this normal type of elliptic integral represents generalization of the left side of the classical Legendre's relation and that it can be shown by a linear combination of normal elliptic integrals of the first and second series, which allows to practically calculate the value of this function. A series of these functions makes up the Turan's series, which does not hold for normal elliptic integrals of third series of Legandre type.

Continuing the work in the area of the theory of non-analytical functions and by using the concept of deviation from the analytical, he investigated the classes of the functions whose n^{th} deviation represents an analytical function. He defined the inverse operator by what he defined its deviation from the analytical, and applied it to the solution of some systems of partial differential equations. He found a parallelism between ordinary and the systems of partial equations which he brings down in a complex form to one partial equation, where instead of a derivative a deviation from the analytical occurs, and instead of arguments a conjugate complex variable. To the fundamental system of linear differential equations corresponds the class of areolar exponential functions some properties of which were studied by Professor Fempl in his works. Thus, the functions of this class diminished by their deviation from the analytical represent analytical functions. For two non-analytical functions he proved the position analogous to the basic position of integral calculus.

Supplementing Milankovic's researches in the field of the theory of glacial ages, he determined the insolation of the Earth in the future 100,000 years. Soviet astronomers have displayed interest in these results.

Fempl's Contribution to Popularization of Mathematic through his Papers Published in Mathematics-Physics Journals

1. Some Impossibilities in Geometry
2. On Trigonometric Functions of Angles
3. On Lines' Median Cutting Point of the Triangle and its Geometric Properties
4. On the Ellipse Focuses
5. On the prismatoid
6. One proof that cannot be elementary constructed
7. On the bee's honey-comb
8. Kepler's guiding ideas", 1971;
9. One example of Tautology Application

SOME ANTHROPOSOPHY RELATED FEMPL'S WORKS PUBLISHED IN THE JOURNAL "GET TO KNOW YOURSELF", Belgrade, 1937

1. "Movement as a manifestation of spirituality" (1937);
2. "Light-the matter" (1937)
3. "Thinking about complex numbers" (1937);
4. "Limits of knowledge in the natural science" (1931);
5. "Is there accident in nature?" (1931).

Fempl's Works Related to the Problems of Truncated Oblique Cone

1. Complanation for oblique circular truncated cones ("Mathematics-Physics-Astronomy Journal", No. 4-5, Zagreb, 1950
2. Approximate Formula for the Envelope of Oblique Circular Cone (Collection of Papers of the Mathematical Institute, SANU, Belgrade, 1951)
3. Papers dealing with elliptic integrals:

I) On Some Reductions of Completely Normal Elliptic Integral of Type 3 (Collection of Papers of the Mathematical Institute, SANU, No. 3, Belgrade, 1953)

II) On a generalization of Legendre's Relation (Collection of Papers of the Mathematical Institute, SANU, No. 4, Belgrade, 1955)

III) On Amplitudes of Normal Elliptic Integrals, type 3, for which Integration Conditions are reduced to Normal Elliptic Integrals of Types 1 and 2 (publications of the Faculty of Electrical Engineering of Belgrade University, Series: Mathematics and Physics, No. 18, Belgrade, 1958)

IV) Über einige Turanschen Folgen (Publications de l'Institut mathématique de Belgrade, T. XIV, Belgrade, 1960),

and some other important works:

1. "On insolation of the Earth's polar zones", (Glas SANU, Department of Mathematics-Natural Sciences, Volume 13, Belgrade, 1957)
2. Some Properties of Herman's Functions (Journal of Mathematics and Physics, Vol. XXXVII No. 2, 1958)
3. On Non-Analytical Functions whose Deviation from the Analytical is the Analytical Function (Glas SANU, Mathematics and Natural Sciences department, No. 24, Belgrade, 1963)
4. On Non-Analytical Functions whose Second Deviation from the Analytical is the Analytical Function (Journal of the Society of Mathematicians and Physicists of Serbia, Vol. 5, No. 1-4, Belgrade, 1963)
5. Areolar Polynomials as a Class of Non-Analytical Functions whose Real and Imaginary Parts the Poly-harmonic Functions (Mathematical Journal 1/16, Belgrade, 1964)
6. Reguläre Lösungen eines Systems partieller Differenintegralgleichungen (Publications de l'Institut mathématiques, T. 4, 18, Belgrade, 1964)
7. On One Class of Non-Analytical Functions (Mathematical Journal 3/18, No. 1, Belgrade, 1966)
8. Areolare Exponential-funktion als Lösung einer Klasse Differentialgleichungen (Publications de l'Institut mathématique, T. 8-22, Belrgade, 1968).

Fempl's Astronomic Works

1. "Variations seculaires d'insolation de la terre au cours des cent millenaires futures", 1958;
2. "On the form of the size and surveying of the Earth";
3. "Astronomic bases of Milankovic's theory of glacial ages", 1982;
4. "The role of empty focus in elliptic movement of celestial bodies", 1986, probably his last paper published in the year when he died, as well as many others.

Fempl's Textbooks

1. Theory of Differential Equations
2. Theory of Series
3. Variation Calculus (for post-graduate students)

Fempl's Works Linking Mathematics and Theological Issues

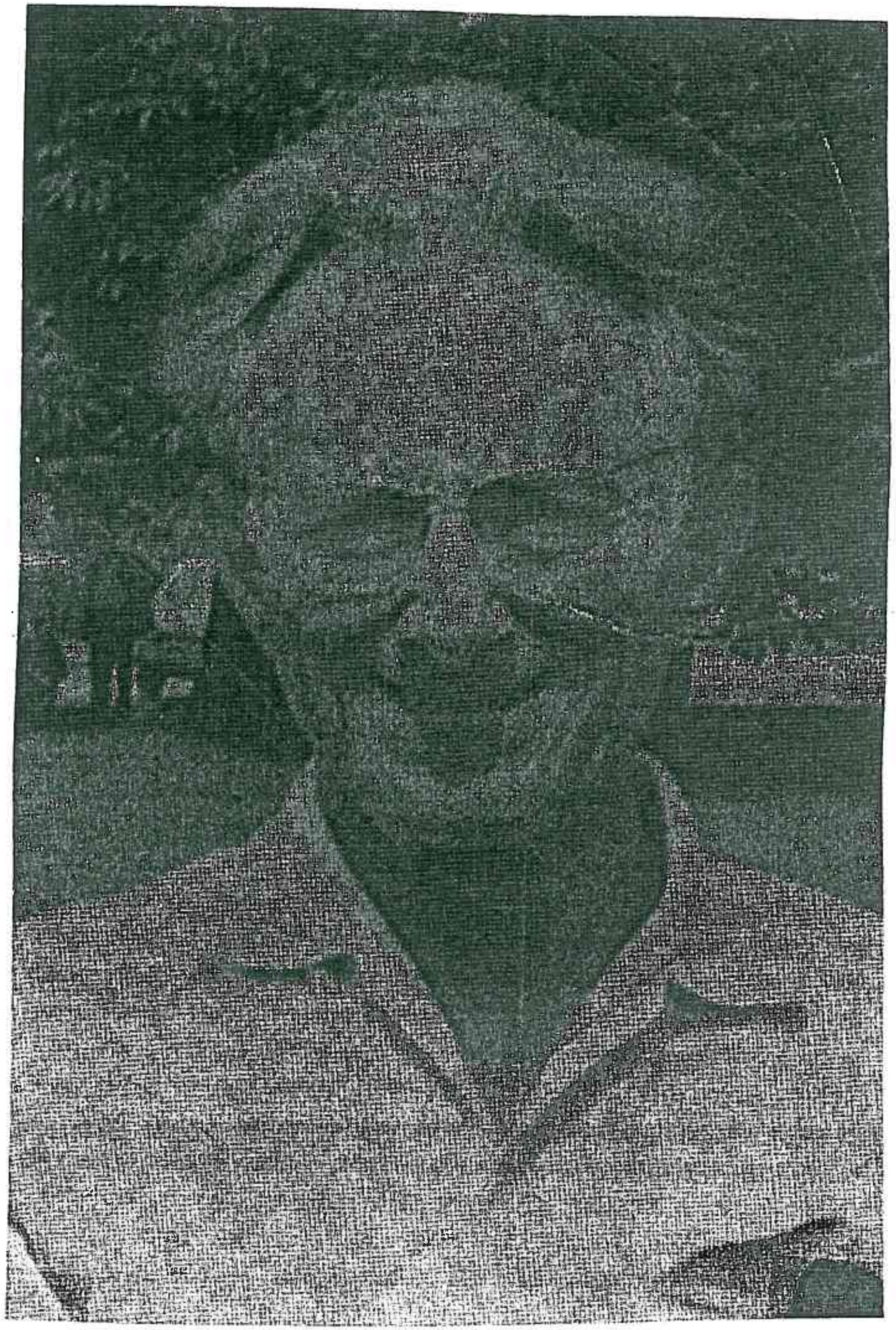
1. "Programming in Natural Phenomena"
2. "Is the Creation of the World in 7 Days Possible?"
3. "Get to know God through Son"
4. "On the resurrection of the dead"
5. "On Infant's Strengths in Humans"
6. "On One text from the Holy Bible"
7. "One Question in Connection with the Progenitor Sin"
8. "On the Birth of Jesus Christ"
3. "On the language of the Gospel", and many others.

......

Used Literature:

1. Dr. Ernest Stipanic – Through the Ways of Mathematics Development (Vuk Karadzic, Belgrade, 1988; printed in Zagreb in 1988)
2. Prof. Dr. Milos Canak: Stanimir Fempl's Contributions to the Theory of Generalized Analytical Functions (SANU, Mathematical Institute, 1998)
3. Prof. Dr. Milos Canak: On some Works of Stanimir Fempl (Mathematical Institute, Belgrade, History of Mathematical and Mechanical Science, 6, Belgrade, 1992)
4. Prof. Dr. Dragan Trifunovic: Tiha i usrdna molitva Milosa Radojcica, pp. 170-174 – Narodna knjiga ALFA, 1995)
5. Martic Branislav, Rasprave o radovima S. Mitrinovica, Bajraktarevica, J. Karamate, S. Templa i J. D. Keckica, Srajevo, 1977)
6. Papers written on the occasion of Fempl's appointment as full-time professor of the Faculty of Electrical Engineering of Belgrade University
7. Some family discussions, family documents and personal insight into Professor Fempl's works.

Jasna Fempl Madjarevic,
Home: Koste Glavinica 20
11000 Belgrade
Serbia
(5th Belgrade High School
Ilije Garasanina 24)



„Sicher feiern Sie den 500. Geburtstag des größten Sohnes Ihrer Stadt ...“ – persönliche Erfahrungen mit Jubiläen

Ulrich Reich

Fachhochschule Karlsruhe – Hochschule Karlsruhe
Fachbereich Wirtschaftsinformatik
Moltkestr. 30, 76133 Karlsruhe, Germany
E-Mail: ulrich.reich@fh-karlsruhe.de

Soll man die Feste feiern, wie sie fallen? Ohne Jubiläen wäre die Mathematikwelt um einige Tagungen, Festakte, andere Veranstaltungen von mathematischem Inhalt, Jubiläumsbände und Festschriften ärmer.

Große Denkanstöße gingen vom World Mathematical Year 2000 aus. So wurden diverse publikumswirksame Mathematikveranstaltungen wie Lange Nächte der Mathematik, Tage der Mathematik, mathematische Ausstellungen oder gleich ein ganzer Summer of Mathematics initiiert, die nun in schöner Regelmäßigkeit stattfinden.

Ohne den 500. Geburtstag des Adam Ries im Jahr 1992 gäbe es nicht den Adam-Ries-Bund mit seinen vielfältigen Aktivitäten, genauso wenig das Leibniz-Forum seit 1996, dem 350. Geburtstag des Gottfried Wilhelm Leibniz.

In Vergessenheit geratene Mathematiker – sei es zu Recht oder zu Unrecht – können so wieder „ausgegraben“, ans „Licht der Öffentlichkeit gezerrt“ und bekannt gemacht, gewürdigt und ihr Bild in der Fachwelt zurechtgerückt werden. Als Nebeneffekt kann man die Chance ergreifen und einem breiten Publikum die Bedeutung der Mathematik nahe bringen. Was gibt es für den forschenden Mathematiker dadurch an Belohnung? Mit seinem Hobby kann er nicht dem schnöden Mammon frönen und viel Geld verdienen, aber er kann schöne Funde machen. Das ist der schönste Lohn.

Kann man mit Festen, Jubiläen und Festschriften auch übertreiben? Aus Platzgründen wird auf eine Diskussion darüber verzichtet.

Der Autor bekennt, dass er mehrfach in Jubiläen eine Chance erkannt hat und diese mehr oder weniger erfolgreich ergriffen hat. Über diese persönlichen Erfahrungen soll hier andeutungsweise berichtet werden. Daher wird dieser Bericht im folgenden stark persönlich gefärbt sein.

Meine erste intensivere Begegnung mit einem wissenschaftlichen Jubiläum fand 1987 statt. Ich war eingeladen worden, einen Überblicksvortrag über Operations Research (OR) zu halten. Bei der Vorbereitung dieses Vortrages las ich, dass erste OR-Untersuchungen 1937 in Großbritannien begonnen worden seien. Damit fühlte ich mich ermutigt, meinen Vortrag unter das Thema „50 Jahre Operations Research“ zu stellen. Mir war anscheinend besonders früh dieses fünfzigjährige Jubiläum aufgefallen, und so war ich mit diesem Vortragstitel in der Fachwelt anscheinend der erste. Weitere Vorträge mit diesem Titel folgten erst zwei Jahre später, denn der Name „Operational Research“ war – wie man immer wieder liest – vermutlich 1939 von einem Briten namens A. P. Rowe geprägt worden. Da aber diese ersten Untersuchungen allesamt im militärischen Bereich stattfanden und der Geheimhaltungspflicht unterlagen, kann man sehr großzügig und variabel mit dem Geburtsjahr von OR umgehen.

Zur Geschichte der Mathematik im 15. und 16. Jahrhundert fand ich durch eine Verkettung mehrerer zufälliger Begebenheiten im Jahr 1991. Durch einen früheren Besuch in Bad Staffelstein war mir das Adam-Riese-Museum bekannt. Mir fiel jetzt das Geburtsjahr 1492 des ADAM RIES ins Auge. So schrieb ich am 17.1.1992 an die Stadtverwaltung Staffelstein: „Da man in diesem Jahr den 500. Geburtstag von Adam Ries feiern kann, nehme ich an, daß Sie als Geburtsstadt für Ihren größten Sohn Festveranstaltungen begehen werden. Als Mathematiker interessiere ich mich dafür. ...“ Die Antwort ließ nicht lange auf sich warten, und ich wurde zu diversen Veranstaltungen wie dem Festakt am 8.5.1992 nach Staffelstein eingeladen.

Nachdem ich für das Ries-Jubiläum 1992 in Erfurt und Annaberg-Buchholz, den weiteren Wirkungsstätten des Adam Ries, ebenfalls ein so offenes Ohr gefunden hatte, war ich für weitere Jubiläen sensibilisiert. Fortan sah ich es als dankbare Aufgabe an, mich nicht nur in bereits geplante Jubiläumsfeierlichkeiten einzuklinken, sondern Städte erstmalig auf bedeutende Söhne hinzuweisen.

Adam Ries, der Jubilar selber, wurde in vielen Publikationen gewürdigt. Als besondere Leistung ist die erstmalige Herausgabe seiner großen algebraischen Handschrift „Coß" als prächtiger Faksimileband mit Kommentar von Wolfgang Kaunzner und Hans Wußing anzusehen.

Die nächsten beiden Möglichkeiten für Jubiläen boten sich mir im Jahr 1994. Bei der Untersuchung einer mathematischen Handschrift des Stadtarchivs Dortmund stieß ich auf den Namen FRANZ BRASSER und stellte fest, dass dieser Rechenmeister, der immerhin ein Rechenbuch mit über 40 Auflagen geschrieben hatte, aus der Stadt Lübeck stammte und dort am 22.3.1594 gestorben war. Die Hansestadt Lübeck und ihre Fachhochschule fanden es wert, mich zu einem Festvortrag anlässlich Brassers 400. Todestag einzuladen. Hier erzählte ich den Lübeckern erstmalig etliche Details über ihren großen unbekannten Rechenmeister. Dieses Thema konnte ich im Laufe der folgenden Jahre mit mehreren Veröffentlichungen im wesentlichen abschließen.

Wie riskant solche Jubiläen sein können, sollte sich bei JOHANN SCHEUBEL (1494 – 1570) zeigen. Was ich anfangs nicht ahnen konnte, war der Umfang seines mathematischen Werkes. Im Zeitraum von 1545 bis 1555 schrieb er sechs mathematische Bücher über Arithmetik, Algebra und Geometrie von ca. 1500 Seiten Umfang. Zusätzlich existieren mehrere größere Handschriften von Johann Scheubel. Die Stadt Tübingen und auch die Universität konnte ich bei der Fülle der großen Tübinger Geister nicht genügend für diesen Mathematiker erwärmen, der immerhin 35 Jahre hier gelebt und zwanzig Jahre als Mathematikprofessor gewirkt hatte. Dafür fand ich großen Anklang und tatkräftige Unterstützung in seiner Geburtsstadt Kirchheim unter Teck. Die Untersuchung seiner mathematischen Leistungen ist zu meinem Lebenswerk geworden und noch lange nicht abgeschlossen. Als Besonderheit konnte ich mit ausführlicher Beschreibung die älteste Landkarte des Fürstentums Württemberg herausgeben, die Johann Scheubel in Tübingen 1559 hatte drucken lassen.

Im folgenden Jahr 1995 stand der 500. Geburtstag von PETER APIAN an. Unter der Federführung von Karl Röttel wurde dieser vielseitige Mathematiker, Astronom, Kartograph, Geograph und Buchdrucker gebührend mit einer großen Ausstellung in Ingolstadt und an anderen Orten, einem Buch mit dem Titel „Peter Apian. Astronomie, Kosmographie und Mathematik am Beginn der Neuzeit" und einem Reprint seines Rechenbuches „Eyn Newe vnnd wolgegründte vnderweysung aller Kauffmanß Rechnung", Ingolstadt 1527, gewürdigt. Mir selber war es vergönnt, im Rahmen eines Festkolloquiums an der Archenhold-Sternwarte in Berlin über Peter Apians mathematische Leistungen vorzutragen.

Als nächstes wichtiges Jubiläum soll der 350. Geburtstag von GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ (1646 – 1716) genannt werden. Leibniz wurde seiner überragenden Bedeutung wegen an vielen Orten gewürdigt, insbesondere auch beim ersten Internationalen Leibniz-Forum in Altdorf bei Nürnberg, wo er 1666 promoviert hatte. Hier genoss ich die Teilnahme ohne eigene Aktivitäten.

Da ich in Bretten wohne, der Geburtsstadt des PHILIPP MELANCHTHON (1497? – 1560), konnte ich schon aus geographischen Gründen ein großes Jubiläum 1997 nicht ohne aktive Teilnahme verstreichen lassen. Der 500. Geburtstag des Reformators und Praeceptors Germaniae wurde ein ganzes Jahr lang ausführlich gefeiert, hauptsächlich in Bretten und in Wittenberg. Als Erfolg kann ich betrachten, dass ein bisher unbekannter und von mir wiederentdeckter Wittenberger Rechentisch erstmalig einer breiten Öffentlichkeit bei einer Ausstellung in Melanchthons Taufkirche, der Stiftskirche Bretten, präsentiert worden ist. So konnte ich in mehreren Vorträgen und Ausstellungsführungen auf populärwissenschaftliche Weise einem breiten Publikum einiges über die Mathematik zu Melanchthons Geburtszeit nahe bringen. Andererseits wurden meine schriftlich geäußerten Zweifel an Melanchthons Geburtsjahr ausgerechnet im Jubiläumsjahr nicht überall gerne vernommen.

Weitere runde Geburtstage fanden im World Mathematical Year 2000 statt. MICHAEL MÄSTLIN (1550 – 1631), der bisher vor allem „nur" als Lehrer von Johannes Kepler bekannt geworden ist, wurde in seiner Geburtsstadt Göppingen und in seiner hauptsächlichen Wirkungsstätte Tübingen insbesondere auf Initiative von Gerhard Betsch in Vorträgen und in einer Tübinger Tagung samt ausführlichem Tagungsband (Herausgeber Gerhard Betsch und Jürgen Hamel) gewürdigt und seine wissenschaftlichen Leistungen ausführlich vorgestellt.

Im selben Jahr hätte man den 500. Geburtstag des bedeutenden Gelehrten JOACHIM CAMERARIUS (1500 – 1574) feierlich begehen können. Leider hat sich niemand gefunden, der sich seiner angenommen hat. Über ursprünglich geplante Veranstaltungen an der Universität Leipzig habe ich nichts mehr erfahren.

An einem weiteren Jubiläum hatte ich wieder aktiv mitgewirkt. Eine interessante Persönlichkeit war der Reformator, Pädagoge und Mathematiker NIKOLAUS MEDLER (1502 – 1551). Hier schrieb ich das Archiv seiner Geburtsstadt Hof in meinem bereits bewährten Stil an und fand einige aktive Mitstreiter. Was kam heraus? Der facettenreiche Nikolaus Medler wurde in einer Vortragsreihe einem breiten Publikum in seiner Vaterstadt vorgestellt. Alle Vorträge sind in erweiterter Form samt ausführlichen Angaben über Medler in dem Buch „Nikolaus Medler (1502 – 1551), Reformator – Pädagoge – Mathematiker" veröffentlicht, das der Nordoberfränkische Verein für Natur-, Geschichts- und Landeskunde 2003 herausgegeben hat.

Welche weiteren Jubiläen stehen an? Welche Zahlenjubiläen soll man feiern? Was sind besondere Zahlen? Wenn man vom Geburtsjahr und vom Todesjahr bei jeder Persönlichkeit nur das halbe und das volle Jahrhundert feiert, dann kann man im Durchschnitt alle 25 Jahre ein Fest begehen. Das müsste genügen.

In diesem Jahr 2004 ist der Autor selber in seiner Familie reichlich mit Jubiläen gesegnet. Für nächstes Jahr habe ich fest geplant, mich mit dem Geographen, Astronomen und Mathematiker Reiner Gemma Frisius (8.12.1508 – 25.5.1555) bereits anlässlich seines 450. Todestages zu befassen, nicht erst seinen 500. Geburtstag abzuwarten und sein Rechenbuch mit dem Titel „Arithmeticae Practicae Methodus facilis" zu untersuchen, von dem mir bisher erstaunliche 104 Auflagen mit insgesamt 471 Exemplaren bekannt sind, die in 15 Städten von 1540 bis 1661 gedruckt worden sind.

Von weiteren Jubiläen mögen wir uns überraschen lassen.

Netzwerk des Wissens und Diplomatie des Wohltuns.
Berliner Mathematik, gefördert von A. v. Humboldt und C. F. Gauß.

Herbert Pieper (Berlin)

Es gab im 18. und 19. Jahrhundert in der Berliner Mathematik zwei, man kann wohl sagen, klassische Perioden, zwei Blütezeiten. Die im 18. Jahrhundert, von 1741 bis 1787, ist verknüpft mit der Akademie der Wissenschaften und mit den Namen Leonhard Euler, Johann Heinrich Lambert und Joseph Louis Lagrange. Die im 19. Jahrhundert, von 1844 bis 1892, ist verknüpft mit der Akademie der Wissenschaften und der Universität und mit den Namen Gustav Dirichlet, Jakob Steiner, Jacob Jacobi, Gotthold Eisenstein, Eduard Kummer, Karl Weierstraß, Leopold Kronecker.
Der Zeitraum zwischen 1787 und 1830, der über zwei Jahrzehnte vor und zwei Jahrzehnte nach der Gründung der Berliner Universität (1810) umfasst, war (bis auf Jacobis Auftreten 1825/1826) eine Zeit des Mittelmaßes auf dem Gebiet der Mathematik, eine Zeit in der Mathematik sowohl in der Forschung als auch in der Lehre auf niedrigem Niveau betrieben wurde. Nach dem Tod des ersten Mathematik-Ordinarius Johann Georg Tralles (1822) gab es Bemühungen, eine Verbesserung des mathematischen Zustands zu erreichen: Carl Friedrich Gauß sollte berufen, eine Art École polytechnique sollte errichtet werden. Beides scheiterte. Erst um 1830 setzte in der Berliner Mathematik ein Wandel ein, das Niveau der Mathematik wurde gehoben: Dirichlet, Steiner und Minding wirkten in dieser Stadt, ehe mit der Übersiedlung von Jacob Jacobi 1844 der Schwerpunkt mathematischer Forschung und Lehre im deutschsprachigen Raum nach Berlin verlegt wurde und hier bis 1892 blieb.
Katalysator dieser positiven Veränderung war Alexander von Humboldt. Durch seinen langjährigen Aufenthalt in Paris hatte er einen Blick für die Notwendigkeit der Entwicklung der exakten Wissenschaften erworben. Für die Förderung der Naturwissenschaften und der Mathematik in Preußen zu wirken, das war Humboldts erklärtes Ziel bei seiner Rückkehr nach Berlin. Programmatisch formulierte Alexander von Humboldt in einem Brief an den Berliner Publizisten Samuel Heinrich Spiker: « Berlin doit avoir avec le tems le premier Observatoire, le premier établissement de Chimie, le premier Jardin de Botanique, la première école de mathématiques transcendantes. Voilà le but des mes travaux et la liaison de mes efforts. » [„Berlin muß mit der Zeit die erste Sternwarte, die erste chemische Anstalt, den ersten botanischen Garten, die erste Schule für transzendente Mathematik besitzen. Da haben Sie das Ziel meiner Arbeiten und den Zusammenhang meiner Anstrengungen."]
Es wird beschrieben, wie sich diese Vision auf dem Gebiet der Mathematik verwirklichte und welchen Anteil Humboldt daran hatte.
Zum einen genoss Alexander von Humboldt, wie schon Felix Klein feststellte, „in Berlin eine außerordentliche gesellschaftliche Stellung, die ihm durch seine Beziehung zum Hofe und seine vielseitigen Verbindungen einen großen Einfluß

verschaffte". Zum anderen zeigt sich, dass Humboldt dadurch und nur dadurch in der Lage war, die Berliner Mathematik zu fördern, dass er ein Netzwerk mit Mathematikern aufbaute. Und dieses tat er zusammen mit Gauß. Dieser genoss in den Kreisen der Mathematiker eine außerordentliche wissenschaftliche Stellung, ein hohes Ansehen genoss, ein Ansehen, das er sich durch seine vielseitigen Werke zu verschaffen wusste.
Durch ihre guten gegenseitigen Beziehungen konnten Alexander von Humboldt, der „zweite, wissenschaftliche Entdecker Amerikas" und Carl Friedrich Gauß, der „princeps mathematicorum" (Fürst der Mathematiker), die Schlüsselfigur der mathematischen Forschung, die Wege für Dirichlet, Jacobi, Kummer und Eisenstein ebnen.
Junge Mathematiker machten auf Grund mathematischer Arbeiten (die in der Regel an Gauß' Arbeiten, insbesondere die „Disquisitiones arithmeticae", anknüpften) Gauß oder Humboldt auf sich aufmerksam.
Die „Entdeckung" der Talente geschah auf unterschiedliche Weise. Das Talent von Gauß entdeckte übrigens sein Lehrer Johann Christian Martin Bartels. Vom Talent von Gauß erfuhr Humboldt in Paris. Von der mathematischen Begabung Dirichlets hörte Humboldt ebenfalls in Paris von Pariser Mathematikern. Humboldt unterrichtete Gauß, dem Dirichlet selbst eine Abhandlung zusandte. Die Beziehungen, die Alexander von Humboldt zu Gauß und Dirichlet geknüpft hatte, wurden durch die Entdeckung der mathematischen Talente Jacob Jacobi und Eduard Kummer ausgedehnt. Die mathematischen Fähigkeiten Jacobis erkannte Gauß aus einem Brief zahlentheoretischen Inhalts, den Jacobi an ihn gerichtet hatte. Alexander von Humboldt wurde auf das Talent Jacobis von Gauß und Legendre hingewiesen. Dirichlet lernte Jacobi aus dessen Arbeiten und 1829 persönlich kennen. Das Talent Kummers entdeckte Jacobi, der von ihm einige Abhandlungen zugesandt bekommen hatte. Jacobi verwies Kummer auf Humboldt. Dirichlet und Kummer lernten sich wohl ebenso wie Gauß und Kummer zunächst aus ihren Abhandlungen kennen.
In der Zeit des Ministeriums Eichhorn bewährte sich das Netzwerk der Mathematiker um Humboldt und Gauß bei der Förderung eines neuen mathematischen Talents, Gotthold Eisenstein in Berlin. Das Talent Eisensteins entdeckte Dirichlet. Von ihm oder von Crelle wurde Alexander von Humboldt auf Eisenstein hingewiesen. Eisenstein selbst sandte eine seiner Arbeiten an die Berliner Akademie der Wissenschaften und mehrere Arbeiten an Gauß. Mitte Juni 1844 begab er sich mit einem Empfehlungsschreiben von Humboldt auf „Pilgerschaft" zu Gauß in Göttingen.
Mit der Entdeckung dieser Talente entstand im Umkreis von Gauß und Humboldt ein sich ständig vergrößernder Kreis von Mathematikern, die in Kontakt blieben. Sie bauten nach und nach ein Netz von Beziehungen, von Freundschaften, von Verbindungen auf, das sie zu nutzen wussten - ein Kommunikationsnetz, das zum einen dem Austausch von Wissen, zum anderen aber auch der Förderung der neu entdeckten Talente und der Unterstützung der die-

sem Kreis angehörenden Kollegen „in so manchen Wechselfällen" ihres Lebens und Wirkens diente.
Zeitweise wurden der für das Unterrichtsministerium tätige (nicht aber schöpferisch-produktive) Mathematiker Leopold Crelle, der Herausgeber des „Journals für die reine und angewandte Mathematik", die Astronomen Christian Schumacher, der Herausgeber der „Astronomischen Nachrichten", und Franz Encke, Gauß-Schüler und Sekretar der mathematischen bzw. mathematisch-physikalischen Klasse der Berliner Akademie der Wissenschaften, aber auch der Astronom und Mathematiker Wilhelm Bessel, der Direktor der Königsberger Sternwarte, in die Korrespondenz mit einbezogen.
Man kann Alexander von Humboldt auf Grund seiner Aktivitäten wohl nicht als den „eigentlichen Urheber" (Felix Klein) der 1844 einsetzenden Periode mathematischen Glanzes in Berlin ansehen. Der mathematische Glanz leuchtete aber wenigstens „zum Teil durch ihn" auf.
Eine objektive Voraussetzung war die steigende Bedeutung der Mathematik und das wachsende Interesse an ihr. Eine andere Voraussetzung war natürlich das Heranwachsen junger mathematischer Talente. An deren Entdeckung war Humboldt mehrfach beteiligt, und für deren Förderung trat er stets ein. Um sie für die preußischen Universitäten, insbesondere die Berliner Universität, nutzbar zu machen, haben Humboldt und sein Netzwerk sich aller ihnen zu Gebote stehender Mittel bedient.
Die jungen Mathematiker (wie Dirichlet, Jacobi) planten in der Regel ihre wissenschaftliche Karriere in der Erkenntnis ihrer Fähigkeiten selbständig. Sie hätten die erfolgreiche Berufslaufbahn wohl auch ohne Humboldts Hilfe, nicht aber ohne Hilfe der Mathematikerkollegen des von Humboldt initiierten Netzwerks und nicht ohne die Hilfe Johannes Schulzes, des vortragenden Rats im preußischen Unterrichtsministerium, einschlagen können.
Im Netzwerk spielte Gauß die Schlüsselrolle, Humboldt die Mittlerrolle. Das Humboldtsche Netzwerk mit den Mathematikern erzielte die von Humboldt erwünschte Wirkung: um 1830 setzte in der Mathematik an der Universität und der Akademie der Wissenschaften zu Berlin ein Wandel ein, das Niveau der Mathematik in Berlin wurde gehoben.
Von 1844 an besaß Berlin für ein halbes Jahrhundert „la première école de mathématiques transcendantes."
Dieser Beitrag wäre ohne die Editionen und Publikationen, die durch Jubiläen veranlasst wurden (wie: 100. Todestag von Alexander von Humboldt, 200. Geburtstag von Carl Friedrich Gauß, 200. Jahrestag des Erscheinens der *Disquisitiones arithmeticae* von Gauß), nicht zustande gekommen.

Lit:: Pieper, Herbert: Netzwerk des Wissens und Diplomatie des Wohltuns. Berliner Mathematik, gefördert von A. v. Humboldt und C. F. Gauß. Mit einem Geleitwort von Eberhard Knobloch. Erste Auflage. Leipzig 2004.
(Gemeinschaftsausgabe Edition am Gutenbergplatz Leipzig / Alexander-von-Humboldt-Forschungsstelle Berlin)

1837-1937: Ein Jahrhundert der höheren Institutionen in Griechenland.

Christine Phili
Nationale Technische Universität
Athen

Einleitung

Unter der osmanischen Besetzung (1453-1821) war Griechenland einigen wissenschaftlichen Stellen vorbehalten[1], z.B. die Atonische Akademie, welche unter ihrem ersten Direktor Eugenios Voulgaris[2] (1716 -1806) aufblühte, oder die Akademie[3] des Kydonies[4] (auf türkisch Aivali) in Kleinasien unter der Leitung von Benjamin der Lesbos[5] (1759?-1824). Der Beginn der intellektuellen Wiedergeburt war jedoch die Gründung der Ionischen Akademie und die fortschrittlichen Vorlesungen von Ioannis Carandinos[6] (1784-1834), welcher durch seine Übersetzungen der mathematischen Bücher aus dem französischen die zeitgenössische Mathematik in Griechenland eigenführt hat.

Während der Zeit, in der Ioannis Kapodistrias (1777-1831) Staatshalter war, und nach der Befreiung des Landes im Jahr 1827 machte die Bildung große Fortschritte. Kapodistrias war ausdrücklich gegen[7] die Gründung der Universität oder der Akademie, weil die Wiederorganisation des Landes nur Volksschulen[8] und Gymnasien[9] verlangte. Doch die Gründung der Militärischen Schule[10] nach dem Modell der französischen Polytechnischen Schule in Nafplion, 1829, zeigte deutlich, dass die Notwendigkeit bestand, höhere Institutionen im neu gegründeten Staat einzurichten.

---

[1] siehe Th Evaggelides, *Die Bildung während der osmanischen Besetzung* Bd. I-II, Athen 1936 (in griechischer Sprache); K. Chadzopoulos, *Griechische Schulen während der osmanischen Besetzung* (1453-1821), Thessaloniki 1991 (auf griechisch); s. außerdem Yannis Karas *Wissenschaft während der osmanischen Besetzung* Bd. I-II Athen 1992 (auf griechisch); *Wissenschaften auf griechischem Gebiet 15.-19. Jahrhundert*, Athen 1991 (in griechischer Sprache)

[2] siehe Ch. Phili, *Eugenios Voulgaris and his letter of introduction by Segner to Euler*, Acta historiae rerum naturalium necnon technicarum, New series Vol. 5 Prague 2001 S. 185-192 (in englischer Sprache)

[3] Über den Sinn der Akademie, siehe Ch. Papadopoulos, Erzbischof von Athen, *ueber die griechishen Akademien nach dem Fall von Konstantinopel*. Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften Bd. 2, Athen 1927 S. 200-206 (auf griechisch)

[4] siehe G. Valetas, *Die Geschichte der Akademie des Kydonies*, Chronik von Kleinasien 1948 (Mikrasiatika Chronika) 4 (in griechischer Sprache); K. Clogg, *Two Accounts of the Academy of Ayvalik (Kydonies) 1818-1819*. Revue des Etudes Sud Européennes. 10,4 (1927) S. 633-667

[5] siehe Ch. Phili, *Les Mathématiques et la politique autour de la guerre de l`Indépendence : deux représentants majeurs : Benjamin de Lesbos und Théophile Kairis* (kommen in Revista de la Sociedad Española de Historia de la Cienicas y de las Technicas zum Vorschein).

[6] siehe Ch. Phili, *La reconstruction des Mathématiques en Grèce : l' apport de Ioannis Carandinos (1784-1834)* in L' Europe Mathématique, Paris 1996, S. 305-319

[7] s. Projekt von Alexander Sturza im Buch von Antoniou : *The beginnings of the educational plan in the new Hellenic State. The project of the Committee in 1833*. Athen 1922, S. 193, (auf griechisch)

[8] Es bestehen 71 Volksschulen mit 6 000 Schüler, Die Übersetzung des Buches *Manuel des écoles élémentaires ou exposé de la méthode d' enseignement mutuel* von Ch. Sarazin 1830 hat bei der Volksbildung eine wichtige Rolle gespielt.

[9] Kapodistrias gründete 1829 in Agina das erste Gymnasium nach dem Modell der französischen Ecole Centrale, mit 500 Schüler, eine Kirche Seminar auf der Insel Poros und eine landwirtschaftliche Schule in Argos.

[10] E. Stasinopoulos, *Geschichte der militärischen Schule* (1828-1953). Athen 1954 (in griechischer Sprache)

II. Die Athener Universität

Nach dem Meuchelmord von Kapodistrias 1831 begann in Griechenland eine neue und schwierige Periode. Die großen beschützenden Mächte (Großbritannien, Frankreich, Russland) haben nach etlichen Zurückweisungen des griechischen Thrones von europäischen Höfen schließlich einen jungen Prinzen gefunden, der bereit war die dornige Krone zu akzeptieren: Otto von Bayern (1815-1867) aus dem Haus Wittelsbach.

Nach der Ankunft des noch minderjährigen König Otto gründeten die Mitglieder der Regentschaft (1833-1835) Graf Armansperg, Ludwig von Mauer und General Heideck im Jahr 1833 ein Komitee[11], um einen Plan für ein Bildungssystem auszuarbeiten. Da keiner in diesem Komitee Naturwissenschaftler war, bekam die Mathematik von Anfang an nicht die Stellung, die ihr gebührte.

Unterdessen hatte Professor G. L. Mauer ein Projekt zur Gründung einer Universität erarbeitet, aber als König Otto volljährig wurde, nahm er Armansperg Vorschlag nicht an. Wahrscheinlich wollte König Otto, um die Epoche seiner Regierungszeit hervorzuheben, seinen Namen mit der neuen Institution[12] in Verbindung bringen. Die Ottonische Universität[13] wurde nach dem deutschen Muster organisiert, wo der *ordo philosophicus* die drei Fakultäten des Departments der Philosophie beinhaltete. Die Athener Universität hatte ausländischen Einfluss[14] und während ihrer Entwicklung wurden ausländische und griechische Erfahrungen ausgetauscht.

Diese neue Institution, einzigartig im Osten, war unter mannigfaltigem Druck unter Regierungskontrolle. Natürlich waren die ersten Wissenschaftler, welche in großer Anzahl der neuen Institution angehörten, die Griechen der Diaspora. So waren die ersten Mathematikprofessoren Constantin Negris (1804-1880), aus der Polytechnischen Schule[15] (Jahrgang 1829) und Georg Vouris[16] (ca. 1790-1860), Graduierter der mathematischen Fakultät der Wiener Universität.

---

[11] Die Mitglieder waren: K. Schinas (1801-1857) Jurist, der in Deutschland studiert hatte, A. Polyzoidis (1802-1873) ebenfalls Jurist, hatte in Frankreich und in Deutschland studiert, I. Kokkonis (1795-1864), welcher mit Ch. Sarasin in Paris Pädagogik studiert hatte, Al. Soutzos (1803-1863) Autor des Buches „Die Geschichte der griechischen Revolution" (Paris 1829), I. Venthylos (1804-1854), der Philologie an der Berliner Universität studiert hatte und I. Franz (1804-1851) ein deutscher Hellenist.

[12] Mit zwei königlichen Verordnungen (am 14. und am 22. April 1837) realisiert er die Universität.

[13] Während der ersten Periode (1837-1863) führte sie diesen Namen. Mit der neuen Dynastie (aus dem Haus der Glücksburg - Hohenzollern) wurde die Universität Nationale Universität genannt (1863-1911) und von (1911-1922) lautete sie Nationaluniversität und später die Kapodisrtirische Universität. Schließlich wurde 1922 daraus die Nationale und Kapodistrische Universität. Der Titel besteht bis heute.

[14] Der deutsche Einfluss ist nicht zu übersehen: seit der Gründung der Universität bis 1922 hatten von den 261 Professoren 57% in deutschsprachigen Ländern studiert, 26% in französischsprachigen Ländern und 4% in beiden Ländern. Vor allem war der deutsche Einfluss an der philosophischen Fakultät vorherrschend. (43 hatten in Deutschland, 6 in Frankreich, 3 in England und nur hatten 3 in Griechenland studiert.)

[15] Negris studierte an der *Lycée de France* als protégé der Philahntropischen Gesellschaft für die Griechen

[16] Erster Direktor des Athener Observatoriums (1846-1855) und Professor der Astronomie. Außerdem war er auch bis 1845 Mathematikprofessor.

Trotz der unermesslichen Schwierigkeiten, wie z.B. das Fehlen von methodisch didaktischen Büchern[17], zahlreichen Vorlesungen[18], wenige Studenten[19], politische Unbeständigkeit[20], hatten die Pioniere[21] der Ottonischen Universität zwei große Vorhaben zu vollbringen: Erzieher für die Gymnasien[22] auszubilden und gleichzeitig die hervorragenden Studenten nach Westeuropa (vor allem nach Frankreich oder nach Deutschland) zu schicken, damit sie später die neuen Professoren wurden, und auf diese Weise erneuerte sich die Professorenschaft.

Das hauptsächliche Problem der physik-mathematischen Wissenschaften bestand jedoch darin, dass es an Selbstverwaltung fehlte, da die physik-mathematische „Fakultät" ein Teil der philosophischen Fakultät war. Der Vorschlag die Fakultäten zu trennen kam im Jahr 1882 auf. Der Rektor der Universität, P. Kyriakos, war der Ansicht, dass diese Trennung für den Aufstieg und den Unterricht der Wissenschaften nötig wäre, aber dieser Vorschlag konnte nicht realisiert werden. Später kam die selbe Idee, unter dem Rektorat von Prof. A. Christomanos[23] (1841-1906) wieder auf. In seinem Bericht betonte er die Notwendigkeit einer autonomen Fakultät und äußerte sich sehr patriotisch: „Wir sind eine Nation, die jetzt ihre Wiedergeburt erlebt. Der wirkliche Hebel der Bildung ist unsere Universität mit den vier Fakultäten. Neben der Herrschaft der Wissenschaften und ihren vielen Anwendungen ist es unsere Pflicht die Fakultät an unserer Universität auf das selbe Niveau wie die anderen Fakultäten zu bringen. Das Fortschreiten unserer Heimat und ihre günstige Zukunft hängt von dem Fortschreiten der Wissenschaftenab."[24]

[17] Die systematische Publikation der methodisch didaktischen Bücher hatte mit Ioannis Hadjidakis begonnen.

[18] Außer den klassischen Vorlesungen (wie Algebra, Geometrie, Differential- und Integralrechnung, Mechanik, Astronomie) hatten die Studenten auch andere Vorlesungen wie: Geologie, Mineralogie, Chemie, Zoologie, Psychologie, Geschichte, Logik, Philosophie, Metaphysik, griechische und lateinische Literatur. Hier müssen wir betont, dass die größte Erneuerung die Vorlesungen von Euklids, Archimedes, Apollonius waren, und zwar aus Originaltexten auf altgriechisch.

[19] Ungefähr 10 Studenten waren an der „Fakultät" für Mathematik immatrikuliert.

[20] Die Regierungszeit von König Otto war sehr unpopulär und 1861 wurde er dann endlich seines Thrones enthoben. Nach einer kurzen, unruhigen republikanischen Periode haben sich die schützenden Streitkräfte entschieden, eine neue Dynastie zu gründen und zwar die Glücksburg – Hohenzollern – Dynastie. Der dänische Prinz Christian Wilhelm wurde unter dem Namen Georg I (1845-1913) Griechenlands neuer König.

[21] Nach der politischen Umwandlung am 3. Sep. 1843 (die Konzession der Staatsverfassung durch den König), ist die erste nationale gesetzgebende Versammlung zusammengetreten. Die Universität hatte das Privileg stellvertretende Abgeordnete ins Parlament zu haben, wie an anderen europäischen Universitäten (z.B. Oxford, Cambridge, Heidelberg Tübingen, Wittenberg u.a.). Dieses Privileg gab es nur unter König Ottos Regierung und es wurde nach seiner Entthronung abgeschaffen. In Wirklichkeit hatte es nicht zum Fortschritt der neu gegründeten Universität beigetragen.

[22] In der ersten Epoche hatte Griechenland nur drei Gymnasien: in Nafplion (die erste Hauptstadt), in Athen und auf Syros (Hauptstadt der Kykladen). 1842 wurde außerdem Rizarios kirchliche Schule in Athen gegründet. 1846 folgte ein Gymnasium in Patras (die Hauptstadt von Achaia). Das erste Gymnasium in Athen (1852) war in zwei Abteilungen geteilt und im selben Jahr wurden zwei weitere Schulen, in Tripolis (die Hauptstadt von Arkadien) und in Lamia (die Hauptstadt von Phiotis) eingerichtet. Nach 1858 hatte jedes geographische Gebiet des Landes Gymnasien.

[23] Professor für Chemie, geboren in Wien, studierte dort bei den Professoren, Pisko und Schrötter und später in Heidelberg bei Professor Bunsen. 1906 wurde er von der schwedischen Akademie der Wissenschaften eingeladen und für den Nobelpreis vorgeschlagen. Siehe Berichte der philosophischen Fakultät (17. Feb. 1906 S. 85). Leider starb A. Christomanos noch im selben Jahr. Über A.Christomanos s. A. Damvergis Leichenrede in den Beiträgen aus der Geschichte der Chemie, Leipzig und Wien 1909, S. 566-567.

[24] Bericht des Rektors, 1897-98, S. 126-130.

Nach diesem Bericht unterschrieben am 24. Oktober 1895 viele Professoren der philosophischen Fakultät eine Berichterstattung[25], wo sie die unvermeidliche Notwendigkeit betonen, Physik und Mathematik aus der philosophischen Fakultät zu trennen. Am 4. März 1896 akzeptierte der Bildungsminister diese Trennung[26], aber der katastrophale Krieg im Jahr 1897 (von der Türkei proklamiert), stellte dieses Projekt wieder in den Hintergrund. Dieser alte Wunsch wurde dann endlich am 3. Juli 1904 realisiert, und der erste Dekan der neuen Fakultät war der Reformator der mathematischen Bildung, Professor Ioannis Hadjidakis. Von da an begann die Blühte und wir müssen dies als den Ausgangspunkt der neuen Epoche betrachten.

Außerdem müssen wir betonen, dass während der politischen Umwandlung[27] die Regierungen einschritten und Professoren ernannten oder absetzten, um auf diese Weise die Personen zu kontrollieren, welche die jungen Studenten beeinflussen konnten. So war K. Negris der erste Mathematikprofessor, den die neue Regierung 1843 (Erlangung der Staatsverfassung) absetzte. In den folgenden Monaten kehrte K. Negris zurück, aber im Jahr 1845 wurde er wieder abgesetzt, weil er Al. Mavrokordato (welcher der Regierung nicht zugetan war) zum Vertreter der Universität gewählt hatte.

Bei der Regierungsübernahme (1910-1915), betonte der Führer der liberalen Partei, El. Venizelos (1864-1936), sein Interesse an einer Bildungsreform[28]. In diesem Rahmen befand sich die neue Organisation der Universität 1911, nach dem Werturteil der ganzen Professorenschaft. Die Regierung setzte[29] zwanzig Professoren ab, unter ihnen war auch N. I. Hadjidakis. Nach Venizelos Einladung trat Carathéodory zum ersten Mal als Mitglied für Bildungsfragen in das Komitee[30] ein, verantwortlich für die physik-mathematischen Wissenschaften. Nach Carathéodorys Vorschlag wurde ein neuer Lehrstuhl, der für die Analyse, an der Universität errichtet, und die Professoren wählten G. Remoundos für das Lehramt.

Fast zehn Jahre später, nach dem Tod von König Alexander I. (1893-1920), wurden mit der Verordnung[31] 2035 vom 11. Dezember 1920 viele Professoren abgesetzt, darunter waren P. Zervos, K. Maltezos, D. Aiginitis und auch K. Carathéodory, der erst am 20. Oktober 1920 gewählt worden war. 1922 erwarb die Universität, durch ein Gesetz, das die Funktionen neu regelte, eine relative politische Unabhängigkeit.

[25] Merkwürdig ist, dass die Professoren für Mathematik diesen Bericht nicht unterschrieben haben.

[26] Rektorenbericht 1896-97. Archiv der Athener Universität S. 120.

[27] Das letzte Mal geschah das während der Diktatur der Obersten (1967-1974). Aus der physik-matemathischen Fakultät wurde Professor S. P. Zervos, Sohn von P. Zervos, Docteur d' Etat in 1960 abgesetzt. Zur Jury gehörten der Präsident P. Montel und die Mitglieder Ch. Pisot und Ch. Chevalley.

[28] Im selben Jahr gründeten einige griechische Gelehrte die „Bildungsvereinigung" (1910-1927) mit dem Ziel eine vorbildliche Volkschule in Athen zu gründen, und später die griechische Gesellschaft dadurch zu gestalten. So war es zu Anfang die Aufgabe der Gesellschaft die Bildung und die Sprache zu fördern.

[29] Am 18. Juli 1910 schied Professor D. Aiginitis aus dem Dienst des Direktors des Observatoriums und Professor für Astronomie aus, „als Protest gegen die Aussortierung und „Säuberung" der Universität durch Venizelos Regierung, welche die royalistischen Professoren"absetzet". Ef Nikolaidis, *D. Aiginitis* Personen des 20. Jahrhunderts, Athen 2000, S. 13 (in gr. Sprache).

[30] Andere Mitglieder waren: seit 1906 der Geologieprofessor Th. Skoufos, und L. Arapidis, von der E.T.H. in Zürich, der wissenschaftlicher Berater der griechischen Industrie war.

[31] Am 29. Mai 1917, verlangten die Verbündeten die Abdankung von König Konstantin, aber der König führ nach Europa ohne seine Abdankung eingereicht zu haben. In Wirklichkeit wurde sein Sohn, Alexander I. als *locum tenens* eingesetzt.

Mit dem neuen Wahlsieg der liberalen Partei (August 1928) hatte Venizelos wieder die Gelegenheit sich mit den Bildungsfragen[32] auseinander zu setzen. Für die Reform der höheren Bildung setzte sich Venizelos noch einmal ein (das erste Mal 1910, das zweite Mal 1918, um die Ionische Universität in Smyrni (Izmir) zu gründen). Er fragte nach Carathéodorys Beitrag, um die Universitäten von Athen und Thessaloniki zu reformieren.

Carathéodory wurde 1930 Regierungsvertreter[33] (Kommissionär), bis 1932 hatte er das Amt für beide Universitäten[34] inne. In den Sitzungsberichten des Universitätssenats (nach dem Gesetz 5143 vom 10.7.1931 war er dem Rektor gleichgestellt). Der berühmte griechische Mathematiker setzte die Richtlinien für die Bildungsentwicklung durch die innere Regulation der Universität. In seiner Broschüre *Die Reform der Athener Universität*[35] bestätigte er die Einführung des Universitätsbetriebsrahmens mit dem Gesetz 5343/1932, das noch bis 1982 Gültigkeit hatte.

Um seinen Auftrag zu vollenden, brauchte Carathéodory zwei Monate (vom 15. März – 15. Mai) [36], doch als sein Projekt bekannt wurde, wurde es nicht ausreichend gebilligt Vor allem, weil er z.B. die Reduzierung der Studentenzahl (von 6400 auf 2850), die Anhebung der Studien- und der Prüfungsgebühren, die Zunahme der Assistentenzahl und die Senkung der ordentlichen Professoren forderte. Bildungsminister G. Papandreou (1888-1968) adoptierte Carathéodorys Plan, aber diese Stellungnahme der Regierung stieß unter den Studenten auf große Proteste, und so besetzten sie die Universitätsgebäude. Dazu kam noch, dass einige Professoren und die anderen Parteien (Volkspartei und fortschrittliche Verbindung)[37] im Parlament erklärten, diese Reform sei kein Prunk sondern eine Notwendigkeit. In Wirklichkeit waren die Konservativen, die Progressiven und die Linken gegen Carathéodorys Reform, weil sie die Unabhängigkeit der Universität aufhob.

Wir müssen betonen, dass Carathéodory, trotz seines internationalen Renommees, die persönliche Wahl des Ministerpräsidenten war, deshalb bestand seine Autorität nur bei Venizelos. Die Einladung war nicht das Ergebnis eines Prozesses. Doch die Kriegsgefahr hielt die Bildungsevolution noch einmal auf.

III. Die Polytechnische Schule in Athen

Während das Schloss von König Otto, nach dem Projekt des berühmten bayerischen Architekten Friedrich von Gärtner, in Athen (1836-1842) gebaut wurde, ist man auf viele technische Schwierigkeiten gestoßen. Das größte Problem war sachkundige Handwerker ausfindig zu machen, weil es in Athen an Schreinern, Maurern, Schmieden usw. fehlte, obwohl einige militärische Handwerker, unter dem Befehl von Major Schmolz, aus der nationalen Schmelzhütte in Nafplion und einige

[32] Venizelos Bildungsreform, mit der er sich in seiner 2. Regierungsperiode (1917-1920) beschäftigte, wurde nach dessen Niederlage (1920) unterbrochen.
[33] Diese Institution wurde wieder während der Diktatur der Obersten (1967-1974) eingerichtet.
[34] Carathéodory akzeptierte diese Einladung. Weil er nicht zu dem inneren wissenschaftlichen Kreis gehörte, wurde sein Einschreiten akzeptiert.
[35] Athen 1930.
[36] Während der selben Zeit war er Präsident des Komitees, das die Professoren an den Hochschulen prüfte. Zu dem Komitee zählten die Professoren D. Hondros und N. Gennimatas.
[37] D. Glinos, der Linke, erklärte, dass diese Reform eine „Tyrannei der Klassen" sei. siehe *Die Idealen der Bildung und Herr Papandreou* in D. Glinos, Ges. Werke Bd. I, Athen 1971, S. 90-113.

unter dem Schiffskapitän Kirchmeier, ein hervorragender Lehrer, aus dem Flottenstützpunkt auf der Insel Poros zur Hilfe kamen. Um jedoch das Schloss vollenden zu können, hatte Gärtner 1840 viele Maurer und Wandmaler aus München mitgebracht.

Unter den bayerischen Offizieren war der Aristokrat, Oberleutnant Ritter Friedrich von Zentner, den König Ludwig von Bayern für die Ehrengarde von König Otto von Griechenland erwählt hatte. Der Ritter, mit großem Kulturgut in den Künsten, Wissenschaften und militärischen Wissenschaften, schlug 1836 die Gründung einer Technischen Schule vor. Am 31. Dezember 1836 gründete König Otto daraufhin mit einer königlichen Verordnung (12. Januar 1837) die Technische Hochschule[38] nach dem Modell der Königlichen Schule für Bauwerk in München und der Technischen Schule in Lyon, La Martinière[39].

Der Unterricht (elementare Mathematik, Architektur und Zeichenkunst) wurde an der Polytechnischen Schule[40] nur an Sonntagen[41] und Feiertagen gehalten. Also an den Tagen, an denen die Handwerker nicht arbeiteten. Ab 1840 erweiterten sich die Vorlesungen auf neue Bereiche zu denen: Arithmetik, Geometrie, Maschinenkonstruktion, Architektur, Wachs- und Gipsplastiken, Skizzieren, Aufriss und Schönschreiben zählten. Diese Fächer wurden von ungefähr dreihundert Studenten belegt.

Trotz des praktischen Charakters[42] der Vorlesungen waren die ersten Jahre (1837-1843) sehr schwierig. Nach dem 3. September 1843, dem Beginn der griechischen Konstitution, wurden ausländische Professoren[43] abgesetzt, unter ihnen auch von Zentner und andere bayerische Handwerksmeister. Am 22. Oktober 1843 wurde mit einer königlichen Verordnung die Schule der Künste in Athen wieder neu organisiert. Ihr erster Direktor[44] war der hervorragende griechische Architekt Lyssandros Kavtanzoglou (1811-1885), der in Frankreich und Italien studiert hatte. Unter Kavtanzoglous Leitung stieg die Zahl der Studenten im ersten Jahr und neue[45] Unterrichtsfächer, wie Ölmalerei, Geschichte der Schönen Künste, Physik, Chemie, Grammatik und Stenografie (um das Fehlen der Bücher zu erleichtern), kamen hinzu. So graduierten 1857: 13 Maler, 6 Architekten, 3 Schmiede, 4 Goldschmiede, 14 Unteroffiziere und viele Maurer. Trotz der politischen Unbeständigkeit (1859-1862) erhielt die Schule der Künste ihre erste große Stiftung von N. Stournaris, M. Tositsas und G. Averov, alle aus Metsovo[46] in Epiros, und durch diese Spende bekam sie ihren heutigen Namen Metsovio.

[38] s. F von Zentner, *Das königreich Griechenlands in Hinsicht auf Industrie und Agrikultur. Gesammelte Notizen von Ritter Friedrich von Zentner königlich-bayerischer Kammerjunker und Oberleutnant, Ritter des königlich-griechischen Erlöserordens und Mitglied mehrerer Industrievereinen des In- und Auslandes.* München 1844.
[39] Nach dem Namen ihres Stifters, General Claude Martin.
[40] Nach dem Namen der französischen Polytechnischen Schule oder nach dem griechischen Wort πολύ = viel und Τέχνες = Künste
[41] Wir müssen betonen, dass 1836 diese Institution deswegen die Sonntagsschule genannt wurde.
[42] Unter der osmanischen Besetzung (1453-1821) gab es einige, jedoch nicht systematische, Studien für das Kunsthandwerk wie z.B. Ikonenmalerei auf dem Berg Athos, Goldschmiedkunst und Metallurgie in Epire, Textilwaren in Thessalien (Tyrnavos)
[43] z.B. der dänische Architekt Theophilos Hansen, der von 1837 bis 1843 an der Polytechnischen Schule unterrichtete. Später baute er in Wien die Akademie der schönen Künste, das Parlament, den Saal des Musikvereins und die Börse.
[44] Unter Kavtazoglous Leitung wurden alle Dokumente auf griechisch abgefasst.
[45] Darunter fehlten jedoch die Perspektive, die Bühnenmaler u.a
[46] Auf griechisch hat die Nationale Technische Universität den Namen: National Metsovio Polytechnion.

Durch ein Gesetz vom 20. Juli 1887[47] erwarb diese Institution eine neue Organisation und erhielt den Namen: Schule der industriellen[48] Künste, und die Schule der schönen Künste wurde von da an unabhängig. Die Schule der industriellen Künste bestand aus zwei höheren Schulen: einer privaten Ingenieur und Mechaniker Schule, mit einem 8-semestrigem Studium und einer mittleren Schule, mit einem 4-semestrigem Studium für Geometer und Werkmeister. Mit der Hilfe ihres Direktors (1879-1901), Offizier Anastasios Theophilas entsprang aus dieser Institution die erste Knospe der technischen Bildung in Griechenland, Später wurde er Professor für Mineralogie und Geologie an der Athener Universität und K. Mitsopoulos wurde der neue Direktor (1902-1910), der die Neuorganisation der Universität übernahm und sie, nach dem neuen Streben in Europa, auf die gleiche Ebene stellte.

Wir müssen betonen, dass 1910[49] die neue Regierung, welche durch die Revolution[50] von Goudi entstand, also Venizelos Regierung, Werturteile über die Professoren an der Universität und an der Polytechnischen Schule abgab, und so wurde ihr Direktor Prof. K. Mitsopoulos seines Amtes enthoben. Im akademischen Jahr 1912-1913, während des Balkankrieges, war die Institution geschlossen. Aggelos Ginis, seit 1898 Professor, von 1910 bis 1920 sowie von 1923 bis 1927 Direktor, hatte Erfahrungen im Ministerium für öffentliche Arbeiten tätig war. Ginis gab der Institution ihre vollständige Gestalt. Durch das Gesetz vom 30. Oktober 1917 wurde die Schule der Industriellen Künste, welche seit 1914 den Namen Nationale Technische Universität führte, mit der Athener Universität gleichgestellt und drei neue Fakultäten werden gegründet. Das waren die der Architektur, der Ingenieur Chemiker[51] und der Topographen). Außerdem wurde die Fakultät der Mechaniker zur Schule der Mechaniker und Elektroingenieuren. So wurden diese Institutionen mit ihren Organisationen gleichwertig mit den Technischen Universitäten in Deutschland und den USA. Mit der Technischen Universität in Athen vervollständigte sich das Studiumniveau an den technischen und wirtschaftlichen[52] Abteilungen.

Die Polytechnische Schule und die Universität von Athen hatten fast ausschließlich die selben Mathematikprofessoren. Folgende Professoren

[47] mit diesem Gesetz wurde sie als höhere Schule anerkannt.
[48] Nach dem Beispiel der französischen Ecole d' arts industrielles.
[49] In diesem Jahr wurde aus der Schule der schönen Künste die Polytechnische Schule
[50] Wir müssen betonen, dass die politische Geschichte in Griechenland im 20. Jahrhundert mit der coup d' Ètat, der militärischen Vereinung im Jahr 1905 anfing. In Wirklichkeit war es keine Revolution, aber die Evolution, welche dieses coup d' Ètat auslöste, kann auch als solche bezeichnet werden.
[51] Es muss gesagt werden, dass Ende des 19. Jaghunderts die Chemieindustrie ausführlicher erörtert. So brauchte das Land ausgebildete Chemiker. Deswegen gründete der Chemiker Otto Roussopoulos 1894 in Piräus eine „Industrie- und Handelsakademie", welche im Jahr 1896 nach Athen umgesiedelt wurde. In dieser kleinen, privaten „Polytechnischen Schule" wurden Vorbereitungskusse abgehalten, wie ein naturwissenschaftliches Gymnasium und die „Schule" für Chemiker, Manufakturen, (Gärstofftechnikern, Öltechnikern, **Viehtechnikern**), für Landwirtschaft (landwirtschaftliche Seidenzucht, Käserei, Bienenzucht), für Handel (Buchführung, Geschäftsleuten, Bankangestellten), für Architektur (Architekten und Technischen Zeichnern), für Mineralogie-Metallurgie (Maschinisten, Handwerksmechanikern und Mechaniker für industrielle Maschinen, für die Handels- und Kriegsmarine, Eisenbahntechniker) und eine Schule für die Handelsmarine. Es gab auch Schulen für Fremdsprachen und für Funker. 1905 wurde diese „kleine Polytechnische Schule" als gleichwertig mit der italienischen Institution anerkannt, und den streikenden Studenten der Universität der Polytechnischen Schule gelang es durch ihre Aktionen die staatliche Anerkennung der Roussopouos Akademie, die bis zum Tod ihres Gründers (1923) existierte, aufzuheben.
[52] Nach der ersten Wirtschaftsschule, die von C. Stéphanos 1904 fieng eine neue Epoche für die Entwicklung und die Weitschweifigkeit der Mathematik in Griechenland an. Der Rahmen dieser Schulen war der Kern um 1920 die höhere Schule der Wirtschaft zu gründen, welche 1926 die höhere Schule der finanziellen und wirtschaftlichen Wissenschaften genannt wurde.

unterrichteten[53] an beide Institutionen: G. Vouris (1844-), I. Papadakis[54] (1863-), V. Lacon (1858-1859), C. Stéphanos (1885-1916), I. Hadjidakis (1888-1914), G. Remoundos (1916-1928). Aber es gab auch einige Mathematikprofessoren, die hauptsächlich im Ausland studiert hatten, wie z.B. Th. Komninos (1837-1854), Offizier, der an den Universitäten von Padova und Paris studiert hatte, A. Damaskinos (1877-1884), welcher an den Universitäten von Padua, Pisa und Paris studiert hatte, N. Gennimatas (1913-1932), der zuerst an der Polytechnischen Schule und dann in München studiert hatte.

Einige Professoren waren auch Offiziere oder an der Militärischen Schule als Professoren tätig, wie z.B. G. I. Soutsos (1865-1922), der im Jahr 1824 in Odessa geboren wurde und an der militärischen Schule studierte. Er lehrte 28 Jahre an der Polytechnischen Schule. A. Apostolou, Offizier, aus der Militärischen Schule, war von 1882 bis 1905 Professor der darstellenden Geometrie an der Polytechnischen Schule und an der Militärischen Schule. L. Lapathiotis, Mathematikprofessor an der Militärischen Schule, an der Seemannsschule und an der Polytechnischen Schule von 1886 bis 1891.

Carathéodory, welcher an der Polytechnischen Schule fast zwei Jahre lang (1922-1923) Mechanik unterrichtete, hat Aristoteles Economou für das Rockfellerstipendium von 1925 bis 1927 in München für eine Arbeit an der Funktionstheorie vorgeschlagen. Aber Economou konnte dieses Studium nicht annehmen, weil er für den Posten des Mathematikprofessors an der Polytechnischen Schule gewählt worden war. Carathéodory, wie R. S. Schultze betonte, bedauerte diesen Verlauf, weil: „er erwartete mehr von Economous Stipendium für die Entwicklung der Mathematik in Griechenland[55]." Economou lehrte über zehn Jahre (1925-1936) Mathematik. Mit der Wahl von N. Kritikos und Ph. Vassiliou als Professoren für Mathematik schließt dieses erste Jahrhundert der Polytechnischen Schule.

IV. Die militärische Schule

Mit der Ankunft von Kapodistrias kam ein neuer Wind in Griechenland auf. Der alte Außenminister von Russland (1809-1827) versuchte eine neue Politik einzuführen, wo Ordnung und Struktur ein zerstörtes Land neu bilden würden. Seine ersten Ziele waren: die Armee[56] neu zu organisieren. In diesen Rahmen wurde auch die Gründung der Militärischen Schule[57], nach dem Modell der französischen Polytechnischen Schule[58], gelegt. Die neue Schule wurde 1828 gegründet und hatte die selben Zwecke wie die französische zu erfüllen, also Offiziere und qualifizierte Ingenieure auszubilden, welche zur Wiederorganisation Griechenlands beitragen sollten. Kapodistrias, Griechenlands Staatshalter, zuständig für die Organisation der

[53] Die folgenden Daten beziehen sich auf ihre Unterrichtszeiten.
[54] Er war Professor für Astronomie an der Universität von Athen.
[55] R. S. Schultze, *Rockefeller and the Internationalization of Mathematics between the two world Wars.* Birkhäuser Verlag Basel – Boston – Berlin 2001, S. 68
[56] Kapodistrias wollte in Griechenland eine europäische Armee organisieren, mit ausländischen Soldaten als Kern und die irregulären Truppen in reguläre transformieren.
[57] Wir müssen betonen, dass Ch. Fabvier (1782-1855) von der französischen Polytechnischen Schule, 1824 eine militärische Akademie gründen wollte.
[58] s. Ch Phili, *Les débuts de l' enseignement de l' analyse à l' Ecole Polytechnique.* Comptes Rendus du **100e** Congrès National des Sociétés Savantes. Paris 1976. Bibliothèque Nationale S. 87-100

Schule, stellte Oberst Karl von Heideck[59] (1788-1861) ein und nannte die Studenten dieser Schule „die Vorsprechenden“ (Evelpides auf griechisch)[60]. Die Militärische Schule, mit 50 Studenten[61], begann ohne einen strengen, gesetzlichen Rahmen. z.B. wurden die Organisation der Ausbildung, die Dauer des Studiums und die Unterrichtsfächer nirgendwo festgelegt.

Während eines Besuches in Paris (Oktober 1827) erbat der griechische Politiker Kapodistiras von der französischen Regierung einige Offiziere als Staatsräte[62]. Der Name von J. H. Pauzié[63] (1792-1848), Hauptmann der Artillerie, wurde in den ersten Jahren mit der Militärischen Schule in Verbindung gebracht. Er organisierte zuerst eine Schule der Artillerie[64], in der der Mathematikunterricht[65] vorrangig war. Leider war diese Schule nur von kurzer Dauer.
Ende 1828 akzeptiere Kapodistiras Pauziés Antrag eine Polytechnische Militärische Schule zu gründen. Obwohl es zwei große Probleme gab,

a) die lückenhafte Bildung der Studenten
b) das Fehlen eines zweckdienlichen Gebäudes[66]

arbeitete Heideck mit Pauzié zusammen, um die Schule zu gründen, und Anfang 1829 öffnete die Militärische Schule, mit Pauzié als Direktor, ihre Pforten. Unter der Professorenschaft befanden sich Carandinos[67], früherer Student an der Ionischen Akademie (Korfu), D. Despotopoulos, Professor für Mathematik, B. Wissel, Professor für Zeichenkunst, S. Kalosgouro, Professor der griechischen und französischen Sprache[68], u. a..

Die Militärische Schule begann am 1.Juli 1829 mit einem dreijährigen Studium und im folgenden Jahr wurde ein Komitee[69]gebildet, um das Fortschreiten und die Weiterentwicklung zu kontrollieren. Die griechische Militärischschule hatte nach dem Modell der französischen Polytechnischen Schule auch ein Conseil de Perfectionnement[70].

J. H. Pauziè lehrte Mathematik nach dem Programm de Ecole Polytechnique die ersten Übersetzungen des Carandinos wurden bei den Vorlesungen der:

[59] Bayerischer General, welcher mit den Österreichern und später mit den Franzosen gegen Spanien gekämpft hatte, kam während des Befreiungskrieges nach Griechenland. 1828 ernannte ihn Kapodistrias zum Major von Nafplion (erste Hauptstadt Griecehnlands). Später war er das dritte Mitglied der Regentschaft.
[60] Dieser Name wurde zum ersten Mal an der Ionischen Schule benutzt und zwar für die sehr jungen Studenten, die eine Sonderklasse bildeten. s. G. und V. Salvanou, *Die Ionische Akademie* Athen 1949, S. 18 (in griechischer Sprache).
[61] Sie waren zu alt und waren nicht klug genug um zu studieren.
[62] Unter ihnen waren: A. Th. Garnot, der Geograph J-P. Peytier, beide von der französischen Polytechnischen Schule und S. Voulgaris, aus den Ionischen Inseln stammend.
[63] s. A. Fourcy, *Histoire de l' Ecole Polytechnique éd*, Belin, Paris 1987, S. 441.
[64] Sie bestand nur fünf Monate und wurde später, Anfang 1929, in die Zentrale Kriegsschule eingegliedert.
[65] J. H. Pauzié legte in seinem Projekt die Bücher von: E. Bézout, *Cours complet de mathématiques à l' usage des gardes de pavillon, de la marine et du corps royal de l' artillerie.* Vols I-IV. Paris 1780; G. Monge, *Leçons de géométrie descriptive.* Paris 1804, s. A. Kastanis, *Die militärische Schule des Cadets.* Athen 2000, S. 50
[66] Die Militärische Schule bestand zuerst in Nafplion uns seit 1834 auf der Insel Ägina
[67] Ch. Phili, *La reconstruction des Mathématiques en Grèce : l' apport de Ioannis Carandinos*, (1748-1834). L' Europe Mathématique Paris 1996, S. 305-319
[68] A. Kastanis op. cit. S. 52
[69] A. Kastanis op. cit S. 71
[70] s. Ch. Phili, *Les débuts de l' enseignement de l' analyse à l' Ecole Polytechnique.* Comptes Rendus du 100e Congrès National des Sociétés Savantes. Paris 1976 Bibliothèque Nationale, S. 87-100 ; auch M. Bradley, *Scientific Education versus military training : the influence of Napoleon Bonaparte on the Ecole Polytechique.* Annals of Science, Vol. 32 no 5 1975, S. 415-449.

Geometrie, Eléments de Géométrie, Wien 1829 (von Legendre), Arithmetik, Eléments d' Arthmétique, Wien 1829 (von Bourdon), Trigonometrie, Traité de Trigonométrie, Korfu 1830 (von Legendre)[71] eingesetzt. Die griechische Regierung kaufte[72] 600 Bücher der Geometrie und 200 der Trigonometrie. Für den Unterricht der darstellenden Geometrie und Mechanik gab es vielleicht einige Broschüren aus Carandinos Übersetzungen von Monge[73] und Poisson[74]. Bücher die leider ungedruckt blieben[75]. Wir können auch annehmen, dass die Bücher von K. Koumas[76] oder die von N. Theotokis[77] verwendet wurden.

Der erste Professor für Mathematik, Dimitris Despotopoulos, lehrte zu Anfang auch bei den „Vorsprechenden“ (Evelpides). Er hatte an der Ionischen Akademie mit Ioannis Carandinos studiert, welcher ihn[78] erwähnte. Laut Programm der militärische Schule, unterrichtet er Arithmetik, Geometrie und Algebra.

Als Otto (1834) den Thron bestieg, fing für die Militärische Schule eine neue Periode an. Während den ersten zwei Jahren (1834-1835) graduierte kein Student. Dazu kam, dass das Gebäude zu klein war(ein privates Haus). König Otto beschloss die Militärische Schule auf die Insel Ägina umzusiedeln. Die achtzig Studenten wurden jetzt unter anderem auch in Differenzial- und Intergralrechnung, analytische Geometrie, Variationsrechnung vom selben Professor, dem ersten Professor für Mathematik, Dimitris Despotopoulos unterrichtet. Im Jahr 1834 verlegte er sein „Buch“[79] Elementare Arithmetik und Geometrie.

Die Graduierten hatten die Möglichkeit im Ausland zu studieren, da das Niveau des Studiums ziemlich gut war. So setzten einige ihr Studium in Frankreich, an der *Ecole d' application* in Metz und zwölf an der Militärischen Schule in München als Stipendiaten von König Ludwig von Bayern (Ottos Vater), fort.

1837 ließ sich die Militärische Schule in Piräus nieder. So waren die drei höheren Institutionen, die Universität, die „Polytechnische Schule“ und die Militärische Schule im selben Jahr in Athen[80] untergebracht. Da sich König Otto für die Einrichtungen interessierte, kontrollierte er sie des öfteren. Manchmal war er auch während den Prüfungen anwesend und examinierte die Studenten oder korrigierte ihre Arbeiten . In dieser Epoche gab es eine 5-jährige Schulpflicht. Dimitris Despotopoulos war mit Professor Stroubos zusammen, der an der Universität Physik und Mechanik unterrichtete, bis 1854 die Stütze der wissenschaftlichen Bildung.

[71] s. Ch. Phili, *Mathematices and Mathematical Education in the University of Athens from its foundation to the beginning of the XXth century,* Archives Internationales d' Histoire des Sciences. Vol 51, 2001, S. 74-98.
[72] Ch. Phili op. cit S. 17-18.
[73] Wir wissen nicht aus welcher Auflage. (s. G. Monge, *Géométrie descriptive,* z.B. 4. Auflage (von B. Brisson, Paris 1820)).
[74] D. Poisson, *Traité de Mécanique* Vols 2. Paris 1811.
[75] Ch. Phili, *Ioannis Carandinos* (1784-1834). *L' initiateur des mathématiques françaises en Grèce* (zum Vorschein kommen).
[76] *Traité de Mathématiques et de Physique,* Wien 1812 (auf griechisch).
[77] *Eléments de Physique.* Leipzig 1784 (in griechischer Sprache).
[78] Ch. Phili, *La reconstruction des Mathématiques en Grèce : l' apport de Ioannis Carandinos (1784-1834).* L' Europe Mathématique. Paris 1996, S. 305-319.
[79] Dem Titel nach ist es eine Übersetzung des französischen Buches von M. A. Lagrangiou (sic!). Wir wissen aber, dass J .L. Lagrange kein Elementarbuch geschreiben hatte und sein Name Joseph Louis war. Außerdem Legendre, desser Name war Adrien Marie hatte kein Buch über Arithmetik geschrieben.
[80] Piräus ist der Hafen in der Nahe von Athen. Die militärische Schule existierte vierundfünfzig Jahre im Haus von Firaldi.

1841[81] erlangte die Militärische Schule zum ersten Mal ihre eigene innere Regelung, aber die politische Unbeständigkeit war eine Hürde für den Fortschritt des Landes. Nach dem Aufstand der Studenten gegen den autoritären Diktator der Militärischen Schule, G. Karatzas, im Jahr 1846, wurde die Schule ein Jahr lang geschlossen. Der royalistische Direktor blieb bis 1862 an der Spitze der Schule.

Der vornehme Student von Despotopoulos, M. Sophianos[82] (1811-1887), wurde sein Nachfolger. Sophianos unterrichtete Mathematik und veröffentlichte für die Studenten eine Reihe mathematischer Bücher[83]. Wir müssen betonen, dass sein Buch, Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung, (Athen 1858), das erste unabhängige[84] Buch auf dem Gebiet der Mathematik war.

Mit dem Krim-Krieg änderte sich das Leben im Land, weil sich eine nationale Politik, mit dem König an der Spitze, entwickelte. Die Offiziere schieden aus dem Dienst aus und wollten als Freiwillige gegen die Türkei kämpfen. Aber die Intervention des Westens hielt diese Politik auf und Griechenland stand unter ausländischer Besatzung (1854-1857). Als diese Lage mit der Entthronung von König Otto endete, entzweiten sich die Offiziere in König Otto-Anhänger und König Otto-Gegner.

Eine neue Periode für die Militärische Schule begann mit der Ankunft des neuen Königs Georg I (1863). Die neue Regelung von 1864 kennzeichnete die neue Epoche. Die Schule immatrikulierte nach einer Aufnahmeprüfung zu einem sechsjährigen Studium für die technischen Waffen und einem vierjährigen Studium für die Infanterie und die Kavallerie nur sechzig Studenten. Nach einer neuen Regelung (1866) wurde das Studium auf fünf Jahre für alle Waffen angesetzt. Durch zwei weitere Regelungen von 1867 und 1877 wurde auch die Struktur der Militärischen Schule geändert.

Der ständige Wechsel der Regierungen und die Interventionen der Politik in die Armee[85] schwächten die Armee. In dieser Epoche zählte die griechische Armee ungefähr 8000 Mann (die Offiziere mit inbegriffen).

Im Jahr 1870 lockerte eine andere Regelung die Gestalt der Institution auf. Jetzt waren die Studenten sehr jung (14-16 Jahre alt) und es wurde ein siebenjähriges Studium eingeführt. Fünf Jahre hatten die Studierenden nur naturwissenschaftliche Vorlesungen (Physik, Mathematik, und Mechanik) und in den folgenden zwei Jahren hatten sie praktischen Unterricht. Die Zahl der Studenten wurde auf vierzig reduziert.

[81] Wir müssen betonen, dass König Otto sich für die Bildung in Griechenland stark eingesetzt hatte. So wollte er 1842 eine musikalische Schule gründen, welche dann von 1843 bis 1855 bestand. Das Athener Konservatorium wurde erst 1871 gegründet. .

[82] Michael Sophianos wurde in Konstantinopel geboren und nach der griechischen Revolution gegen das osmanische Reich, zog er nach Zakynthos (Ionische Insel), wo er studierte. Er war einer der besten Studenten der „Vorsprechenden" (Evelpides) und während seines Studiums entdeckte Despotopoulos sein Talent für Mathematik. So unterrichtete er nach seiner Graduierung Elementarmathematik. Später wurde er Professor der Darstellenden Geometrie an der Polytechnischen Schule und an der Seemannsschule. Außerdem lehrte er z.B. Festungswerk an der militärischen Schule.

[83] *Vorlesungen über analytische Geometrie,* Athen 1857; *Vorlesungen über Differenzial- und Integralrechnung* Athen 1858; *Vorlesungen über Algebra,* (Athen 1859); *Vorlesungen über Arithmetik,* (Athen 1864); *Vorlesungen über geradlinige, sphärische Trigonometrie,* (Athen 1871).

[84] Zuerst gab es einige Abschnitte über Differential- und Integralrechnung in dem Buch von K. Koumas *Lehrbuch der Mathematik und Physik,* (Bd. I-VII, Wien 1807). I. Carandinos legte in seiner *Fortschrift für die Natur der Differentialrechnung,* (Korfu 1827) die Begründung der Analyse nach langrangische Theorie der Funktionen, vor. Siehe Ch. Phili, *Ioannis Carandinos (1784-1834). L' initiateur des mathématiques françaises en Grèce* (wird zum Vorschein kommen).

[85] Die Offiziere konnten gleichzeitig auch Abgeordnete sein.

Nach den ersten fünf Jahren konnte man als Zivil-Ingenieur[86], Geometer oder Referendar graduieren, oder man konnte als Lehrer an den Gymnasien arbeiten. Wir müssen betonen, dass in Griechenland während König Ottos Regierung, bis 1887 (die Reform der Polytechnischen Schule), alle öffentlichen und privaten Projekte von Offizieren der Mechanik durchgeführt wurden.

Aus diesem Milieu kommt der erste wichtige Mathematiker[87] Griechenlands. Der vornehme Student der Militärischen Schule, N. Nikolaidis[88] (1826-1886), lehrte, nach seinem Studium an der französischen Schule Ponts et Chaussées (auswärtiger Student), an der Polytechnischen Schule (auswärtiger Student) und seinem Doctorat d' Etat ès Sciences mathématiques (1865), Mathematik an der Militärischen Schule und seit 1871 Mechanik an der Universität.

Mit dieser neuen Regelung von 1870 erreichte die Militärische Schule fast die Ideale von Kapodistrias und von König Otto, wenige Studenten, vornehme Professoren und Disziplin. Das Volk konnte die Schule wegen ihrer hohen Studiengebühren nicht besuchen. Deshalb gehörten ihre Graduierten der Elite an.

Die Führer der ersten mathematischen Schule, I. Hadjidakis[89] und C. Stéphanos, Professoren an der Universität, unterrichten Mathematik um dazu beizutragen, dass das naturwissenschaftliche Niveau stieg, so dass es dem der Universität gleichgestellt wurde. Fast alle Professoren (später auch N. Hadjidakis lehrte von 1900 bis 1904) unterrichteten[90] an der Polytechnischen Schule wie auch an der Universität.

Während der ersten Regierungsperiode von Ch. Trikoupis (1882-1885) wurde die Wehrpflicht obligatorisch, so hatte das Land 30.000 Soldaten und die Offiziere konnten nicht mehr gleichzeitig auch Abgeordnete sein. Dazu kam, dass eine neue militärische Schule gegründet wurde, die der Unteroffiziere, welche dann nach ihrem Studium Offiziere der Infanterie oder der Kavallerie waren.

1882 kam eine neue, sehr wichtige Regelung für die Militärische Schule hinzu. Zum ersten Mal konnten nur die Absolventen der Gymnasien nach strengen Prüfungen eingeschrieben werden. Es war ein 10-semestriges Studium. Ch. Trikoupis wollte, dass die Militärische Schule mit der französischen Ecole Polytechnique und die Schule der Unteroffiziere mit der Saint Syr Schule gleichwertig sind. Die Zahl der Studenten stieg jetzt auf hundertsechzig an und das Gebäude in Piräus[91] reichte nicht mehr aus. Da kam der Grieche der Diaspora, Georg Averov, nationaler Wohltäter, zu Hilfe. Der dänische Architekt E. Ziller entwarf, nachdem G. Averov eine große Geldsumme stiftete (4.000 Dukaten), ein neues Gebäude (36.400 qm) in Athen, nahe es Mars Parks.

[86] 1884 bestand die Seemannsschule. Zu Anfang war diese Schule auf dem militärischen Schiff „Griechenland" untergebracht und nach 1905 in einem neuen Gebäude in Piräus wo sie bis heute ist.

[87] s. z.B. seine Artikel: *Sur la théorie des surfaces; Génératsation d' un théorem de M Bertrand ; Nouvelle propriètè d'un système des coniques homofocales ; Théorèmes de M. M. Charles et Kupper, démonstration analytique de ces théorémes, Représentation géométrique de l' intégrale d' Euler par un système de coniques homofocales ; Sur une transformation de Maclaurin* usw., Athéns 1871

[88] Leider hinderte seine Krankheit (Depression) ihn dabei, die Mathematik in Griechenland zu entfalten. Er unterrichtete auch zwei akademische Jahre an der Universität. Da er für längere Zeit krank geschrieben war, musste er 1881 aus dem Dienst treten. In Vergessenheit geratend, starb er 1889.

[89] Aus seinem Posten heraus veröffentlichte er seinen Artikel, s. *Mathematische Beiträge von J. Hatzidakis, Professor der höheren Mathematik an der militärischen Schule zu Piräus.* Erstes Heft. Athen 1876 (in deutscher Sprache)

[90] Später hatte die militärische Schule Professoren, welche ausschließlich nur dort unterrichteten

[91] Von 1854 bis 1857 war die militärische Schule im Schloss der Herzogin von Plakentie (heute ist es ein byzantinisches Museum) in Athen ansässig.

Während des Balkankrieges[92], durch den Griechenland als Sieger hervorging, verdoppelte sich fast das Land (u.a. kam Thessaloniki hinzu) schloss die Militärische Schule sechs Monate lang ihre Pforten, da die Studenten an dem Krieg teilnahmen. In dieser Epoche (1912-14) ernannte Venizelos den französischen Oberst L. Jenin (Mitglied der ausländischen Vertretung von Venizelos) zum Direktor[93] der Schule. Ein erheblicher Unterschied charakterisierte die jetzige Militärische Schule von der vor dem Balkankrieg. Vor dem Krieg gab es mehr Studenten, mehr Unterricht und die Graduierten waren sehr theoretische Offiziere ohne vollständige militärische Ausbildung und Erfahrung. Doch nach dem Balkankrieg verminderte sich der theoretische Unterricht und es wurde bei der Ausbildung Wert auf die praktischen und militärischen Vorlesungen gelegt. Nach den Aufnahmeprüfungen wurden 1913 zweihundertsiebzig Studenten an der Militärischen Schule immatrikuliert. Wir müssen betonen, dass in den vergangenen fünfzig Jahren, also seit dem Bestehen der Militärischen Schule, die Zahl der Graduierten insgesamt auch 270 war.

Eine neue Epoche (1914) wurde wieder durch eine Neuregelung, gekennzeichnet. Jetzt konnten nach einem einjährigen Vorbereitungskurs, sowohl Unteroffiziere[94] als auch Privatleute an der Militärischen Schule studieren und dreihundertdreißig Studenten ließen sich einschreiben. Nach dem ersten Weltkrieg (1920-1926) wurde daraus ein dreijähriges Studium und von 1926 bis 1935 sogar ein vierjähriges. Ab 1936 wurde es wieder ein dreijähriges Studium und die Zahl der Studenten vermehrte sich, da ein neuer Weltkrieg vor der Tür stand.

Es muss gesagt werden, dass während ihrer ersten Epoche die Militärische Schule das Modell der französischen Polytechnischen Schule folgte, sowohl bei der Organisation der technischen Ausbildung, als auch bei den öffentlichen Bauarbeiten. Während ihrer Neuorganisation (1834) unter König Ottos Regierung erwarb die Militärische Schule eine neue Gestalt mit neuem spezifischem Unterricht und es wurde ein achtjähriges[95] Studium daraus.

Die technische Hochschule, die 1837 in Athen gegründet wurde, und die Militärische Schule trugen sehr zur Entwicklung der technischen Ausbildung in Griechenland bei. Eigentlich hatten die Studenten die selben Professoren, und viele Studenten, welche die Militärische Schule beendet hatten, gingen auf die Polytechnische Schule. Diese militärische Schule, mit einem vollständigen Mathematikprogramm im 19 Jahrhundert, wurde im 20. Jahrhundert, dessen erste Hälfte fast fünfundzwanzig Jahre Krieg beinhaltete, realistischer.

VI. Die Universität von Thessaloniki

C. Caratheodory (1873-1950) und sein Stiefbruder Georg Streit (1868-1932), Professor der Rechtswissenschaften an der Athener Universität, haben 1913 in Berlin schon über die Gründung einer Universität in Thessaloniki[96],[97], da diese Stadt erst

[92] Am 5. Oktober 1912 proklamierte Griechenland den Krieg gegen die Türkei. Erster Balkankrieg. Am 16. Juni 1913 griff die bulgarische Armee Griechenland an. Zweiter Balkankrieg.

[93] Venizelos wollte ausländisch Fachkräfte einlanden (s. z.B. Carathéodorys Einladungen zu Bildungsfragen)

[94] Eine Schule für Unteroffiziere wurde 1914 auf Korfu gegründet. Sie bestand bis 1920

[95] Vier Jahre Vorbereitungskurs und vier „normale" Studienjahre.

[96] A. Michalakopoulos (1875-1938), Mitarbeiter von Venizelos, und später Ministerpräsident, hatte 1911 an die Gründung einer neuen Universität gedacht. s. *Die Universität.* Panathinea Vol 1 A

kürzlich befreit[98] worden war, nachgedacht. Heute ist Thessaloniki die zweitgrößte Stadt in Griechenland. Leider konnte diese Idee, wegen des Balkankrieges (1912-1914) und des ersten Weltkrieges, nicht realisiert werden.

Nach dem ersten Weltkrieg blühte unter der neuen Regierung von Elefterios Venizelos[99] eine dynamische Entwicklung der Bildung auf. El. Venizelos hatte eine besondere Priorität für die Bildung[100]. Aber die katastrophale Niederlage der griechischen Armee in Kleinasien, 1922, hatte seine Pläne durchkreuzt. Doch der Gedanke, eine Universität in Thessaloniki zu gründen, geriet nicht in Vergessenheit. Am 24. März 1924 tauchte unter der neuen Regierung des Sozialisten Alexandros Papanastasiou (1876-1936) die Frage, eine zweite Universität in Griechenland zu gründen, wieder auf. "...vor allem denken wir über die lehrende Organisation im Norden des Staates nach, die auf jeden Fall das Lehren verstärken würde.... und eine zweite Universität in Thessaloniki würde die Wissenschaften stufenweise anheben."[101]

Am 8. Juli 1924 legte der Minister für Bildung und Religion, I. Liberopoulos das Gesetz für die Gründung der neuen Universität vor. „... nach Thessalonikis Befreiung wurde dieser Bedarf unter allen Umständen dringlicher."[102] Die Motive und die Direktiven der neuen Universität lagen in der Hervorhebung der nationalen Gestalt des Landes. Die neue Universität musste noch dazu ein Vortrabes Profil[103] bilden.

Durch die politische Unbeständigkeit konnte dieses Gesetz nicht verabschiedet werde. Doch am 21. September 1926 wurde die Universität von Thessaloniki, durch ein anderes Gesetz, endlich realisiert. Als 1926-27 die philosophische Fakultät ihre Arbeit aufnahm und die Forstschule von Athen in die Fakultät der Physik und der Mathematik (Gesetz vom 6. Oktober 1928) eingegliedert wurde, entwickelte sich die Universität wie eine geordnete Menge. In den Parlamentsdebatten[104] betonte Venizelos Caratheodory Wirkungskraft neue Institutionen zu organisieren, wie die Polytechnische Schule in Breslau (Deutschland). Währenddessen hatte ihn der Ministerpräsident schon eingeladen bei der Organisation der neuen Universität in Thessaloniki, als regierungsfreundlicher Kommissar (ein Posten der mit dem des Rektors gleichwertig war), mitzuwirken.

Nikolaos Kritikos (1894-1986) wurde mit der Unterstützung von Caratheodory zum ersten Professor für Mathematik gewählt. Er hatte an den Universitäten von

[97] In seinem Bericht (1919), *Projet d' une nouvelle Université en Grèce, présenté au Gouvernement Hellènique* (in französischer Sprache), betonte Caratheodory die Bedeutung von Thessaloniki da diese Stadt sich näher zu Westeuropa befindet und auf der Achse zu Konstantinopel liegt.

[98] Aus der osmanischen Besatzung

[99] z.B. hat er mit Caratheodory die Universität von Smyrni (Izmir) in Kleinasien (1919-1922) gegründet. Venizelos hat auch die Forstsschule (1917) und die Landwirtschaftschule (Universität) 1920 in Athen gegründet.

[100] Wir müssen betonen, dass als Venizelos zum zweiten Mal Ministerpräsident wurde, hatte er während der Friedenskonferenz in Paris (September 1919) Caratheodory aus Berlin eingeladen. Der Ministerpräsident wollte einige griechische Wissenschaftler und Intellektuelle wie D. Glinos, A. Delmouzos, M. Triantafyllidis, G. Papandreou, N. Kazantzakis kennen lernen.

[101] Sitzung des Parlaments. Programm der Regierung vom 24.3.1924

[102] idem Sitz. 8. 7. 1924

[103] N. Kastanis, *Der 70er Marsch, das Departement der Mathematik an der Universität von Thessaloniki.* Thessaloniki 1999, S. 15

[104] Sitzungen vom 17.-20. Dezember 1928. Siehe auch Ch. Phili, *Constanin Caratheodory: His Life and Work.* Advances in Convex Analysis and Global Optimization. Honoring the Memory of C. Caratheodory (1873-1950) edited by Nicolas Hadjisavvas, University of the Aegean und Panos M Pardalos, University of Florida Kluwer Academic Publishers. Dordecht. Boston London 2001 p. XIII-XXIV

Athen, Göttingen und Zürich studiert. Nach seiner Dissertation an der Züricher Universität[105],[106] ernannte ihn[107] Caratheodory , der immer auf ihn geachtet hatte, noch während er seinen Wehrpflichtdienst in Kleinasien (Cydonies Division) leistete, zum Sekretär der „tot geborenen" Universität von Smyrini (Izmir, Kleinasien) (1919-1922). Nach Caratheodory's und E. Landau's[108] Empfehlung studierte Kritikos an den Universitäten von München und Hamburg Topologie, als Rockefeller Stipendiat, und Caratheodory und Blaschke waren seine Gastgeber[109], doch Caratheodory nahm an: „.....er ist nicht so gut wie die deutschen Mathematiker aber er ist der Beste unter den Griechen."[110] Während dieses Aufenthalts in Deutschland, veröffentlichte Kritikos zwei Artikel[111] in den Mathematischen Annalen und einen[112] im Bericht der griechischen mathematischen Gesellschaft[113].

In den ersten Jahren lehrten Kritikos und sein Assistent, der Physiker J. Gratsiatos (1909-1968), welcher seine Dissertation[114] an der Münchner Universität mit A. Sommerfeld gemacht hatte, und danach strebte, dass die neue Fakultät funktionierte, nur wenige Studenten (sechs 1929-30, neun 1930-31), 1930 wurde ein neuer Professor, Th. Varopoulos[115],[116] (1894-1957) durch Stimmenmehrheit gewählt. Varopoulos hatte die Empfehlung von G. Remoundos[117] (1878-1928). Nach seiner Dissertation an der Athener Universität (1919) studierte er in Paris (1920-1925) weiter, wo Varopoulos viele Artikel[118] herausgab und eine 1923 weitere Dissertation[119] schrieb. Als er 1925 nach Athen zurückkehrte, wurde Varopoulos,

[105] *Über ganze transzendente Funktionen mit reellen Nullstellen*. Math. An. Bd. 81, 1920, S.
[106] Von Amts wegen sollte er mit Professor K. R. Fueter (1880-1950) zusammenarbeiten, doch in dieser Epoche war er an der Universität von Zürich Rektor und so arbeitete er in Wirklichkeit mit G. Polya (1887-1985)
[107] Er war 1914 sein Student in Göttingen
[108] Landau sah ihn als seinen „alten, sehr talentierten Studenten" an. s. R. S. Schultze, *Rockefeller and the Inernationalization of Mathematics between the two World wars*. Birkhäuser Verlag Basel – Boston- Berlin 2001. S. 68
[109] idem S. 294
[110] idem S. 68
[111] *Über konvexe Flächen einschießende Kugeln*. Math. Ann. Bd. 96 1927, S. 583-586; *Über analytische Abbildungen einer Kasse von vierdimensionalen Gebieten* idem. Bd. 99 1928, S. 321-341
[112] *Über analytische Abbildungen des Gebiets* $|x|+|y|$ *auf sich*. Bericht der griechischen mathematischen Gesellschaft. 1927. Bd. 8, S. 42-45
[113] In dieser Epoche gab er auch zwei weitere Artikel heraus: *On the postulate of parallels*. idem Bd. 6, 1925, S. 30-32 (auf griechisch); Sur une exention de l' inégalité entre la moyenne arithmétique et la moyenne géométrique. idem Bd. 8, 1928, S. 43-46 (in französischer Sprache)
[114] *Über das Verhalten der radiotelegraphischen Wellen in der Umgebung des Gegenpunktes der Antenne und über die Analogie zu den Poissonschen Beugungserscheinungen*. s. Annalen der Physik Bd, 1928, S.
[115] s. Chr. Phili, *Sur de développanent des mathématiques en Grèce durant la période 1850-1950. Les fondateurs*. Istorico Math. Issl. 2 série 1997, S. 80-102
[116] Wir müssen betonen, dass Th. Varopoulos der Sohn von Nicolas (geboren 1940) ein sehr berühmter Professor für Mathematik an der Orsay Universität in Paris und die mathematische Gesellschaft hat ihn mit dem Salem Preis ausgezeichnet.
[117] s. Chr Phili, *Reflexions of Picard's theorem and Monge's problem on two Greek mathematicians: G. Remoundos and P. Zervos*. Acta historiae erum naturalium necnon technicarum. New series Vol. 7 2003, S. 95-117
[118] Comptes Rendus de l' Académie de Paris, Bulletin de la Société Mathématique de France. u.a.
[119] *Sur la croissance et les zéros d' une classe de fonctions transcendantes* Thèse de Doctorat de l' Universitè de Paris 1923. Er hatte die nachfolgende Prüfungskommission : P. Montel, G. Julia, E. Vessiot.

nach Remoundos Tod (1928), zum Professor für Analysis an der Athener Universität gewählt und setzte seine Veröffentlichungen[120] fort.

Die neuen Professoren waren sehr qualifiziert, doch das Fehlen von Spezialisten in einigen Mathematikabteilungen war deutlich zu spüren. Hinzu kam, dass Bibliotheken, Bücher und Notizen fehlten, was den Studenten Schwierigkeiten bereitete. So begannen sie 1930 um eine Lösung dieser Probleme zu bitten. In diesem Jahr richtete Kritikos[121] die Basis der Bibliothek mit ausländischen[122] Journalen sowie ausländischen[123] und griechischen[124] Büchern ein. Wir müssen betonen, dass das Niveau der Bücher und Journalen höher war, wo eine Übertreibung für die Analysis nach Kritikos Interessen[125] aufkam.

1931-32 vermehrte sich die Zahl der Studenten auf 22 und 1932 wurden die wissenschaftlichen Annalen der Universität von Thessaloniki gegründet. Aber in diesem Jahr musste Kritikos die Universität von Thessaloniki verlassen, als von der Technischen Universität in Athen, nach dem Tod von Professor N. Gennimats[126] (1875-1932), einen Ruf als Professor erhielt. So blieb Varopoulos der einzige Professor für Mathematik bis Ende Dezember 1932, wo D. Pylarinos (1903-1990) zum Professor für Mathematik und Mechanik gewählt wurde. Der neue Professor hatte mit Professor N. I. Hadjidakis seine Dissertation 1928 über einige Eigenschaften der Kurven im Raum.... erarbeitet. Unter N. I. Hadjidakis[127] Schulung (er war ein vornehmer Student in N. Hadjidakis Seminar[128]) beschäftigte er sich mit der Differenzialgeometrie[129]. Um sein Department zu vervollständigen kam Th. Varopoulos wieder auf seinen alten Vorschlag zurück Ph. Vassiliou (1894-1986) an der Fakultät einzustellen. Ph. Vassiliou studierte nach seiner Dessertation[130] 1929 mit Caratheodory's Empfehlung 18 Monate an der Universität von Hamburg (1930-1932) mit E. Hecke, als Stipendiat der Rockefeller[131] Fundation. Mit Pylarinos und Vassiliou deckte die neue Fakultät den Bedarf an Lehrkräften für Geometrie und Algebra[132], obgleich Pylarinos auch Mechanik und Vassiliou Differenzial- und Intergralrechnung unterrichten, Th. Varopoulos lehrte die Komplex Analysis[133].

[120] s. z.B. *Sur les fonctions algébroides quotients des algébroides bornées*. Bull. S. M. F. Vol 52 (2) S. 225-231
[121] N. Kastanis op. cit. S. 32-33
[122] Wie Acta Mathematica, Mathematische Annalen, Mathematische Zeitschirft, Joural des mathèmatiques pures et appliquies. Wir müssen betonen, dass in dieser Epoche nur die griechische mathematische Gesellschaft Berichte herausgab und Kritikos hatte auch dieses Journal bestellt.
[123] Die Grundlagen der mathematischen Wissenschaften; Mèmorial des Sciences Mathèmatiques u.a.
[124] Von I. Hadjidakis und G. Remoundos,
[125] N. Kastanis idem.
[126] Er hat die Vektorialrechnung in Griechenland eingeführt und dieses Unterrichtsfach an der Technischen Universität in Athen.
[127] s. Chr. Phili, *P. Zervos, G. Remoundos, N, Hadjidakis. Die Gründungen der neuen Mathematik in Griechenland*. Das griechische 20. Jahrhundert, Athen 2001. S.147-152 (auf griechisch)
[128] idem
[129] s. z. B. seine Artikel: *Application de l' Analyse vectorielle à la géométrie*. Enseignement Mathématique 1930 Vol. 30 S. 35-43 ; Sur les congruences de courbes. idem 1931 Vol 30 , S.24-29
[130] Über Gausschen Summen in algebraischen Körpern.
[131] S. R. Schultze, op. cit. S.299
[132] Vassiliou hatte an der algebraischen Zahlentheorie gearbeitet. s. z.B. *Über einige Eigenschaften der Gauss – Heckeschen Summen*. Bericht (Praktika) der Akademie von Athen, 1929, Bd. 4 S. 222-225; *Über den Grad eines Primideals in einem komponierten Körper*. Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo. 1932, Vol 56 S. 446-448; *Bestimmung der Führer der Verzweigungskörper relativ-abelscher Zahlkörper. Beweis der Produktformel für den Führer – Diskriminanten – Satz*. Journal für die reine und angewandte Mathematik 1933 Bd. 169 (3) S. 131-139
[133] N. Kastanis op. cit. S. 49

Im Jahr 1933 gradierten die ersten Studenten. In den folgenden Jahren wurde Varopoulos die wichtigste Gestalt an der physik-mathematischen Fakultät da er der einzige ordentliche Professor war und weil seine Forschungen mit der Analysis und besonders mit dieser von P. Motel verbunden waren. Er wurde im Ausland bekannt während Pylarinos noch nicht genügend Artikel hatte und Vassiliou, trotz seiner vielen Publikationen, wenig Annerkennung fand, da niemand in Griechenland[134] zu dieser Zeit auf diesem Gebiet (algebraische Zahlentheorie) arbeitete.

In dieser anfänglichen Periode (1928-1937) hat Varopoulos[135] das Niveau der Funktionentheorie verbessert und entwickelte seine Forschungen weiter z.B. normale Familien der holomorphen Funktionen. Pylarinos[136], brachte Vektoren in die Infinitesimal Geometrie[137] ein, und Vassiliou führte zum ersten Mal die zeitgenössische Algebra[138],[139], nach der deutschen Tradition (Noether, van der Waerden), in Griechenland ein.

Die Universität von Thessaloniki, vor allem die physik-mathematische Fakultät, war wie ein Malzkeller mit seiner eigenen Dynamik, doch mit der Wahl von Ph. Vassilious an die Technische Universität in Athen, 1936, wurde dieser neue algebraische Geist lange der Fakultät[140] entzogen.

In Wirklichkeit basierte die Entwicklung der Mathematik in Griechenland (1837-1937) auf die Anstrengungen einiger geistreicher Professoren, welche, nach Carandinos, „Einleitung" in die zeitgenössische Mathematik, mit Enthusiasmus, Eifer und Wille den Schwierigkeiten entgegentraten.

Die Gegenwart der berühmten Professoren und international bekannten[141] Mathematikern und die Gründung der höheren Institutionen trugen dazu bei, die Mathematik in Griechenland, trotz der inneren politischen Unbeständigkeit[142] zu entwickeln.

Die ersten höheren Institutionen haben eine sehr wichtige Rolle gespielt, obgleich zwischen ihnen eine Art von Osmose bestand. Lange Zeit wurden die Professoren der Militärischen Schule später auch gleichzeitig Professoren an der

[134] N. Kastanis op. cit. S. 51

[135] Th. Varopoulos hatte fast die ganze Verantwortung der Fakultät, schränkte den Rhythmus seiner Publikationen ein, aber beteiligte sich an vielen interessanten Konferenzen. Im Frühjahr 1933 an der Universität von Thessaloniki: die Intuition und des Unterbewusstsein; wissenschaftliche Wahrheit, ethische Wahrheit, mathematische Wahrheit. und er gab auch 1935 in Athen an der griechischen mathematischen Gesellschaft eine Konferenz über das mathematische Denken. N. Kastanis idem S. 60

[136] s. seine Publikationen im Ausland: *Sur le monvement d' un point matériel sur une surface conique fixe*. Red. della R. Accademia dei Lincei 1934, Vol 19 S. 704-707; *Sur les systèmes des surfaces triples ortoganoux*. Mathematische Annalen 1936, Bd. 112 (5) S. 767-774; *zum Dreikörperproblem* idem 1937, Bd. 14 (1) S. 150-160.

[137] N. I. Hadjidakis benutzte keine Vektoren in seinem Unterricht an der Universität von Athen.

[138] N. Kastanis op. cit. S. 54.

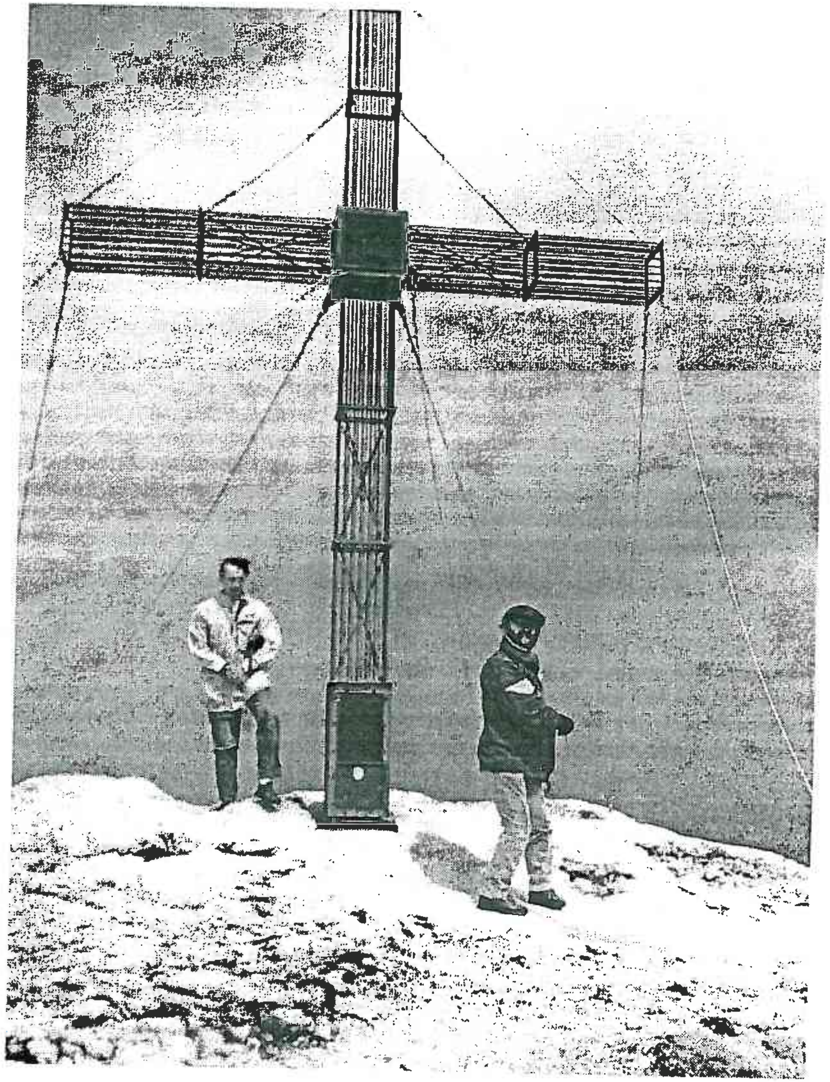
[139] S. z.B. *Über affektlose Gleichungen*. Journal für die reine und angewandte Mathematik, 1936, Bd. 176, S. 45-48; *Über die zeitgenössische axiomatische Methode*. Bericht der griechischen mathematischen Gesellschaft 1936, Bd. 17 (B), S. 119-136.

[140] N. Kastanis. idem S. 56.

[141] z. B. die Kommunikationen von Stephanos in der Akademie der Wissenschaften in Paris wurden von C. Jordan eingebracht. D. Hilbert bezog sich auf Stephanos Arbeiten s. Über die Büschel von binären Formen mit den mämischen Funktionaldeterminanten (1887) , so wie Kein in seinen Vorlesungen über höhere Geometrie über die Arbeiten von Hadjidakis, Remoundos, Zervos u.a. berühmte Mathematiker wie Darboux, Goursat, E. Cartan, Montel, Painlevé bezogen sich darauf.

[142] Die Regierungen von König Otto und König Georg I., der Krieg von 1897, der Balkankrieg 1912-14, die Rivalität zwischen König Konstantin und E. Venizelos (das National Schisma), die Tragödie des Hellenismus 1922, die Früchtlingsflut, die Wirtschaftfragen, die Diktatur von General Th. Paggalos (1926), Coup d' État des Generals Kondylis (1935), die Diktatur von Metaxas (1936) u.a.

Universität wie auch an der Polytechnischen Schule. So hatten viele Generationen der Offiziere, der Mathematiker und der Ingenieure die selben Professoren. Die Universität von Thessaloniki hat seine Professoren vor allem aus der Universität von Athen gewählt.



Peter Schmitt (links) und Herwig Säckl (rechts) auf einem der Schneeberggipfel (Photo: Detlef Gronau)

The Decline, Fall, and Current Resurgence of Visual Geometry: Mathematics as a multisemiotic enterprise.

Philip J. Davis

Division of Applied Mathematics
Brown University
Providence, R.I, 02912

Abstract:

In the hands of Newton and Leibniz, calculus was a theory that involved geometrical figures. These formed a part of the reasoning. There followed thereupon a gradual decline of the image in mathematics in favor of the symbolic, and by the early 20^{th} century, the image was all but dead. A number of reasons why this was the case are given.

Computer graphics has to some extent restored the image to its former prominence in mathematics and promises in the future to be an important but uneasy partner with the symbolic.

***

The following anecdote has been told about numerous mathematicians.The algebraic geometer Oscar Zariski (1899 --1986) liked pictures. But pictures can be misleading and Zariski worried lest they might only reveal special cases, and the whole school of Italian geometry in which he had been trained might go haywire. In presenting proofs in class he used to draw little pictures in the corner of the blackboard to help him recapture the heart of the matter and then erase them rapidly as though they were polluting and he was ashamed of having drawn them.

There is a visual or geometric sensibility and understanding and there is an analytic or formulaic understanding. I will discuss the historic relation between the two in mathematics and its applications. The cognitive psychology of these two types is beyond this chapter.

To give an initial and very simple understanding of the two types, here is an example.

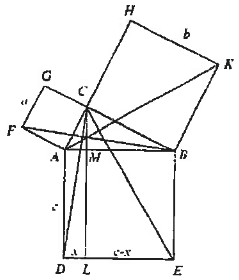
The analytic statement of the Pythagorean Theorem is

(*) $$C^2 = A^2 + B^2 \ .$$

The Pythagorean Theorem, as presented by Euclid, is elucidated by the following diagram.

Pythagoras' Theorem

As treated by Euclid
(c. 300 B.C.)



Geometric

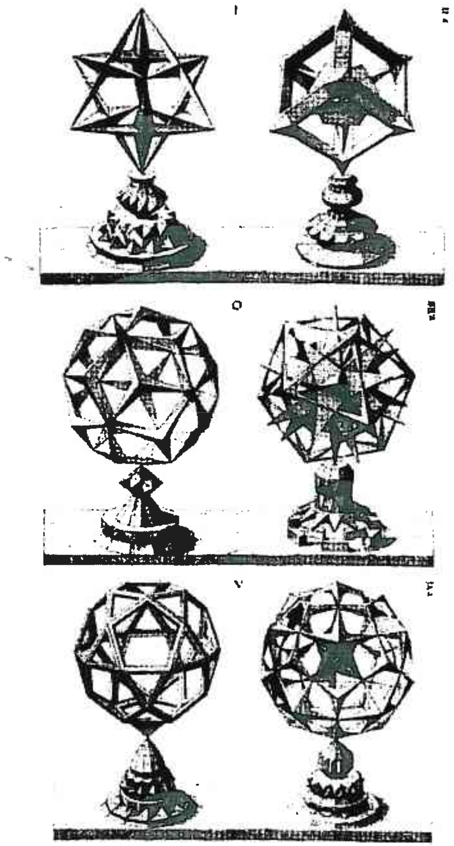
$a^2 + b^2 = c^2$

Algebraic

Euclid's diagram is geometric. It shows the square outside the triangle and not overlapping. The accompanying proof would have to be modified if the squares overlapped. Euclid never multiplied geometric magnitudes together. He worked with lines, not with lengths. And though he worked with equality and with "doubles", he presented a quantitative geometry without arithmetic. [Grattan -Guinness]

In the Late Renaissance there developed a great interest -- one might even call it an obsession-- with polyhedra that possessed many symmetries. This interest engaged artists, engravers, metalworkers, mathematicians, astronomers, mystics as they discovered, rediscovered , reproduced, proved theorems, and made applications

Here are several of the polyhedra of the Nuremberg goldsmith Wentzel Jamnitzer (1508-1585) from his book *Perspectiva Corporum Regularium.* [Christa Binder]



At this time, the distinction between these various interest groups was of little importance. The unity of the arts and sciences was symbolized on the title page of Jamnitzer's *Perspectiva* which bore symbolic figures of four of the liberal arts—arithmetic, geometry, perspective, and architecture.

The early development of calculus (17^{th} -18^{th} century,) made great use of pictures. But shortly thereafter there was a backlash in which calculus attempted to assert its independence of geometry. In the early 19^{th} century, the greatest accolade that could have been accorded one mathematician by an other was to have called him a "Geometer." The irony is that at the very time that this honorific was in use, the reasons which called it into being were almost dead. The title was a splendid archaism.

The decline of the visual image was surely a degradation of common sense or at least a denial of its relevance. What are some of the reasons that caused the decline of the visual image in mathematics or that manifested the decline ? I list twelve -- in no particular order.

(1) The tremendous impact of Descartes' *Discours de la Méthode* (1637) in which geometry was reduced to algebra; also the subsequent turnabout where the medium (algebra) became the message (algebraic geometry.)

(2) Euler made two remarkable observations about the nature of differential calculus. First of all, he explicitly rejected geometrical confirmation as a means of testing the validity of calculus, namely, he refused to accept proofs of calculus' correctness based solely on the fact that calculus reached the same conclusions as elementary geometry: calculus cannot have its own foundation in a geometrical reference (Euler, 1755, p. 6.) He then observed:

> "I mention nothing of the use of this calculus in the geometry of curved lines: that will be least felt, since this part has been investigated so comprehensively that even the first principles of differential calculus are, so to speak, derived from geometry and, as soon as they had been sufficiently developed, were applied with extreme care to this science. Here, instead, everything is contained within the limits of pure analysis so that **no figure is necessary to explain the rules of this calculus"**. [My emphasis.] (Euler, 1755, Preface to the *Institutiones calculi differentialis.*)

(3) The tremendous reputation of Joseph-Louis Lagrange's *Mécanique Analytique*, Paris, 1788 . In this book one reads the notorious

> "On ne trouvera point des figures dans cet ouvrage."

Here is a translation of the whole quotation.

> "One will not find figures in this work [of 512 pages.] The methods that I expound require neither constructions, nor geometric nor mechanical arguments, but only algebraic operations, subject to a regular and uniform course."

As Ivor Grattan-Guinness put it:

> "Its 512 pages contained no diagrams, as he stressed in his preface, rigour and generality were to be drawn from algebra uncontaminated by geometry. The book would have been better entitled *Mécanique Algébrique.*"

This was very likely a reaction against Newton's *Principia*, which was full of figures. Most of the propositions and theorems in the *Principia* are illustrated by figures, and very few of them displayed in any graphically lucid way what was going on. As

David Park put it: "One feels that inside every geometric proof there is an analytic proof screaming to be let out." There are a few, of course, that illustrate vividly what is going on. But rigor and generality were to be drawn from algebra and not from geometry for geometry was perceived as contaminating the purity of reason.

(4) The collapse in the early 19th century (cf.non-euclidean geometry of Bolyai, Lobatchevsky, Riemann and others) of the view derived largely from limited sense experience that Euclidean geometry has a priori truth for the universe; that it is *the* model for physical space.

(5) The impact, in the late 19th century of Felix Klein's (1862-1943) "Erlanger Programm" wherein algebraic group theory became a preferred way of viewing geometry.

Today, in the words of David Corfield, we have the following definition of Euclidean geometry:

> "Euclid's *Elements* is the study of a case of n-dimensional geometry, of the properties of the principal bundle $H \to G \to G/H$, where G is the Lie group of rigid motions of Euclidean n-space, H is the subgroup of G fixing a point designates as the origin, and G/H is the left coset space."

This is very remote from an intuitive, visual understanding of what geometry is all about; "You've come a long way, baby."

(6) The incompleteness discovered in the 19th Century of Euclidean geometry as a logical structure as and as corrected by Hilbert and others. In these works we find proofs without figures.

(7) The limitations of two or three physical dimensions which form the natural backdrop for visual geometry.

(8) The limitations of the visual ground field over which visual geometry is built as opposed to the great generality of geometries that are possible via abstract axiomatics (finite geometries, complex geometries, symplectic geometries, non-commutative spaces etc.,) when geometry has been algebraicized.

(9) The limitations of the eye in its perception of mathematical "truths" (e.g., the existence of continuous everywhere non-differentiable functions, optical illusions, "impossible objects", logical "monsters" , suggestive but misleading special cases, erroneous constructions.)

> "Because intuition turned out to be deceptive in so many instances, and because propositions that had been accounted true by intuition were repeatedly

> proved false by logic, mathematicians became more and more skeptical of intuition. ... Thus, a demand arose for the expulsion of intuitive reasoning and for the complete formalization of mathematics." --- Hans Hahn (1879-1934. Mathematician and member of the famed *Wienerkreis*.) [1]

(10) The special nature of a diagram often led to false general conclusions.[2]

(11) The metaphysical claim that the essence of rationalism is to be found in the verbal/symbolic

(12) Avoidance of *metabasis*. Metabasis is the mixing of modes or categories. Examples of these are figures and analytics, mathematics and mechanics, mind and matter, stasis and change, etc. Avoidance of metabasis is related historically to ancient strictures , often religious, about purity. It goes beyond scientific inquiry; example: the separation of powers under the U.S. Constitution.

A Prime Example of Metabasis

(Mixture of Categories)

[1] See Feferman for a discussion of the downgrading of "mathematical intuition" vis-a-vis the production of mathematical monsters.

[2] Henri Poincaré quipped that geometry is the science of correct reasoning from incorrectly drawn figures. I have this mot from Peter Lax who had it from Stanislaw Ulam. Ulam added that his old instructor in *Darstellende Geometrie* reversed it and said that geometry was incorrect reasoning from correctly drawn figures.

"[According to] Aristotle, mathematics described the **structure** of the world, not its processes. A mathematical science of **change** was a downright category mistake." – Funkenstein. See also Livesey.

For these reasons and perhaps others, the visual image went into a tailspin from which it is only now recovering. I shall next discuss in a bit more detail some examples of the fate of the image in algebra, geometry, and calculus.

Algebra

Early algebra was cast in geometric language and there was controversy as to whether algebraic manipulation constituted proof. This is reminiscent of today's controversy as to whether manipulation by computers constitutes proof. (Mixing brain/hand work with computer work would be an instance of Aristotelian metabasis.)

A splendid paper by Brandon Larvor points out that Cardano's (1545) conception of rigor was dependent on geometric intuition. But in the space of a half century, we have a movement from the image to the symbol. Thomas Hariot (1560 – 1621, and the first important mathematician to have been in North America) the manipulation of symbols is presented as proof. This shift in the notion of proof undoubtedly raised much controversy. Was this change compatible with rigor? And this question became a part of an intense contemporary debate about the philosophical foundations of scientific knowledge. One may ask whether the controversy arose from the feeling that the shift contradicted common sense.

Geometry

As geometry moved from the visual to the abstract, the flame of classical geometric concerns burned brightly only in a few brilliant individuals. The most notable of these was H.S.M. (Donald) Coxeter.(1907-2003.) Coxeter wept when he learned of the motto of the abstract structuralist École Bourbaki: "Down with Euclid! Death to the triangles!" In point of fact, Coxeter's geometrical contributions were often larded with abstract algebra.

I have already mentioned that Hilbert's axiomatization of euclidean geometry removed the last vestiges of the visual from the subject.

Projective geometry has its beginnings in the development of Renaissance painters of perspective. It was followed later by the observation (and proofs) of simple but striking point/line phenomena such as Desargues' and Pappus' theorems.

Bertrand Russell has this to say:

"The true founder of non-quantitative geometry is von Staudt (1847.) But there remained one further step before projective geometry could be

considered complete, and this step was take by [Mario] Pieri [around 1900] ... and dealt projectively with a continuous space...

Thus, at last the long process by which projective geometry has purified itself from every metrical taint is completed." [Russell 1903, 1938, p.421, *The Principles of Mathematics.]* Quoted by Elena Marchisotto, who is preparing an in-depth study of Pieri, a much neglected mathematician. Note the words "purified" and "taint." Russell expresses here the desire to avoid metabasis.

Calculus

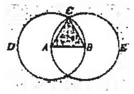
The best description of the case in calculus is given in a long paper by Giovanni Ferraro. Here are a few clips.

"During the eighteenth century, calculus abandoned the use if figures as a part of the proof and became a theory which, in principle, could be reduced to a solely linguistic deduction. Eighteenth-century calculus was substantially a non-figural geometry. Calculus was the science of abstract quantities, while figured quantities (that is, quantities represented by a geometric figure) were dealt with by geometry. Calculus achieved its aim of non-figural geometry by basing itself on the notions of variable and function although these notions were completely different from modern ones.

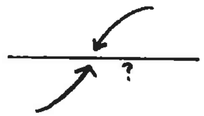
The new conception of calculus as an 'intellectual' system was only the beginning of a lengthy evolution that had profound consequences on the whole of mathematics, the very nature of synthetic geometry was to change and become non-figural; that is, it too became a merely linguistic deduction in which the figures were reduced to constituting simply pedagogical support.

Freeing mathematics from every figural consideration and reducing it to linguistic deduction is a complex operation because the absence of the figure makes it impossible to use reasoning that could be entrusted to visual inspection. The reference to the figure must be substituted by adequate axioms and punctual deductions, otherwise lacunae in the deductive process become evident. One merely has to think of the intersection of circles; as long as one can reason on the basis of an inspection of a figure, here is no need for axioms that guarantee the existence of points of intersection; but, whenever the figure is no longer considered an integral part of the deduction process, that lack of an axiom that guarantees the existence of an intersection emerges as a lacuna in mathematical argumentation. Leibnitz criticized an early construction of Euclid for just this reason.

LEIBNITZ (1646-1716)
WORRIED ABOUT THIS



BOLZANO (1781-1848)
EASED HIS WORRIES



Eighteenth-century mathematicians made considerable use of semantic interpretation of the objects of calculus and did not yet feel the real need to resolve certain lacunae in the deductive process. It appeared completely obvious to them that a function was continuous or differentiable: they do not seem to have contemplated the idea that calculus could deal with discontinuous and non differentiable functions in the modern sense. The lacunae in Euler's and in Lagrange's presentations were noticed by mathematicians at the start of the nineteenth century, such as Bolzano, who [in 1817] wrote:

> "The most common kind of proof depends on a truth borrowed from geometry, namely, that every continuous line of simple curvature of which the ordinates are first positive and then negative (or conversely) must necessarily intersect the x-axis somewhere at a point that lies in between those ordinates. There is certainly no question concerning the correctness, nor indeed of the obviousness, of this geometrical proposition. But it is clear that it is an intolerable offence against correct method to derive truths of pure (or general) mathematics (i.e., arithmetic, algebra, analysis) from considerations which belong to a merely applied (or special) part, namely, geometry..."

Bolzano's Moral: avoid metabasis (i.e., mixing categories.)

To view an elementary calculus text that is absolutely free of figures, take a look at *Differential und Integralrechnung* (1934) written by that supreme rigorist, Edmund Landau. xxx Bourbaki ??

The Resurgence of the Visual in Mathematics

As I have indicated, during portions of the 19^{th} and 20^{th} Centuries the image was neglected, discarded, even debased by mathematicians. By the late 1800's

when mathematicians got to continuous, non-differentiable curves, space filling curves, etc. objects that defied absolute visualization, they were then almost ready to pronounce that the human eye was an inadequate reporter and a pitiful liar because it couldn't accommodate what the symbols were able to produce. In the display case in the Department of Mathematics at Harvard, mathematical models made of plaster, gathered dust during the years I was a student there.

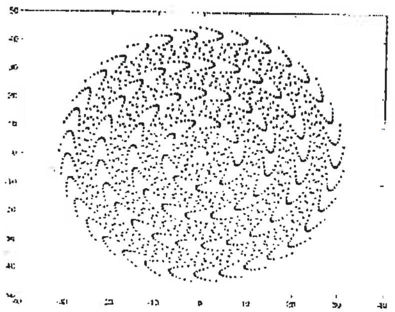
For some subsequent time, I myself adopted the anti- visual attitude. But it didn't last long and I soon came to the defense of visualization. My interest was spurred by my theoretical work in interpolation and approximation theory and more generally in numerical analysis. I came to feel that neither words nor mathematical symbols could capture entirely the total *gestalt* perceived by the eye/brain. As semioticist Michael O'Toole has written:

> "We often find that transforming our visual perceptions to words both loses touch with the perceptual reality and freezes our complex responses into a sort of false coherence dictated by the structures [and limitations] of our language."

In 1974, three years before Benoit Mandelbrot published his path-breaking fractal book, years before computer graphics came into its present glory, and later in 1979 and 1993, I suggested that our view of mathematics be widened so as to allow the inclusion of what I called "visual theorems", i.e., images produced by computer via mathematical algorithms, and perceived by the eye as integral objects, not requiring analytic proof or treatment, but having an equal integrity. (Incidentally, the Greek root of the word "theorem" is "to look at.") At that time (1974) this suggestion would have been considered counter-cultural, foolish, or even heretical by the mathematical establishment. I suggested that visuals could have not only heuristic or pedagogic value, but could act as proofs having as much incontrovertibility as classical analytic proofs. I realized that if this extension of the meaning of mathematics were accepted widely, it would represent a revolution at the meta-level.

Things have changed substantially in the past quarter century. There is hardly an article in applied mathematics that does not feature visuals produced by advanced computer graphics. It is now recognized that the computer/eye combination can produce significant material that analytics often cannot reach and has no need to reach; and it has stimulated traditional analytic methodologies that have blossomed into new chapters of mathematics. (E.g., discrete dynamics.)

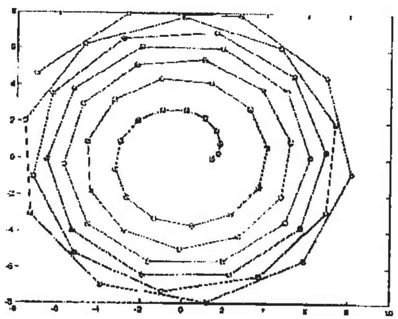
Look at the "marigold" figure below, generated in spiral fashion by the stated iteration. The figure was produced by computer graphics but could easily have been obtained in pre-computer days. The eye picks out many features that are of mathematical interest and for which a symbolic proof might be demanded. For example: in the concentric rings of "petals" how many petals are there in the n^{th} ring? How many dots are there in each petal? How rapidly does the figure expand from the center? But the "marigold" has a visual *gestalt* ; how can this totality and unity be described in a few mathematical sentences? To reduce the figure to mere heuristics is to degrade the visual.



The Marigold

$a = \exp(\pi i*i/4)\ ;\ b = \mathrm{conj}(a)\ ;$

$z_1=1\ ;\ z_{n+1}=a*z_n+b*z_n/\mathrm{abs}(z_n)$



The Marigold Displayed as a Spiral

Yet, an attitude (or prejudice) still exists that rigorous mathematics is to be found *only* in analytics. Thus, speaking of recent developments in topology, Thomas Banchoff has written me

“Computer graphics showed up to save some of us. A number of high-ranking mathematicians, notably Dennis Sullavan and William Thurston, started using visualization seriously in their work. This turnaround persists. Another breakthrough was in minimal surfaces and constant mean curvature surfaces where the computer turned out to be an essential tool in discovering properties of key examples that led ultimately to rigorous analytic proofs and a new burst of activity in a long dead field."

"One of the most interesting example of using computer graphics is the proof by David Hoffman, William Meeks, J.T. Hoffman of the **Costa surface** as a solution of an old conjecture on infinite minimal surfaces that are not self intersecting with topological genus greater than zero."--- Michele Emmer.

Computer graphics, with its significant mathematical underlay, has affected both static art and animation. Artist Peter Weibel opines that graphical representation in science is becoming triumphant and that art – in the classical sense – is becoming obsolete.

"With the advent of the fractal, we experienced a triumphant return of the image to mathematical sciences. From mathematics to medicine, from computer supported proof methods, to computer tomography, we see an iconophilic science trusting the representative power of the image. We therefore live in a period where art, as the former monopolist of the representative image, has abandoned this representative obligation. Even all media theory if critical of the role technical images in art and entertainment. Yet science, in contrast, fully embraces the options which technical machine based images offer for the representation of reality. Through science, the image is developed one step further, in a useful way.

There it could be the case that mankind will find images of science more necessary than the images of art. Art is threatened with becoming obsolete because of its obsolete image ideology, and it is threatened with being marginalized if it does not try to compete with the new pivotal role of the image in the sciences by developing new strategies of image making and visual representation. Art must look for a position beyond the crisis of representation and beyond the image wars, to counterpoint science."

Today there are centers for geometry and visual mathematics. There is at least one journal : *Communications in Visual Mathematics.* A final word. Moderation, ecumenism, the attitude of "both /and" as opposed to "either this or that" is a moderate view; and though it may be the most reasonable and the most productive, it rarely raises a spirit. While there is a general -- occasionally reluctant -- acknowledgement that visuals can go beyond pedagogy and heuristics, the spirit of "both / and" needs to be fostered. It may be that the important question is *not* whether visuals lead to new results in traditional symbolic presentations of mathematics , but whether visuals lead to a corpus of significant mathematical experiences that carry their own semiotic content and which may extend the meaning potential of traditional methodologies.

Mathematical semioticist Kay O'Halloran has written,

"We need literacy in all sense of the word: linguistic, visual, and symbolic. Mathematics is a multisemiotic enterprise."

Bibliography

For readers who would like to pursue the conflicts and cooperation between those mathematicians, physicists, astro- and microphysicists who work with images and those who work with symbolic theories, I recommend the splendid article by Peter Galison, in *Iconoclash*, MIT Press, 2002. Galison begins with Poincaré, but actually the story of the mathematical "iconoclash" began at least a century before Poincaré.

Allwein, G., and Barweis, J. (eds.) *Logical Reasoning with Diagrams,* Oxford U. Press, 1996.

Binder, Christa, *Warum gibt es nur 13 Archimedische Körper?* VI Österreich-isches Symposion zur Geschichte der Mathematik, 2002.

Corfield, David, *Towards a Philosophy of Real Mathematics*, Cambridge U. Press, 2003

Davis, Philip J., *Visual Geometry, Computer Graphics and Theorem of Perceived Type,* Proceedings of Symposia in Applied Mathematics vol.20 , Amer Math. Soc, 1974.

Davis, Philip J. *Visual Theorems,* Educational Studies in Mathematics, vol. 24, 1993, pp. 333-344.

Davis, Philip J. Spirals: *From Theodorus to Chaos,* A.K. Peters, 1993.

Davis, Philip J., *The Rise, Fall, and Possible Transfiguration of Triangle Geometry: A mini-History*, Amer. Math. Monthly, 102, 204-214, 1995.

Davis, Philip J. and Anderson, James A., *Nonanalytic aspects of mathematics and the implication for research and education,* SIAM Review., vol. 21, 1979, pp.112-127.

Devlin, Keith, *The Millennium Problems,* Basic Books, 2002.

Dunmore, Caroline, *Meta-level Revolutions in Mathematics*, in: Gillies.

Emmer, Michele, ed., *The Visual Mind: Art and Mathematics,* MIT Press, 1993.

Feferman, Solomon, *Mathematical Intuition vs. Mathematical Monsters,* Synthèse , v. 125, 2000, pp. 317-332

Ferraro, Giovanni, *Analytical Symbols and Geometrical Figures in Eighteen-Century Calculus* Studies in History and Philosophy of Science, vol. 32, pp. 535-555.

Funkenstein, Amos, *Theology and the Scientific Imagination from the Middle Ages to the Seventeenth Century*, Princeton U. Press, 1986.

Galison, Peter, *Feynman's War : Modeling Weapons, Modeling Nature,* in: Studies in the History and Philosophy of Modern Physics, v. 29, 1998 391-434.

Galison, Peter, pp. 300-323 of *Iconoclash: Beyond the Image Wars in Science, Religion and Art*, MIT Press, 2002.

Gillies, Donald, ed., *Revolutions in Mathematics*, Oxford University Press, 1992.

Grattan-Guinness, Ivor, *The Rainbow of Mathematics* (a.k.a. *The Norton History of the Mathematical Sciences,)* W.W. Norton, 2000.

Grattan-Guinness, Ivor, *"History or Heritage? An Important Distinction in mathematics and in mathematics education"*, Amer. Math. Monthly, Vol. 111, No 1, Jan, 2004, Gray, Jeremy, *The nineteenth-century revolution in mathematical ontology*, in: Gillies.

Hart, George, *Virtual Polyhedra*, http://www.georgehart.com/virtual-polyhedra/vp.html

Kress, Gunther, *Literacy in the New Media Age*, Routledge, 2003.

Lagrange, Joseph-Louis, *Mécanique Analytique*, Paris, 1788.

Landau, Edmund, *Differential und Integralrechnung*, 1934.

Larvor, Brandon, *Proof in C17* [i.e., in the 17th Century], Historia Mathematica, to appear.

Latour Bruno and Weibel, Peter, eds., *Iconoclash: Beyond the Image Wars in Science, Religion and Art*, MIT Press, *2002.*

Livesey, Steven J., Metabasis*: The Interrelationships of the Sciences in Antiquity and the Middle Ages,* Ph.D. Thesis, UCLA, 1984 [Available on Interlibrary Loan.]

Levi, F.W., *Presidential Address*, Calcutta Math. Soc. Jan, 1942,

Levin, T., Frohne, U., Weibel, P., eds.*Control Space: Rhetorics of Surveillance from Jeremy Bentham to Big Brother*, ZKM Center for Arts and Media, Karlsruhe and MIT Press, Cambridge Ma, 2002.

Malina, Frank J. ed. Visual Art, Mathematics and Computers: Selections from the journal *Leonardo*, Pergamon, 1979.

Marchisotto, Elena, *Mario Pieri (c. 1890) rediscovered in the histories of algebraic projective geometry,* Historia Mathematica, to appear.

Miller, A.I., *Visualization Lost and regained: The genesis of quantum theory in the period 1913-1927* in Judith Wechsler (ed.) *Aesthetics in Science,* MIT Press, 1978.

O'Halloran, K. L., *Mathematical Discourse: Language, Symbolisms and Visual Images.* Continuum, London & New York (In Press),

O'Toole, Michael, *The Language of Displayed Art*, Fairleigh Dickinson Univ. Press, 1994.

Penrose L.S., and R. Penrose, *Impossible objects: a special type of visual illusion*. British Journal of Psychology, 49(1):31-33, 1958.

Pylyshyn, Zenon, *Seeing and Visualizing*, MIT Press, 2003.

Roberts, Siobhan, *Donald Coxeter: The Man Who Saved Geometry*, Toronto Life, January, 2003.

Staley, David J., *Computers, Visualization, and History: How new technology will transform our understanding of the past,* M.E. Sharpe, 2003.

Weibel, Peter: *The End to the "End of Art"* In: *Iconoclash.*

Phil Davis versucht nach Providence zu telephonieren
(Photo: Peter Schmitt)

Felix Hausdorff – Aspekte seines Lebens und Werkes

In einer1921 erschienenen Besprechung von HAUSDORFFs Hauptwerk *Grundzüge der Mengenlehre* (1914) schreibt der Rezensent, der amerikanische Mathematiker HENRY BLUMBERG:

> It would be difficult to name a volume in any field of mathematics, even in the unclouded domain of number theory, that surpasses the Grundzüge in clearness and precision.[1]

Andererseits lesen wir in einem Brief des Schriftstellers und Übersetzers PAUL LAUTERBACH an den Musiker und Nietzsche-Herausgeber HEINRICH KÖSELITZ (Pseudonym: PETER GAST) im Hinblick auf HAUSDORFF:

> Ein dionysischer Mathematiker, das klingt wunderlich, lassen Sie sich aber etwas von ihm schicken, und Sie wetten mit mir, dass es etwas an ihm zu erleben giebt.[2]

Ein Mensch, der einerseits mathematische Bücher von unübertroffener Klarheit und Präzision schreibt, der andererseits dionysisch genannt wird, muß eine bemerkenswerte Doppelexistenz sein – und das war HAUSDORFF in der Tat: Als FELIX HAUSDORFF der bedeutende Mathematiker, dessen Werk bis in die neueste Zeit aktuell und einflußreich ist, als PAUL MONGRÉ der Literat, Philosoph und zeitkritische Essayist, den der Publizist PAUL FECHTER in seiner 1948 erschienenen Autobiographie *Menschen und Zeiten* als „eine der merkwürdigsten Erscheinungen der ersten Jahrzehnte des zwanzigsten Jahrhunderts" bezeichnet, die „von der jüngeren Generation zu Unrecht vergessen" sei.[3]

FELIX HAUSDORFF wurde am 8. November 1868 in Breslau geboren. Sein Vater, der jüdische Kaufmann LOUIS HAUSDORFF (1843–1896), zog im Herbst 1870 mit seiner jungen Familie nach Leipzig und betrieb am Leipziger Brühl im Laufe der Zeit verschiedene Firmen, darunter eine Leinen- und Baumwollwarenhandlung. Er war ein gebildeter Mann und entschiedener Anhänger des konservativen Judentums. HAUSDORFFs Mutter HEDWIG (1848–1902) stammte aus der weitverzweigten jüdischen Familie TIETZ, die u. a. in der Geschichte des deutschen Einzelhandels eine wichtige Rolle gespielt hat (Warenhauskette „Hermann Tietz", von den Nationalsozialisten unter der Bezeichnung HERTIE „arisiert").

Von 1878 an besuchte FELIX HAUSDORFF das Nicolai-Gymnasium in Leipzig, eine Einrichtung, die einen ausgezeichneten Ruf als Pflanzstätte humanistischer Bildung hatte. 1887 legte er das Abitur ab (als Einziger seines Jahrgangs mit der Gesamtnote I) und begann ein Studium der Mathematik und Astronomie. Er studierte hauptsächlich in Leipzig, unterbrochen durch je ein Semester

[1] [Bl 1921], S. 116.

[2] PAUL LAUTERBACH: Brief an HEINRICH KÖSELITZ vom 30. 12. 1893. Goethe- und Schiller-archiv Weimar, 102/417.

[3] [F 1948], S. 156.

in Freiburg und Berlin. Neben den Fachvorlesungen hörte er auch philosophische, literaturwissenschaftliche, soziologische und musikhistorische Vorlesungen. Seine frühe Liebe zur Musik währte ein Leben lang; in HAUSDORFFs Haus gab es beeindruckende Musikabende mit dem Hausherrn am Klavier, wie Äußerungen verschiedener Teilnehmer bezeugen. Schon als Leipziger Student war er ein Verehrer und exzellenter Kenner der Musik von RICHARD WAGNER.

HAUSDORFF promovierte 1891 bei dem Leipziger Astronomen HEINRICH BRUNS mit einer Arbeit über die Refraktion des Lichtes in der Atmosphäre. 1895 habilitierte er sich mit einer Arbeit über die Extinktion des Lichtes in der Atmosphäre und wurde Privatdozent an der Universität Leipzig für Mathematik und Astronomie.

Neben Lehre und Forschung in der Mathematik ging HAUSDORFF seinen literarischen und philosophischen Neigungen nach. Ein Mann von vielseitigen Interessen, umfassend gebildet, hochsensibel und differenziert im Denken, Fühlen und Erleben, verkehrte er in seiner Leipziger Zeit mit einer Reihe bekannter Literaten, Künstler und Verleger wie HERMANN CONRADI, RICHARD DEHMEL, OTTO ERICH HARTLEBEN, GUSTAV KIRSTEIN, MAX KLINGER, MAX REGER und FRANK WEDEKIND. Die Jahre 1897 bis etwa 1904 markieren den Höhepunkt seines literarisch-philosophischen Schaffens; in dieser Zeit erschienen 18 der insgesamt 22 unter Pseudonym veröffentlichten Schriften, darunter ein Gedichtband, ein Theaterstück, ein erkenntniskritisches Buch und ein Band Aphorismen.

Der Aphorismenband war das erste unter dem Pseudonym PAUL MONGRÉ erschienene Werk HAUSDORFFs. Er trägt den Titel *Sant' Ilario. Gedanken aus der Landschaft Zarathustras.* Schon das gewählte Pseudonym ist Programm: à mon gré – nach meinem Geschmack. Dies zielt auf Individualität, auf geistige Unabhängigkeit, auf Ablehnung von Vorurteilen und Zwängen politischer, gesellschaftlicher, religiöser oder sonstiger Art. Der Untertitel spielt auf die Nähe zu NIETZSCHE an. In einer Selbstanzeige des *Sant' Ilario* in der Wochenschrift *Die Zukunft* bekannte sich HAUSDORFF expressis verbis zu NIETZSCHE. Zum Spätwerk NIETZSCHEs wahrte er allerdings kritische Distanz. In seinem Essay über das vom Nietzsche-Archiv aus nachgelassenen Notizen NIETZSCHEs kompilierte Buch *Der Wille zur Macht* heißt es:

> In Nietzsche glüht ein Fanatiker. Seine Moral der Züchtung, auf unserem heutigen Fundamente biologischen und physiologischen Wissens errichtet: das könnte ein weltgeschichtlicher Skandal werden, gegen den Inquisition und Hexenprozeß zu harmlosen Verirrungen verblassen.[4]

Den Inhalt eines Aphorismenbandes beschreiben zu wollen verbietet sich von selbst. Um mehr als nichts zu sagen, seien zwei Gedanken, die immer wieder thematisiert werden, genannt: Da ist zunächst die tiefe Skepsis gegen jedwede Teleologie und gegen alle Ideologien und Weltverbesserungslehren, die vorgeben,

[4] [H 1902], S. 1336.

im Besitz der Wahrheit über Sinn und Ziel des Menschengeschlechts zu sein. Dazu zwei Auszüge aus den Aphorismen 1 und 3:

> In der Welt ist so empörend viel Unsinn, Sprung, Zerrissenheit, Chaos, „Willensfreiheit"; ich beneide Diejenigen um ihre guten und synthetischen Augen, die in ihr die Entfaltung einer „Idee", *einer* Idee sehen.[5]

> Wenn nicht die Wahrheit selbst, so ist doch der Glaube an die gefundene Wahrheit in gefährlichem Masse lebensfeindlich und zukunftsmörderisch. Noch Keiner von denen, die sich mit Wahrheit begnadet wähnten, hat einen Augenblick gezögert, das grosse Finale oder den grossen Mittag oder irgend einen Endpunkt, Wendepunkt, Gipfelpunkt der Menschheit zu verkünden, d. h. jedesmal allem Künftigen sein Bild, seinen Stempel, seine Beschränktheit aufzuprägen.[6]

Da ist ferner die Frage des Verhältnisses von Einzelnem und Masse. Für HAUSDORFF ist wie für NIETZSCHE der Einzelne keine bloße Figur in einem historischen Prozeß, welcher seine Individualität einer höheren Bestimmung unterzuordnen hat. Der Einzelne, zumal der schöpferische, soll in den Mittelpunkt gerückt, seine Rechte sollen verteidigt werden. Dazu ein Auszug aus Aphorismus Nr. 35:

> Fruchtbar ist Jeder, der etwas sein eigen nennt, im Schaffen oder Geniessen, in Sprache oder Gebärde, in Sehnsucht oder Besitz, in Wissenschaft oder Gesittung; fruchtbar ist alles, was weniger als zweimal da ist, jeder Baum, der aus *seiner* Erde in *seinen* Himmel wächst, jedes Lächeln, das nur einem Gesichte steht, jeder Gedanke, der nur einmal Recht hat, jedes Erlebniss, das den herzstärkenden Geruch des Individuums ausathmet![7]

1898 erschien – ebenfalls unter dem Pseudonym PAUL MONGRÉ – HAUSDORFFs erkenntniskritischer Versuch *Das Chaos in kosmischer Auslese*. Die in diesem Buch vorgetragene Metaphysikkritik hatte ihren Ausgangspunkt in HAUSDORFFs Auseinandersetzung mit NIETZSCHEs Idee der ewigen Wiederkunft. Es geht schließlich darum, *jede* Art von Metaphysik endgültig zu destruieren. Von der Welt an sich, vom *transzendenten Weltkern* – wie HAUSDORFF sich ausdrückt – wissen wir nichts und können wir nichts wissen. Wir müssen „die Welt an sich" als unbestimmt und unbestimmbar, als bloßes Chaos voraussetzen. Die Welt unserer Erfahrung, unser Kosmos, ist das Ergebnis der Auslese, der Selektion, die wir nach unseren Möglichkeiten der Erkenntnis unwillkürlich schon immer vorgenommen haben und weiter vornehmen. Von jenem Chaos aus gesehen wären auch beliebige andere Ordnungen, andere Kosmoi, denkbar. Jedenfalls kann man von der Welt unseres Kosmos her keinen Schluß ziehen auf eine transzendente Welt. HAUSDORFF formuliert dieses Programm folgendermaßen:

[5] [H 1897], S. 4.
[6] [H 1897], S. 6.
[7] [H 1897], S. 37.

> Wir werden die völlige Diversität beider Welten und die Unhaltbarkeit jedes Schlusses von empirischen Folgen auf transcendente Gründe [...] zu zeigen haben, und zwar in einer umfassenden Allgemeinheit, die über das Kantische Resultat auch praktisch hinausgreift [...][8]

Das Verfahren, welches diesen Nachweis liefern soll, umreißt er so:

> [...] wir haben [...] einfach diejenigen transcendenten Variationen zu bestimmen, die ein gegebenes empirisches Phänomen unverändert lassen.[9]

Im *Chaos in kosmischer Auslese* hat er dieses Programm für die Kategorien Zeit und Raum durchzuführen gesucht. Insbesondere mit dem Raumproblem hat sich HAUSDORFF viele Jahre lang intensiv beschäftigt; im Wintersemester 1903/04 hielt er in Leipzig eine Vorlesung *Zeit und Raum*[10], in der er von seiner Leidenschaft für dieses Problem spricht. Der von ihm später geschaffene fundamentale Begriff des topologischen Raumes wird in seinen Ausdifferenzierungen so gut wie jeder Situation, in der „Räumliches" im Sinne von Nachbarschaft eine Rolle spielt, gerecht. Er ist vielleicht auch als ein Nachklang seines philosophischen Denkens zu verstehen.

1904 erschien in der Zeitschrift *Die neue Rundschau* HAUSDORFFs Theaterstück, der Einakter *Der Arzt seiner Ehre*. Es ist eine derbe Satire auf das Duellunwesen und auf die überkommenen Ehrbegriffe des Adels und des preußischen Offizierscorps, die in der sich entwickelnden bürgerlichen Gesellschaft immer anachronistischer wurden. *Der Arzt seiner Ehre* war HAUSDORFFs größter literarischer Erfolg. Es gab zwischen 1904 und 1912 etwa 300 Aufführungen in 24 deutschen Städten sowie in Budapest, Graz, Prag, Riga, Wien und Zürich.

Mit diesen wenigen Streiflichtern müssen wir die philosophisch-literarischen Werke HAUSDORFFs verlassen; unberührt blieben seine Essays, wahre Perlen dieser Literaturgattung, die in führenden Literaturzeitschriften der damaligen Zeit erschienen sind, sowie sein Gedichtband *Ekstasen* aus dem Jahre 1900.

HAUSDORFF hatte 1899 CHARLOTTE GOLDSCHMIDT, die Tochter des jüdischen Arztes SIEGISMUND GOLDSCHMIDT aus Bad Reichenhall, geheiratet. Dessen Stiefmutter war übrigens die berühmte Frauenrechtlerin und Vorschulpädagogin HENRIETTE GOLDSCHMIDT. 1900 wurde HAUSDORFFs einziges Kind, die Tochter LENORE (NORA) geboren; sie überlebte die Zeit des Nationalsozialismus und starb hochbetagt 1991 in Bonn.

Im Dezember 1901 wurde HAUSDORFF zum außerplanmäßigen Extraordinarius an der Universität Leipzig ernannt. Die Stelle war mit keinerlei Gehalt verbunden. In der Fakultät hatten trotzdem 7 Mitglieder gegen die Ernennung gestimmt, „weil Dr. Hausdorff mosaischen Glaubens ist".[11]

Seine philosophischen Interessen führten HAUSDORFF um 1897 zu einem gründlichen Studium der Mengenlehre. Ab 1901 wandte er sich diesem Ge-

[8] [H 1898], S. 4.
[9] [H 1898], S. 9.
[10] Nachlaß HAUSDORFF, Kapsel 24, Fasz. 71.
[11] Archiv der Univ. Leipzig, PA 547.

biet auch lehrend und forschend zu. 1904 publizierte er die nach ihm benannte Rekursionsformel: Für jede Nichtlimeszahl μ gilt

$$\aleph_\mu^{\aleph_\alpha} = \aleph_\mu \aleph_{\mu-1}^{\aleph_\alpha}.$$

Diese Formel wurde, zusammen mit dem von HAUSDORFF später eingeführten Begriff der Konfinalität, die Grundlage aller weiteren Ergebnisse zur Alephexponentiation. Die genaue Kenntnis der Problematik von Rekursionsformeln dieser Art hatte HAUSDORFF auch befähigt, den Irrtum in JULIUS KÖNIGS Vortrag auf dem Internationalen Mathematikerkongreß 1904 in Heidelberg aufzudecken. KÖNIG hatte dort „bewiesen", daß das Kontinuum nicht wohlgeordnet werden könne, also dessen Kardinalzahl gar kein Aleph sei; er hatte damit großes Aufsehen erregt.[12]

In die Jahre 1906 bis 1909 fallen HAUSDORFFS grundlegende Arbeiten über geordnete Mengen. Daraus können hier nur einige wenige Punkte kurz berührt werden. Von fundamentaler Bedeutung für die gesamte Theorie ist der von HAUSDORFF eingeführte Begriff der Konfinalität: Es sei A eine geordnete Menge, $M \subset A$, so heißt A mit M konfinal (koinitial), wenn zu $a \in A$ stets $m \in M$ existiert mit $m \geq a$ ($m \leq a$). So ist z. B. (0,1) mit $\{\frac{m-1}{m}\}_{m\in N}$ konfinal, mit $\{\frac{1}{m}\}_{m\in N}$ koinitial. Der Begriff überträgt sich auf Ordnungstypen: beispielsweise ist der Typus λ der Menge der reellen Zahlen in natürlicher Anordnung mit dem Typus ω der natürlichen Zahlenreihe konfinal.

Eine Ordinalzahl heißt regulär, wenn sie mit keiner kleineren Ordinalzahl konfinal ist, ansonsten singulär. Die jeweils kleinsten Zahlen der CANTORschen Zahlklassen bezeichnet HAUSDORFF als Anfangszahlen[13]: $\omega = \omega_0, \omega_1, \omega_2, \ldots \omega_\omega, \omega_{\omega+1}, \ldots$. Alle $\omega_{\alpha+1}$ sind regulär, $\omega_\omega = \lim_n \omega_n$ ist zu ω konfinal und somit ein Beispiel für eine singuläre Anfangszahl. HAUSDORFFS Frage, ob es reguläre Anfangszahlen mit Limeszahlindex gibt, war der Ausgangspunkt für die heute weitverzweigte Theorie der unerreichbaren Kardinalzahlen. Denn HAUSDORFF hatte schon bemerkt, daß solche Zahlen, wenn sie existieren, von „exorbitanter Größe" sein müssen.[14]

Von grundlegender Bedeutung ist der folgende Satz HAUSDORFFS: Zu jeder geordneten unberandeten dichten Menge A gibt es zwei eindeutig bestimmte reguläre Anfangszahlen ω_ξ, ω_η, so daß A mit ω_ξ konfinal, mit ω_η^* (* bezeichnet die inverse Ordnung) koinitial ist. Dieser Satz gibt beispielsweise ein feines Instrumentarium an die Hand, um Lücken und Elemente in geordneten Mengen zu charakterisieren. HAUSDORFF benutzt dazu die von ihm eingeführten Lücken- und Elementcharaktere.

[12]Die Feststellung, daß es HAUSDORFF war, der den Irrtum aufklärte, hat ein besonderes Gewicht, weil in der historischen Literatur seit mehr als 50 Jahren ein falsches Bild über die Heidelberger Ereignisse gezeichnet wird; detaillierte Angaben findet man in [H 2002], S. 9–12, und in [P 2004].

[13]Man identifiziert sie in der modernen Mengenlehre mit den Kardinalzahlen $\aleph_0, \aleph_1, \ldots \aleph_\omega, \aleph_{\omega+1}, \ldots$.

[14]Vgl. [H 2002], Kommentare von U. FELGNER, S. 598–601.

Mit seiner Theorie der geordneten Produkte und Potenzen hat HAUSDORFF ein ungeheuer reichhaltiges Reservoir geordneter Mengen geschaffen. In diesem Reservoir finden sich so interessante Strukturen wie die HAUSDORFFschen η_α-Normaltypen. Bereits CANTOR hatte mit dem Typus $\eta = \eta_0$ der rationalen Zahlen in natürlicher Anordnung einen Typus gefunden, der für die Typenklasse $T(\aleph_0)$ aller abzählbaren Ordnungstypen universal ist, d. h. zu jedem abzählbaren Ordnungstypus μ findet man eine Teilmenge in η, welche den Typus μ hat. Dasselbe leistet HAUSDORFFS Typus η_α für die Typenklasse $T(\aleph_\alpha)$. Die Frage, ob es $\eta_{\alpha+1}$-Mengen mit der kleinstmöglichen Mächtigkeit $\aleph_{\alpha+1}$ gibt, führt auf die Frage, ob $2^{\aleph_\alpha} = \aleph_{\alpha+1}$ ist; in diesem Zusammenhang formulierte HAUSDORFF erstmalig die verallgemeinerte Kontinuumhypothese. HAUSDORFFS η_α-Mengen bildeten den Ausgangspunkt für das Studium der in der Modelltheorie so wichtigen saturierten Strukturen.[15]

Zum Sommersemester 1910 wurde HAUSDORFF zum planmäßigen Extraordinarius an die Universität Bonn berufen. 1913 erhielt er schließlich ein Ordinariat in Greifswald; 1921 kehrte er als Ordinarius nach Bonn zurück.

Im April 1914 erschien HAUSDORFFS opus magnum, das Buch *Grundzüge der Mengenlehre.* Zur Mengenlehre im damaligen Verständnis dieses Gebietes zählten neben der allgemeinen Mengenlehre auch die Theorie der Punktmengen und die Inhalts- und Maßtheorie. HAUSDORFFS Werk war das erste Lehrbuch, welches die gesamte Mengenlehre in diesem umfassenden Sinne systematisch und mit vollständigen Beweisen darstellte. Dieses Buch ging jedoch weit über die meisterhafte Darstellung des Bekannten hinaus. Insbesondere die Kapitel über „Punktmengen" – man sollte besser sagen: die topologischen Kapitel – atmeten den Geist einer neuen Zeit. Hier entwickelte HAUSDORFF erstmals, von seinen bekannten Umgebungsaxiomen ausgehend, eine systematische Theorie der topologischen Räume, wobei er zusätzlich das später nach ihm benannte Trennungsaxiom forderte. Diese Theorie geht aus einer umfassenden Synthese von früheren Ansätzen anderer Mathematiker und eigenen Reflexionen HAUSDORFFS über das Raumproblem hervor. Die Begriffe und Sätze der klassischen Punktmengenlehre des euklidischen Raumes werden – soweit möglich – auf den allgemeinen Fall übertragen und damit zum Bestandteil der neu geschaffenen allgemeinen oder mengentheoretischen Topologie. Aber HAUSDORFF leistete nicht nur diese „Übersetzungsarbeit", sondern er entwickelte dabei auch grundlegende Konstruktionsverfahren der Topologie wie Kernbildung (offener Kern, insichdichter Kern) und Hüllenbildung (abgeschlossene Hülle), und er arbeitete die fundamentale Bedeutung des Begriffs der offenen Menge (von ihm „Gebiet" genannt) und des von FRÉCHET eingeführten Kompaktheitsbegriffes heraus. Er begründete und entwickelte ferner die Theorie des Zusammenhangs, insbesondere durch die Einführung der Begriffe „Komponente" und „Quasikomponente". Mittels des ersten und schließlich des zweiten HAUSDORFFschen

[15]S. dazu den Essay von U. FELGNER: *Die Hausdorffsche Theorie der η_α-Mengen und ihre Wirkungsgeschichte.* In: [H 2002], S. 645–674.

Abzählbarkeitsaxioms werden die betrachteten Räume schrittweise weiter spezialisiert. Eine große Klasse von Räumen, die dem ersten Abzählbarkeitsaxiom genügen, bilden die metrischen Räume. Sie wurden 1906 von FRÉCHET unter der Bezeichnung „classes (E)“ eingeführt. Von HAUSDORFF stammt die Bezeichnung „metrischer Raum“; er entwickelte in den *Grundzügen* die Theorie der metrischen Räume systematisch und bereicherte sie durch eine Reihe neuer Konzepte (Hausdorff-Metrik, Vervollständigung, totale Beschränktheit, ρ-Zusammenhang, reduzible Mengen). FRÉCHETs Arbeit[16] war wenig beachtet worden; erst durch HAUSDORFFs *Grundzüge* wurden die metrischen Räume Allgemeingut der Mathematiker.[17]

Auch das Kapitel über Abbildungen und das Schlußkapitel der *Grundzüge* über Maß- und Integrationstheorie bestechen durch die Allgemeinheit des eingenommenen Standpunkts und die Originalität der Darstellung. HAUSDORFFs dort gegebener Hinweis auf die Bedeutung der Maßtheorie für die Wahrscheinlichkeitsrechnung hatte – obwohl von lakonischer Kürze – große historische Wirkung. Man findet in diesem Kapitel auch den ersten korrekten Beweis für das starke Gesetz der großen Zahl von BOREL. Der Anhang schließlich enthält das wohl spektakulärste Einzelresultat des ganzen Buches, nämlich HAUSDORFFs Satz, daß man im n-dimensionalen euklidischen Raum für $n \geq 3$ nicht auf allen beschränkten Teilmengen einen Inhalt definieren kann. Der Beweis beruht auf HAUSDORFFs paradoxer Kugelzerlegung, für deren Herstellung man das Auswahlaxiom benötigt.[18]

Der axiomatisch-mengentheoretische Aufbau der Topologie in HAUSDORFFs *Grundzügen* war musterhaft für die Herausbildung der modernen Strukturmathematik des 20. Jahrhunderts und so gesehen auch methodisch eine Pionierleistung.

In der Kriegszeit hat man HAUSDORFFs Werk kaum wahrgenommen. Nach dem I. Weltkrieg jedoch schickte sich eine junge, neue Generation von Forschern an, die Anregungen aufzunehmen, die in diesem Buch in so reichem Maße enthalten waren, wobei ohne Zweifel die Topologie im Mittelpunkt des Interesses stand. Eine besondere Rolle bei der Rezeption der HAUSDORFFschen Ideen spielte die 1920 in Polen gegründete Zeitschrift *Fundamenta Mathematicae.* Sie war eine der ersten mathematischen Spezialzeitschriften mit den Schwerpunkten Mengenlehre, Topologie, Theorie der reellen Funktionen, Maß- und Integrationstheorie, Funktionalanalysis, Logik und Grundlagen der Mathematik. Ein besonderes Gewicht hatte in diesem Spektrum die allgemeine Topologie. HAUSDORFFs *Grundzüge* waren in *Fundamenta Mathematicae* vom ersten Bande an in bemerkenswerter Häufigkeit präsent. Von den 558 Arbeiten (HAUSDORFFs eigene drei Arbeiten nicht gerechnet), die in den ersten 20 Bänden von 1 (1920) bis 20 (1933) erschienen sind, haben 88 die *Grundzüge* zitiert. Dabei muß man noch berücksichtigen, daß HAUSDORFFs Begriffsbildungen zunehmend Allgemeingut wurden, so daß sie auch in einer Reihe von Arbeiten verwendet werden, die ihn nicht explizit nennen.

[16][Fr 1906].

[17]Ausführliche Kommentare zu HAUSDORFFs Beiträgen zur allgemeinen Topologie und zur Theorie der metrischen Räume finden sich in [H 2002], S. 675–787.

[18]Zur Wirkungsgeschichte des HAUSDORFFschen Kugelparadoxons s. [H 2001], S. 11–18; s. ferner den Aufsatz von P. SCHREIBER in [Br 1996], S. 135–148, und die Monographie [W 1993].

Auch die russische topologische Schule, die von P. ALEXANDROFF und P. URYSOHN begründet wurde, fußte in starkem Maße auf HAUSDORFFs *Grundzügen.* Davon zeugt der in HAUSDORFFs Nachlaß erhalten gebliebene Briefwechsel mit ALEXANDROFF und URYSOHN (nach URYSOHNs frühem Tod mit ALEXANDROFF allein); davon zeugt z. B. auch URYSOHNs *Mémoire sur les multiplicités Cantoriennes* ([U 1925/1926]), eine Arbeit vom Umfang eines Buches, in der URYSOHN seine Dimensionstheorie entwickelt und in der die *Grundzüge* nicht weniger als 60 mal zitiert werden.

Noch lange nach dem II. Weltkrieg hat ein lebhafter Bedarf nach HAUSDORFFs Buch bestanden. Das zeigen die drei Nachdrucke bei Chelsea aus den Jahren 1949, 1965 und 1978.

Im Jahre 1916 lösten HAUSDORFF und ALEXANDROFF unabhängig voneinander das Kontinuumproblem für Borelmengen: Jede Borelmenge in einem vollständigen separablen metrischen Raum ist entweder höchstens abzählbar oder sie hat die Mächtigkeit des Kontinuums. Dieses Resultat war ein kräftiger Impuls für die weitere Entwicklung der deskriptiven Mengenlehre.[19]

Aus den Veröffentlichungen HAUSDORFFs in der Greifswalder Zeit ragt die Arbeit *Dimension und äußeres Maß* ([H 1919]) besonders hervor. In ihr führt HAUSDORFF das nach ihm benannte Maß und die ebenfalls nach ihm benannte, i. a. nicht mehr ganzzahlige Dimension ein. Dieser Dimensionsbegriff ist ein feines Instrument zur Charakterisierung und Vergleichung „stark zerklüfteter Mengen“. Die Begriffsbildungen aus *Dimension und äußeres Maß* haben Anwendungen und Fortentwicklungen in zahlreichen Gebieten erfahren wie z. B. in der Theorie der dynamischen Systeme, der geometrischen Maßtheorie, der Theorie selbstähnlicher Mengen und Fraktale, der Theorie stochastischer Prozesse, der harmonischen Analyse, der Potentialtheorie und der Zahlentheorie.[20]

In die zweite Bonner Zeit fallen bedeutende analytische Arbeiten HAUSDORFFs. In [H 1921] entwickelt er eine ganze Klasse von Summationsmethoden für divergente Reihen, die heute Hausdorff-Verfahren genannt werden. Die klassischen Verfahren von HÖLDER und CESÀRO erweisen sich als spezielle Hausdorff-Verfahren. Jedes Hausdorff-Verfahren ist durch eine Momentfoge gegeben; in diesem Zusammenhang gab HAUSDORFF eine elegante Lösung des Momentenproblems für ein endliches Intervall unter Umgehung der Theorie der Kettenbrüche. In [H 1923b] behandelte er speziellere Momentenprobleme für

[19]Näheres in [H 2002], S. 773–787.

[20]Zur Wirkungsgeschichte von *Dimension und äußeres Maß* siehe die Artikel von BANDT/HAASE und BOTHE/SCHMELING in [Br 1996], S. 149–183 und S. 229–252 sowie den Kommentar von S. D. CHATTERJI in [H 2001], S. 44–54 und die in diesen Arbeiten angegebene Literatur.

ein endliches Intervall (etwa mit gewissen Einschränkungen für die erzeugende Dichte $\varphi(x)$, z.B. $\varphi(x) \in L^p[0,1]$). Kriterien für Lösbarkeit und Bestimmtheit von Momentenproblemen haben HAUSDORFF viele Jahre beschäftigt, wie hunderte Seiten an Studien in seinem Nachlaß bezeugen.

Ein bedeutender Beitrag zu der sich in den zwanziger Jahren herausbildenden Funktionalanalysis war HAUSDORFFs Übertragung des Satzes von Fischer-Riesz auf L^p-Räume in [H 1923a]. Er bewies dort die heute nach ihm und W. H. YOUNG benannten Ungleichungen.

1927 erschien HAUSDORFFs Buch *Mengenlehre.* Es war als 2. Auflage der *Grundzüge* deklariert, in Wirklichkeit aber ein vollkommen neues Buch, in dem erstmals der damals aktuelle Stand der deskriptiven Mengenlehre monographisch dargestellt wurde. Diese Tatsache sicherte dem Buch eine fast ebenso intensive Rezeption, wie sie die *Grundzüge* erfahren hatten, vor allem in *Fundamenta Mathematicae.* Als Lehrbuch war es sehr beliebt; 1935 erschien eine erweiterte Neuauflage; diese wurde 1944 bei Dover nachgedruckt. Eine englische Übersetzung erschien 1957 mit Nachauflagen 1962 und 1967. Es gibt auch eine russische Ausgabe (1937). 1928 erschien eine Rezension der *Mengenlehre* aus der Feder von HANS HAHN. Möglicherweise hatte HAHN schon die Gefahr des deutschen Antisemitismus im Auge, wenn er diese Besprechung mit folgendem Satz schloß:

> Eine in jeder Hinsicht mustergültige Darstellung eines schwierigen und dornigen Gebietes; ein Werk von der Art derer, die den Ruhm der deutschen Wissenschaft über die Welt getragen haben und auf das mit dem Verfasser alle deutschen Mathematiker stolz sein dürfen.[21]

Der Antisemitismus wurde mit der Machtübernahme durch die Nationalsozialisten Staatsdoktrin. Von dem 1933 erlassenen berüchtigten „Gesetz zur Wiederherstellung des Berufsbeamtentums" war HAUSDORFF zunächst nicht unmittelbar betroffen, da er schon vor 1914 deutscher Beamter war. Es gibt jedoch starke Indizien dafür, daß es auch ihm nicht erspart blieb, daß eine seiner Vorlesungen von nationalsozialistischen Studentenfunktionären gestört wurde.

Zum 31. 3. 1935 wurde HAUSDORFF nach einigem Hin und Her schließlich doch noch regulär emeritiert. Ein Wort des Dankes für 40 Jahre erfolgreiche Arbeit im deutschen Hochschulwesen fanden die damals Verantwortlichen nicht. Er arbeitete unermüdlich weiter und publizierte neben der schon erwähnten erweiterten Neuauflage seiner *Mengenlehre* noch sieben Arbeiten zur Topologie und deskriptiven Mengenlehre, die alle in polnischen Zeitschriften erschienen: eine in *Studia Mathematica*, die übrigen in *Fundamenta Mathematicae.* Auch einige dieser späten Arbeiten haben einen nachhaltigen Einfluß ausgeübt.

Mehrere Artikel würden nicht ausreichen, um alle die perfiden Gesetze, Verordnungen, Durchführungsbestimmungen usw. zu nennen, welche zum Zweck der Diskriminierung, Isolierung, Enteignung und Entrechtung der Juden erlassen und durchgesetzt wurden; die Historiker haben sie gezählt – es sind bis

[21] [Ha 1928], S. 58.

zum Novemberpogrom 1938 schon über 500 gewesen. Man fragt sich, warum HAUSDORFF als ein international anerkannter Gelehrter unter diesen Bedingungen zunächst nicht versucht hat zu emigrieren. Die Antwort bleibt Vermutung: Hier war sein Haus, seine Bibliothek, seine Arbeitsmöglichkeit, einige treue Freunde, und obwohl in seiner Geisteshaltung immer ein Skeptiker, hatte selbst er es wohl nicht für möglich gehalten, daß das Regime sogar Menschen im Greisenalter ihre in einem langen Leben erarbeiteten Existenzgrundlagen rauben und ihnen schließlich selbst nach dem Leben trachten würde. Das Novemberpogrom, die sogenannte Reichskristallnacht, machte aber gerade dies mit unverhüllter Brutalität deutlich. Der über 70-jährige unternahm nun einen Versuch zu emigrieren. In einem Brief vom 10. 2. 1939 schreibt RICHARD COURANT an HERMANN WEYL:

> Dear Weyl, I just received the enclosed short and very touching letter from Professor Felix Hausdorff (which please return), who is seventy years old and whose wife is sixty-five years old. He certainly is a mathematician of very great merit and still quite active. He asks me whether it would be possible to find a research fellowship for him.[22]

In einer Stellungnahme von WEYL und von JOHN VON NEUMANN, die vermutlich für amerikanische Stellen oder Kollegen gedacht war, hebt WEYL HAUSDORFFs große Verdienste um die Mathematik hervor, dann heißt es: „A man with a universal intellectual outlook, and a person of great culture and charm." WEYLs und VON NEUMANNs Bemühungen haben aber offenbar keinen Erfolg gehabt.

Über die Demütigungen, denen HAUSDORFF und seine Familie insbesondere nach dem November 1938 ausgesetzt waren, wissen wir einiges aus verschiedenen Quellen, z. B. aus den Briefen von ERICH BESSEL-HAGEN.[23] Mitte 1941 schließlich wurde damit begonnen, die Bonner Juden in das Kloster „Zur ewigen Anbetung" in Bonn-Endenich, aus dem man die Nonnen vertrieben hatte, zu deportieren. Von dort erfolgten später die Transporte in die Vernichtungslager im Osten. Nachdem FELIX HAUSDORFF, seine Frau CHARLOTTE und die bei ihnen lebende Schwester seiner Frau, EDITH PAPPENHEIM, im Januar 1942 den Befehl erhalten hatten, in das Endenicher Lager überzusiedeln, schieden sie gemeinsam am 26. Januar 1942 durch Einnahme einer Überdosis Veronal aus dem Leben. Ihre letzte Ruhestätte befindet sich auf dem Friedhof in Bonn-Poppelsdorf.

Manche seiner jüdischen Mitbürger haben sich möglicherweise über das Lager Endenich noch Illusionen gemacht; HAUSDORFF selbst nicht. E. NEUENSCHWANDER entdeckte im Nachlaß BESSEL-HAGEN auch den Abschiedsbrief,

[22] Courant papers, Bobst Library. Ich verdanke die Kopie dieses Briefes Herrn R. SIEGMUND-SCHULTZE, Kristiansand. Den Brief HAUSDORFFs konnte Herr SIEGMUND-SCHULTZE nicht auffinden.

[23] NEUENSCHWANDER, E.: *Felix Hausdorffs letzte Lebensjahre nach Dokumenten aus dem Bessel-Hagen-Nachlaß.* In: [Br 1996], S. 253–270.

den HAUSDORFF an den jüdischen Rechtsanwalt HANS WOLLSTEIN schrieb[24]; wir geben hier den Anfang dieses Briefes wieder:

> Lieber Freund Wollstein!
> Wenn Sie diese Zeilen erhalten, haben wir Drei das Problem auf andere Weise gelöst – auf die Weise, von der Sie uns beständig abzubringen versucht haben. Das Gefühl der Geborgenheit, das Sie uns vorausgesagt haben, wenn wir erst einmal die Schwierigkeiten des Umzugs überwunden hätten, will sich durchaus nicht einstellen, im Gegenteil:
> auch Endenich
> Ist noch vielleicht das Ende nich!
> Was in den letzten Monaten gegen die Juden geschehen ist, erweckt begründete Angst, dass man uns einen für uns erträglichen Zustand nicht mehr erleben lassen wird.

HAUSDORFFs handschriftlicher Nachlaß konnte von einem Freund der Familie gerettet werden. Er befindet sich heute in der Abteilung Handschriften/Rara der Universitätsbibliothek Bonn. Der Katalog diese Nachlasses (Findbuch Nachlaß HAUSDORFF) kann unter www.aic.uni-wuppertal.de/fb7/hausdorff eingesehen werden.

Seit November 1996 wird an der Edition der Gesammelten Werke HAUSDORFFs gearbeitet, die auf insgesamt neun Bände veranschlagt ist. Bisher sind bei Springer die Bänd IV „Analysis, Algebra und Zahlentheorie" (2001), II „Grundzüge der Mengenlehre" (2002) und VII „Philosophisches Werk" (2004) erschienen. An der Edition arbeiteten bzw. arbeiten 16 Mathematiker, vier Mathematikhistoriker, zwei Literaturwissenschaftler, ein Philosoph und ein Astronom mit. Die Mitarbeiter kommen aus Deutschland, der Schweiz, Rußland, der Tschechischen Republik und Österreich. Seit 1. 1. 2002 wird die Hausdorff-Edition als Akademie-Projekt bei der Nordrhein-Westfälischen Akademie geführt. Verantwortliche Herausgeber der Gesamtausgabe sind E. BRIESKORN, F. HIRZEBRUCH, R. REMMERT, W. PURKERT und E. SCHOLZ. Eine besondere Schwierigkeit – aber auch ein besonderer Reiz – liegt in der Interdisziplinarität des Vorhabens: Es kommt einerseits darauf an, den Einflüssen nachzuspüren, die HAUSDORFFs philosophisches und literarisches Werk auf seine Mathematik hatte und die insbesondere die fundamentalen Veränderungen am Übergang zur mathemtischen Moderne berühren. Andererseits klingen im philosophischen Werk und gelegentlich im künstlerischen auch mathematische Ideen an – gerade in der Lyrik oft mehrfach gebrochen und keineswegs leicht zugänglich.

Literatur

[Bl 1921] BLUMBERG, H.: *Hausdorff's Grundzüge der Mengenlehre.* Bull. of the AMS **27** (1921), 116–129. WA: [H 2002], 844–853.

[24] NL BESSEL-HAGEN, Universitätsarchiv Bonn. Abgedruckt in [Br 1996], S. 263–264 und im Faksimile S. 265–267.

[Br 1996] BRIESKORN, E. (Hrsg.): *Felix Hausdorff zum Gedächtnis. Aspekte seines Werkes.* Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden 1996.

[Ch 2002] CHATTERJI, S. D.: *Felix Hausdorff als Maßtheoretiker.* Math. Semesterberichte **49** (2002), 129–143.

[D 1967] DIERKESMANN, M.: *Felix Hausdorff. Ein Lebensbild.* Jahresbericht der DMV **69** (1967), 51 (127)–54 (130).

[F 1948] FECHTER, P.: *Menschen und Zeiten.* Bertelsmann, Gütersloh 1948.

[Fr 1906] FRÉCHET, M.: *Sur quelques points du calcul fonctionnel.* Rendiconti del Circolo Mat. di Palermo **22** (1906), 1–74.

[H 1897] HAUSDORFF, F. (P. MONGRÉ): *Sant' Ilario – Gedanken aus der Landschaft Zarathustras.* C. G. Naumann, Leipzig 1897.

[H 1898] HAUSDORFF, F. (P. MONGRÉ): *Das Chaos in kosmischer Auslese – Ein erkenntniskritischer Versuch.* C. G. Naumann, Leipzig 1898.

[H 1900] HAUSDORFF, F. (P. MONGRÉ): *Ekstasen.* H. Seemann Nachf., Leipzig 1900.

[H 1902] HAUSDORFF, F. (P. MONGRÉ): *Der Wille zur Macht.* Neue Deutsche Rundschau (Freie Bühne) **13** (12), (1902), 1334–1338.

[H 1904] HAUSDORFF, F. (P MONGRÉ): *Der Arzt seiner Ehre. Groteske.* Die neue Rundschau (Freie Bühne) **15** (8), (1904), 989–1013.

[H 1906] HAUSDORFF, F.: *Untersuchungen über Ordnungstypen I, II, III.* Ber. über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Klasse **58** (1906), 106–169.

[H 1907] HAUSDORFF, F.: *Untersuchungen über Ordnungstypen IV, V.* Ber. über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Klasse **59** (1907), 84–159.

[H 1908] HAUSDORFF, F.: *Grundzüge einer Theorie der geordneten Mengen.* Math. Annalen **65** (1908), 435–505.

[H 1914] HAUSDORFF, F.: *Grundzüge der Mengenlehre.* Veit & Co., Leipzig 1914.

[H 1916] HAUSDORFF, F.: *Die Mächtigkeit der Borelschen Mengen.* Math. Annalen **77** (1916), 430–437.

[H 1919] HAUSDORFF, F.: *Dimension und äußeres Maß.* Math. Annalen 79 (1919), 157–179.

[H 1921] HAUSDORFF, F.: *Summationsmethoden und Momentfolgen I, II.* Math. Zeitschrift **9** (1921), 74–109; 280–299.

[H 1923a] HAUSDORFF, F.: *Eine Ausdehnung des Parsevalschen Satzes über Fourierreihen.* Math. Zeitschrift **16** (1923), 163–169.

[H 1923b] HAUSDORFF, F.: *Momentprobleme für ein endliches Intervall.* Math. Zeitschrift **16** (1923), 220–248.

[H 1927] HAUSDORFF, F.: *Mengenlehre*, zweite, neubearbeitete Auflage. Walter de Gruyter & Co., Berlin 1927.

[H 1935] HAUSDORFF, F.: *Mengenlehre*, dritte Auflage. Mit einem zusätzlichen Kapitel und einigen Nachträgen. Walter de Gruyter & Co., Berlin 1935.

[H 2001] HAUSDORFF, F.: *Gesammelte Werke. Band IV: Analysis, Algebra und Zahlentheorie.* Springer, Berlin, Heidelberg etc., 2001.

[H 2002] HAUSDORFF, F.: *Gesammelte Werke. Band II: „Grundzüge der Mengenlehre“.* Springer, Berlin, Heidelberg etc., 2002.

[H 2004] HAUSDORFF, F.: *Gesammelte Werke. Band VII: Philosophisches Werk.* Springer, Berlin, Heidelberg etc., 2004.

[Ha 1928] HAHN, H.: *F. Hausdorff, Mengenlehre.* Monatshefte für Mathematik und Physik **35** (1928), 56–58.

[L 1967] LORENTZ, G. G.: *Das mathematische Werk von Felix Hausdorff.* Jahresbericht der DMV **69** (1967), 54 (130)–62 (138).

[P 2004] PURKERT, W.: *Kontinuumproblem und Wohlordnung – die spektakulären Ereignisse auf dem Internationalen Mathematikerkongreß 1904 in Heidelberg.* Erscheint in: Festschrift für Ivo SCHNEIDER, 2004.

[St 2002] STEGMAIER, W.: *Ein Mathematiker in der Landschaft Zarathustras. Felix Hausdorff als Philosoph.* Nietzsche-Studien **31** (2002), 195–240.

[U 1925/1926] URYSOHN, P.: *Mémoire sur les multiplicités Cantoriennes.* Fundamenta Math. **7** (1925), 30–137; **8** (1926), 225–351.

[W 1993] WAGON, S.: *The Banach-Tarski Paradox.* Cambridge Univ. Press, Cambridge 1993.

ÜBER DIE GESCHICHTE DER MATHEMATISCHEN SCHACHTHEORIE
II TEIL: ÜBER DIE ANWENDUNG DER GRAPHENTHEORIE AUF DAS SCHACHBRETT

Miloš Čanak, Beograd

1. Einführung

Eine lange Zeit war die Graphentheorie mehr eine Menge der nichtgebundenen, oft atraktiven Probleme, als eine gesamte mathematische Theorie. Vielleicht kann man die Veröffentlichung der Monographie "Theorie der endlichen und unendlichen Graphen"/König, 1936, siehe [1]/ als Gründung der Graphentheorie, als eine selbstständige mathematische Disziplin bezeichnen. Hier ist der Termin "Graph" in einen allgemeinen Gebrauch eingegangen. Ein Jahr später erschien auch die Arbeit von Polya /siehe [2] /über die Methode für die Bestimmung der Zahl der Graphen mit den gegebenen Eigenschaften.

Es besteht eine tiefe Zusammenhang zwischen der Graphentheorie und dem Schachspiel. Das sieht man zuerst auf dem Schachbrett.

Jeder Schachfigur korrespondiert ein Graph, dessen Scheitel auf alle 64 Felder des Schachbrettes liegen und die Kanten entsprechen den Zügen dieser Figur. Wenn die Figur den Zug zwischen zwei Felder machen kann, so sind die entsprechenden Scheitel mit Kanten gebunden. So besitzt der Graph für jede Schachfigur genau 64 Scheitel und eine grosse Zahl der Kanten.

Weiterhin betrachten wir die drei bekanntesten mathematischen Probleme am Schachbrett und ihre Zusammenhang mit der Graphentheorie.

2. Uber die Springerbewegung am Schachbrett

Problem 1: Man soll die Trajekterie eines Springers am Schachbrett bestimmen, so dass er jedes Feld nur einmal durchgeht.

In dem achtzehnten und neunzehnten Jahrhundert befassten sich mit diesem Problem viele Mathematiker und speziell Leonhard Euler /siehe [3] /. Das Problem war noch früher bekannt, aber Euler hat auf sein mathematisches Wesen hingewiesen und eine Auflösensmethode gegeben.

Es ist nicht schwierig, eine Lösung zu finden. Das grössere Problem ist die Bestimmung der Zahl aller Lösungen.

Die Literatur ist umfänglich und die Auflösensmethoden sind verschiedenartig. G. Schubert [4] hat einen ausführlichen Überblick dieser Problematik gegeben.

Schon in dem achtzehnten Jahrhundert war die sgn. verteilte Springerbewegung bekannt.So bestimmt man zuerst den Weg auf einer Hälfte des Schachbrettes und weiterhin mit Hilfe der Symmetrie auch den anderen Teil der Trajekterie/Bild 1/.Es wurden auch die Lösungen in der Form verschiedener Ornamente/Bild 2 - die Vase,Bild 3 - die Blume/ erfunden.

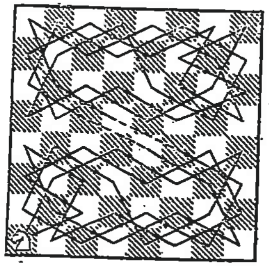


Bild 1

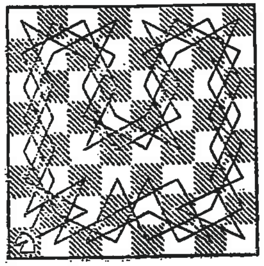


Bild 2

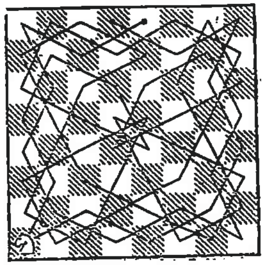


Bild 3

Es ist auch die Verallgemeinerung des Problems auf das Schachbrett nxn möglich.Am Bild 4 sieht man die Methode der "konzentrischen Ausbreitung" für dei Springertrajektorie.

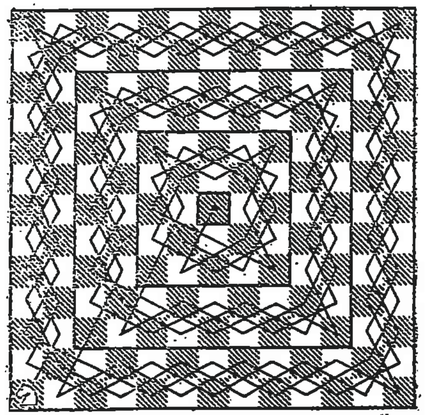


Bild 4

Im Licht der Graphentheorie stellt das Problem über die Springerbewegung einen speziellen Fall der Bestimmung eines Hamiltonschen Weges dar.Dieser Weg geht nur einmal durch alle Scheitel dieses Graphes.

Neben dem Hamiltonschen Weg spielt auch der Eulersche Weg eine wichtige Rolle in der Graphentheorie.Dieser Weg geht nur einmal durch alle Kanten dieses Graphes.

Ein Graph am Schachbrett besitzt eine grosse Zahl der Kanten und man kann die folgende Frage stellen: Ist es möglich,einen Weg auf dem Schachbrett zu konstruieren,der alle mögliche,verschiedene Springerzüge enthält und dabei jeden Zug nur einmal?

Die Springerschritte lassen sich nicht wiederholen und die Antwort ist negativ.Wenn man auf ein Feld mit einem Zug ankommt,so muss man mit einem anderen Zug dieses Feld verlassen.Deswegen muss jedes

Feld/jeder Graphenscheitel/ eine gerade Zahl der Kanten besitzen. Aber.am Schachbrett existieren acht Felder /$h_1, g_1, a_2, h_2, a_7, h_7, b_8, g_8$/ die drei Kanten/drei mögliche Züge/ besitzen und aus diesem Grund ist unser Problem unlösbar.

So sehen wir,dass im Springergraph viele Hamiltonsche Wege existieren,es existiert aber kein Eulerscher Weg.

3. Über das Problem der fünf Damen

Problem 2: Man soll fünf Damen auf das Schachbrett 8x8 so stellen, dass sie alle Felder kontrolieren.

Es ist nicht schwirig,eine Lösung dieses Problems zu finden,sondern die Zahl aller Lösungen zu bestimmen.

Sily/1902/ hat gezeigt,dass diese Aufgabe 4860 verschiedene Lösungen besitzt.

Hier ersieht man eine starke Analogie mit der Graphentheorie. Eine Menge der Graphenscheitel nennt man "dominierende",wenn jeder Scheitel,der zu dieser Menge nicht gehört,mit wenigstens einem Scheitel der Menge gebunden ist.Zwischen den dominierenden Mengen existiert wenigstens eine"minimal-dominierende",die die minimale Zahl der

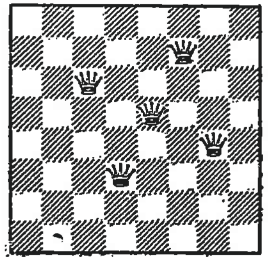


Bild 5

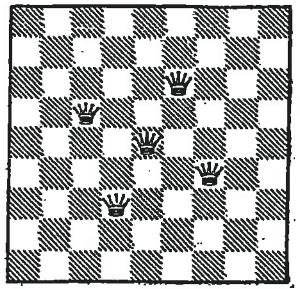


Bild 6

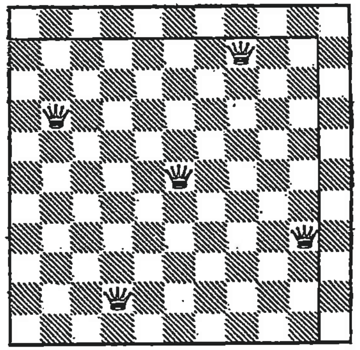


Bild 7

Scheitel enthält. Diese Zahl nennt man "die Dominationszahl" für einen gegebenen Graph /oder "Zahl seiner inneren Stabilität"/. So ist die Zahl der inneren Stabilität im Graph für die Dame $D=5$/Bild 5/. Aber, fünf Damen dominieren auch auf den Schachbretten 9x9, 10x10 und 11x11 /Bild 6 und 7/.

4. Über das Problem der acht Damen

Problem 3: Man soll acht Damen auf das Schachbrett so stellen, dass keine dieser Damen eine andere angreift.

Diese Aufgabe, wie auch die Aufgabe über die Springerbewegung, stellt ein der bekanntesten, mathematischen Probleme am Schachbrett dar. Mit dem ersten befasste sich Leonhard Euler und das zweite erweckte die Interesse von Karl Friedrich Gauss.

Dr F. Nauck hat zuerst 60 Lösungen erfunden und er publizierte sie in der "Ilustrierte Zeitung", 1 Juni 1850. Dann hat Gauss auch die Interesse für dieses Problem gezeigt. Er fand 72 Lösungen und schrieb darüber seinem Freund Schumaher im Brief von 2 September 1850. Eine komplette Menge von 92 Lösungen bestimmte wieder F. Nauck und er publizierte sie in der erwähnten Zeitung von 21 September 1850. Es wurde aber erst in dem Jahr 1874 mit der Hilfe der Determinanten gezeigt, dass damit alle mögliche Lösungen umgefasst sind.

Es existieren verschiedene Auflösensmethoden. Einige Lösungen lassen sich durch Teilung des Schachbrettes auf vier Quadrate /Bild 8/ erhalten.

Jede Lösung kann man als Vektor $(t_1, t_2 \dots t_8)$, dessen Koordinaten eine Permutation der Zahlen 1,2,3 ... 8 formieren, schreiben. Hier ist t_i - die Zahl der Horizontale, wo die Dame i-ter Vertikale steht. Einerseits gehört kein Paar der Damen zu gleicher Horizontale und deswegen sind alle Werte t_i unterschiedlich. Andererseits gehört kein Damenpaar zu gleicher Diagonale und deswegen gilt $|t_j - t_i| \neq j-i$ für jede $i,j/i<j\leq 8$/.

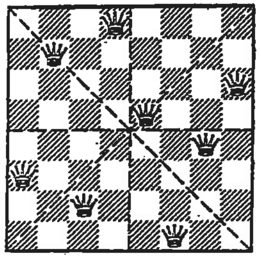


Bild 8

Schreiben wir die Zahlen 1,2 ... 8 zuerst in der wachsenden und danach in der abnehmenden Anordnung/Grundpermutationen/. Addieren wir weiterhin die Zahlen dieser Grundpermutationen mit den entsprechenden Zahlen einer beliebigen Permutation P_k /zB. 3,7,2,8,5,1,4,6/ und so erhalten wir zwei neue Vektore (4,9,5,12,10,7,11,14) und (11,14,8,13,9,4,6,7). Jetzt erscheint die folgende Frage:

Welche Permutationen P_k der Zahlen 1,2 ... 8 erzeugen als Ergebnis der erwähnten Operationen zwei Vektore, deren alle Koordinaten unterschiedlich sind.

Zwischen dem Problem der acht Damen und unserer arithmetischen Aufgabe existiert eine eindeutige Korrespondenz und Gauss interessierte sich für diese arithmetische Interpretation. Jede Lösung des Problems der acht Damen gibt gleichzeitig die Lösung der arithmetischen Aufgabe und umgekehrt. Für die erwähnte Permutation $P_k=(3,7,2,8,5,1,4,6)$ erhält man die Lösung des Problems am Bild 8.

Hier ersieht man wieder eine Analogie mit der Graphentheorie. Eine Menge der Graphenscheitel nennt man "unabhängig", wenn keine zwei von dieser Scheitel gebunden sind. Zwischen den unabhängigen Mengen existiert eine "maximal-unabhängige", die die maximale Zahl der Scheitel enthält. Diese Zahl nennt man als die Zahl der Unabhängigkeit für einen gegebenen Graph/oder die Zahl der äusseren Stabilität/. So ist die Zahl der äusseren Stabilität im Graph für die Dame $N=8$.

Eine Verallgemeinerung dieses Problems lässt sich auf das Schachbrett nxn einführen. F. Scheid/siehe [5] /hat gezeigt dass $N(n)=n$ /$n \geq 4$/ gilt.

In der unteren Tabelle gibt es die Zahl der Lösungen dieses Problems für $n \leq 12$.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N(n)	1			2	10	4	40	92	352	724	2680	14200

Im allgemeinen Fall ist die Zahl der Lösungen am Schachbrett nxn unbekannt.

5. Schlussfolgerung

Die drei erwähnten mathematischen Probleme auf dem Schachbrett zeigen uns eine tiefe Zusammenhang zwischen der Graphentheorie und dem Schachspiel. Dabei haben die Graphen für einzelne Schachfiguren eine besondere Bedeutung.

Einige Probleme in der Graphentheorie sind noch nicht gelöst. Das gilt speziell für die Hamiltonschen Wege in den Graphen, wie auch für die Bestimmung der Zahl der äusseren und inneren Stabilität. Aber diese Probleme lassen sich oft für die Graphen auf dem Schachbrett lösen. In der Beilage geben wir eine Uberblick für die einzelnen Figuren.

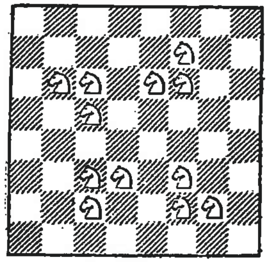


Bild 9

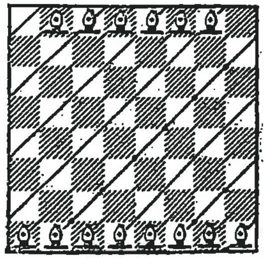


Bild 10

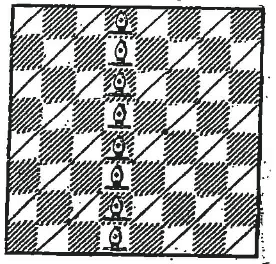


Bild 11

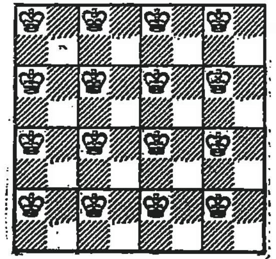


Bild 12

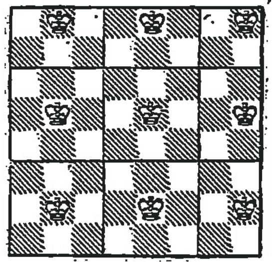


Bild 13

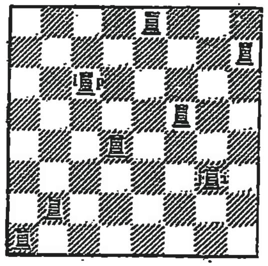


Bild 14

<u>Springer</u>: $D_8(S) = 12$ /Bild 9/ , $U_8(S) = 32$.

Unabhängige Springer können alle weisse oder alle schwarze Felder besetzen.

<u>Läufer</u>: $D_8(L) = 8$, $U_8(L) = 15$, /Bild 10 und 11/ .

<u>König</u>: $D_8(K) = 12$, $U_8(K) = 16$, /Bild 12 und 13/ .

<u>Turm</u>: $D_8(T) = U_8(T) = 8$, /Bild 14/ .

Es sind noch viele, andere Verallgemeinerungen unserer Probleme möglich. Die Anwendungsmöglichkeiten der Graphentheorie im Schachspiel sind praktisch unbegränzt. Das gilt speziell für die Graphen auf dem Schachbrett, wo die verschiedenen Schachfiguren erscheinen.

- - - - - - - - - - - - - - - -

L I T E R A T U R

[1] König D., "Theorie der endlichen und unendlichen Graphen", Leipzig, 1936.

[2] Polya G., "Kombinatorische Anzahlbestimmungen für Graphen, Gruppen und chemische Verbindungen", Acta Math. 68/1937/, 145-253.

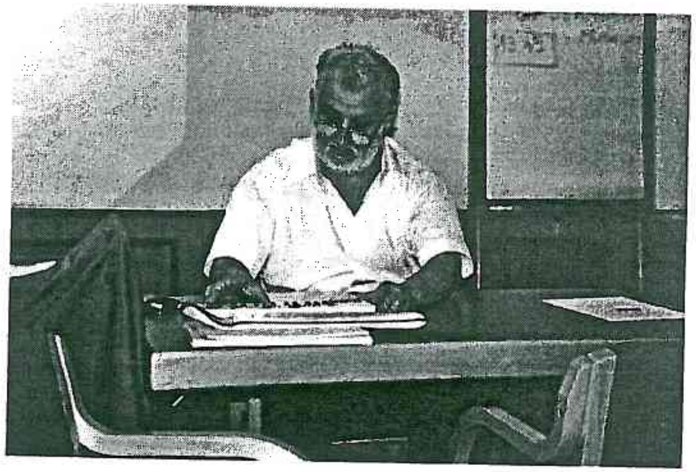
[3] "Commentationes arithm. coll.", Sanct Petersburg t. I, 1849.

[4] Schubert G., "Matematičeskie razvlačenija i igri", Odessa, 1923.

[5] Scheid F., "Some packing problem", Amer. Math. Monthly 67, 1960, 231-235.

- - - - - - - - - - - - - - - -

Anschrift: Prof. Dr. Miloš Čanak
11000 Beograd, Brzakova 4
Serbien und Montenegro



Miloš Čanak liest vor (Photo: Klaus Kohl)

Friedrich Katscher:

Die Gleichungstransformationen Cardanos

Heute wird die kubische Gleichung in der Normalform

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

angegeben, wobei a, b und c positiv, negativ oder 0 sein können. Auf diese Weise werden in einer einzigen Formel alle kubischen Gleichungen, die möglich sind, zusammengefasst.

Doch die Null war Jahrhunderte lang nur ein Zahlzeichen und kein mathematischer Begriff. In einer Zeit, da man algebraische Beziehungen noch geometrisch in Form von Linien, Flächen und Körpern darstellte, war eine negative Zahl undenkbar, da man sich ja keine negativen Linien, Flächen oder Körper vorstellen konnte. (Erst allmählich kam man auf den Gedanken, eine negative Zahl als Schuld anzusehen. Cardano, siehe später, bezeichnete positive Zahlen als „wahre" und negative Zahlen, um die man ja nicht herumkam, als „falsche" oder „fiktive" Zahlen.)

Daher gab es im 16. Jahrhundert noch keine Nullsetzung von Gleichungen und in den Gleichungen war kein minus erlaubt: Negative Glieder werden daher immer auf die andere Seite der Gleichung gebracht. Aus diesem Grund unterschied man 13 verschiedene kubische Gleichungen (modern dargestellt):

Sieben mit allen drei Potenzen (x^3, ax^2, bx) und dem Absolutglied c,

drei ohne lineares Glied:

$$x^3 = ax^2 + c; \quad x^3 + ax^2 = c; \quad x^3 + c = ax^2$$

und drei ohne quadratisches Glied:

$$x^3 = bx + c; \quad x^3 + bx = c; \quad x^3 + c = bx$$

(Schon der persische Mathematiker Omar al-Khayyam, ca. 1044-1123, hatte in seinem Algebra-Buch diese 13 Formen angegeben.)

Um 1515 löste der Italiener Scipione dal Ferro (1465-1526) die ersten beiden kubischen Gleichungen ohne quadratisches Glied. (Die dritte ergibt eine negative Lösung.) 1535 fand auch Nicolo Tartaglia (1499/1500-1557) diese Lösungen.

Doch bei den zehn (sieben plus drei) kubischen Gleichungen mit quadratischem Glied suchte Tartaglia vergeblich einen Lösungsweg.

Erst Hieronimo Cardano (latinisiert Hieronymus Cardanus, 1501-1576), dem Tartaglia 1539 seine Lösungen verriet, fand, auf welche Weise man das quadratische Glied aus einer kubischen Gleichung entfernen kann: Durch Gleichungstransformationen, Substitutionen von x, kann man das quadratische Glied in ein lineares verwandeln und die entstandene Gleichung dann mit der Methode von dal Ferro und Tartaglia lösen. (Sie wird heute Cardanische Lösungsformel genannt, weil sie Cardano 1545 als erster veröffentlichte.)

In seinem 1545 erschienenen Buch „Ars magna, sive de regulis algebraicis" (Die große Kunst – gemeint ist die Algebra – oder über die algebraischen Regeln) beschäftigt sich Cardano mit Gleichungstransformationen und gibt drei für die kubischen Gleichungen mit quadratischem Glied an. Eine davon, mit der Substitution

$$x = y - a/3$$

in der Normalform, ist die heute übliche. Interessanterweise fanden zwei italienische Mathematikhistorikerinnen um 1985, dass diese Transformation schon um 1390 von zwei unbekannten italienischen Rechenmeistern angewendet wurde, obwohl sie die entstehende kubische Gleichung ohne quadratisches Glied ja noch gar nicht lösen konnten.

Wie man die quadratischen Gleichungen $x^2 + bx = c$, $x^2 = bx + c$ und $x^2 + c = bx$ löst, wurde von dem arabischen Mathematiker Mohammed ibn Musa al-Khwarizmi in seinem berühmten Werk über Algebra und al-Muqabala beschrieben, das er zwischen 813 und 833 in Bagdad verfasste. (Ja in der dritten Gleichung stellte er sogar fest, dass sie unmöglich zu lösen ist, wenn $(b/2)^2 < c$ ist. Dann ist nämlich x das, was Descartes 800 Jahre später imaginär nannte.)

Mit den kubischen Gleichungen beschäftigte sich der persische Mathematiker und Dichter Omar al-Khayyam (1048-1123) in seinem Werk *Über die Beweise der Probleme von al-dschabr und al-muqabala*. Er unterschied 13 verschiedene Gleichungsformen und löste einige davon geometrisch als Schnittpunkte einer Parabel mit einer Hyperbel. 1984 zeigte der Mathematikhistoriker Roshdi Rashed, dass der persische Mathematiker Sharaf al-Din al-Tusi (1135-1213) in seinem Werk *Über Gleichungen* (um 1170) die Theorie der kubischen Gleichungen entscheidend weiter ausbaute.

Obwohl auf geometrischen Überlegungen aufbauend, gelang die nichtgeometrische Lösung der kubischen Gleichungen jedoch erst in der ersten Hälfte des 16. Jahrhunderts, und zwar in Italien. Hieronimo Cardano unterschied die gleichen 13 Gleichungsformen wie al-Khayyam.

Zuerst wurden nur die drei Gleichungsformen mit einem linearen, aber ohne quadratisches Glied gelöst – von dem Lektor der Universität Bologna Scipione dal Ferro, der den Lösungsweg aber geheim hielt, und dann von Nicolo Tartaglia. Doch bei den 10 anderen kubischen Gleichungen – die mit quadratischem Glied – bemühte sich Tartaglia erfolglos. Erst Cardano konnte auch sie lösen, indem er durch Substitutionen der Unbekannten die Gleichungen so transformierte, dass sie anstelle des quadratischen Gliedes ein lineares enthielten.

Die gesamte Theorie der kubischen Gleichungen (sowie die Lösung der biquadratischen Gleichung, die von seinem Schüler und Mitarbeiter Ludovico Ferrari, 1522-1565, gefunden worden war) veröffentlichte Cardano im Jahr 1545 in seinem Buch *Artis magnae, sive de regulis algebraicis, Liber*, einem der bedeutendsten Bücher der Mathematik in der Renaissance. Das Buch wurde von dem Amerikaner T. Richard Witmer vom Lateinischen ins Englische übersetzt und erschien zuerst 1968 als gebundene Ausgabe und dann 1993 als preiswertes Dover Paperback. Die Übersetzung war ein Pionierwerk, doch sie ist nicht fehlerfrei und manche Stellen wurden von Witmer ins Englische übertragen, obwohl er sie nicht verstand.

Der Grund der großen Lücken in unserem Verständnis der mathematischen Leistungen Cardanos ist, dass er als sehr schwer verständlich gilt und dass daher die meisten Mathematikhistoriker sich nicht an ihn herantrauen. Es gibt eine Ausnahme: Der Italiener Pietro Cossali (1748-1815) ist der einzige, der sehr viel von Cardanos Mathematik wirklich begriff und sie in einem zweibändigen großformatigen Werk erläuterte, das 1797 und 1799 erschien und auf deutsch übersetzt den Titel „Ursprung, Transport und erste Entwicklungen der Algebra in Italien" hat. Ich habe das Glück, dieses wertvolle Buch zu besitzen. Es hat mir sehr geholfen, schwierige Stellen in Cardanos mathematischen Werken zu verstehen.

Die erhalten gebliebenen mathematischen Werke Cardanos, fast alle lateinisch, wurden 1663 als vierter Band seiner neunbändigen *Opera omnia* herausgegeben. Diese Gesammelten Werke wurden 1967 in New York nachgedruckt. Wenn man in mathematikgeschichtlichen Büchern über Cardano liest, wird ein Werk Cardanos fast nie erwähnt, obwohl es in den *Opera* abgedruckt ist. Seltsamerweise hat es ebenfalls den Titel „Ars magna". In den *Opera* lautet sein Titel „Ars magna arithmeticae" mit dem Nachsatz „Oder Buch der 40 Kapitel und 40 Aufgaben". Das Original ist erhalten geblieben – eine zwischen 1539 und 1546 abgefasste Handschrift, die sich in

Mailand befindet. Dort ist das Wort „arithmeticae" im Titel nicht enthalten. Tatsächlich handelt das Werk nicht von Arithmetik, sondern von Algebra. Ich habe die Kapitel, die von den kubischen Gleichungen und den Gleichungstransformationen handeln, in beiden Büchern mit dem Titel „Ars magna" durchgearbeitet.

Welche Substitutionen sind in algebraischen Gleichungen möglich?

1) $x = -y$ Spiegelung, Reflexion

2) $x = dy$, $x = y/d$ Streckung, Skalierung

3) $x = y + d$, $x = y - d$ Parallelverschiebung, Translation

4) $x = d/y$ Inversion, Stürzung

5) $x^d = y$

6) $x = y^d$

1) Der Großteil des 1. Kapitels in der gedruckten *Ars magna* handelt davon.

2) Bei $x^3 + px - \sqrt{r} = 0$. Die Substitution $x = y/\sqrt{r}$ führt zu $y^3/r\sqrt{r} + py/\sqrt{r} - \sqrt{r} = 0$. Diese Gleichung mit $r\sqrt{r}$ multipliziert, ergibt $y^3 + pry - r^2 = 0$ (In Nicholas Saunderson (1682-1739): *Elements of Algebra*, 1740. Verlor im Alter von 12 Monaten durch Pocken sein Augenlicht. Professor der Mathematik in Cambridge)

3) Die Methode, um in den kubischen Gleichungen mit quadratischem Glied $x^3 = ax^2 + c$ und $x^3 + ax^2 = c$ dieses zu entfernen. Im ersten Fall durch die Substitution $x = y + a/3$, im zweiten durch $x = y - a/3$. Mit der Substitution $x = y + a/3$ kann die dritte kubische Gleichung $x^3 + c = ax^2$ ein negatives y bekommen. Um das zu umgehen, erfand ein italienischer Algebraiker des 14. Jahrhunderts die umgekehrte Substitution $x = a/3 - y$.

4) Von Cardano bei der dritten kubischen Gleichung mit quadratischem Glied $x^3 + c = ax^2$ zu dessen Entfernung erfunden, um ein negatives y zu vermeiden (mit verschiedenen d). Wurde von ihm auch verwendet, um Gleichungen vierten und fünften Grades zu transformieren, obwohl er natürlich für die letztere keine Lösung hatte.

5) Beispielsweise in der Gleichung $x^6 + px^3 = c$ führt $x^3 = y$ zu der lösbaren quadratischen Gleichung $y^2 + py = c$

6) Cardano: $x^2 + x = 12$, $x = 3$, x substituiert durch y^4 führt zu $y^8 + y^4 = 12$. In dieser Gleichung ist $y = \sqrt[4]{3}$

In den letzten Jahrzehnten hat man viele italienische Handschriften über Arithmetik und Algebra aus dem 13. bis 16. Jahrhundert studiert und zum Teil auch herausgegeben. Besonders bemerkenswert sind zwei Handschriften aus dem letzten Jahrzehnt des 14. Jahrhunderts, die sich in der Biblioteca nazionale, der italienischen Nationalbibliothek in Florenz, befinden. Das Besondere an diesen zwei

Handschriften ist, dass sie zeigen, wie man aus einer kubischen Gleichung das quadratische Glied entfernen kann, obwohl man damals kubische Gleichungen noch gar nicht lösen konnte.
Das heißt, dass die Methode, die Cardano als erster in einem gedruckten Buch, nämlich der *Ars magna*, 1545 veröffentlichte, schon eineinhalb Jahrhunderte vor ihm von zwei unbekannten Rechenmeistern in Florenz gefunden worden war. In der einen Handschrift ist die Methode etwas konfus, doch in der anderen sehr klar dargestellt. Ihr algebraischer Teil wurde 1998 von Raffaela Franci und Marisa Pancanti unter dem Titel *Il Trattato d'Algibra* (Die Abhandlung der Algebra) herausgegeben. Die Entdecker der Textstellen mit den Gleichungstransformationen in den beiden Handschriften waren 1985 die Professorinnen der Universität Siena Raffaela Franci und Laura Toti Rigatelli.
In der Gleichungsform $x^3 + ax^2 = c$ wird die Substitution $x = y - a/3$ angewendet, bei $x^3 = ax^2 + c$ die Substitution $x = y + a/3$.
Cardano erfand beim dritten Gleichungstyp $x^3 + c = ax^2$ eine neue Substitutionsmethode, nämlich $x = d/y$, um ein negatives y zu vermeiden, das bei der Substitution $x = y + a/3$ eintreten kann. Doch der unbekannte Handschriftenautor von 1390 fand eine andere Substitution, auf die nicht einmal Cardano 150 Jahre später kam. Sie findet sich erst wieder bei François Viète (latinisiert Franciscus Vieta, 1540-1603) in seinem wahrscheinlich 1593 fertiggestellten und 1615 posthum herausgegebenen Werk *De Aequationum Recognitione et Emendatione Tractatus Duo* (sinngemäß übersetzt: Zwei Abhandlungen über das Studium und die Verbesserung der Gleichungen).
Der florentinische Algebraiker dreht die Substitution $x = y - a/3$ um und verwendet **$x = a/3 - y$**! Ein Beispiel : $9x^2 = x^3 + 28$ mit der Substitution $x = a/3 - y = 3 - y$ führt zu $y^3 = 27y - 26$, $y = 1$ und $x = 2$. (Mit der Substitution $x = y + a/3 = y + 3$ hätte man die Gleichung $y^3 = 27y + 26$ mit der verpönten Lösung $y = -1$ erhalten.)
Selbstverständlich wussten die beiden Handschriftenautoren nicht wirklich, wie man kubische Gleichungen löst. Ihre Beispiele von kubischen Gleichungen mit quadratischem Glied sind alle mit einem rationalen x konstruiert. Das Ergebnis für x war daher schon vorher bekannt und natürlich gibt es nur rationale Lösungen. Mit Ausnahme des Beispiels $x^3 = x^2 + 48$, wo $a = 1$ und daher $a/3 = 1/3$ ist, haben alle anderen Beispiele ein durch 3 ohne Rest teilbares a.
Die Substitutionen $x = y + a/3$ und $x = y - a/3$ zur Entfernung des quadratischen Gliedes aus einer kubischen Gleichung wurden, wie gesagt, 1545 von Hieronimo Cardano in seinem gedruckten Buch *Ars magna* zum ersten Mal an die Öffentlichkeit gebracht. Bisher nahm man daher an, dass er diese Substitutionen selbst gefunden hat. Tatsächlich hat er sich, wie man in seinen Werken findet, sehr intensiv mit Gleichungstransformationen beschäftigt. Dennoch besteht natürlich die Möglichkeit, dass er die noch heute verwendeten Substitutionen in einer algebraischen Handschrift gefunden haben könnte. Allerdings schreibt er in der *Ars magna*, dass bei allen Dingen, die von anderen gefunden wurden, deren Namen angeführt werde; diejenigen, bei denen kein Name steht, seien von ihm. Ob das auch für die namenlosen, anonymen Handschriften aus Florenz gilt, wird ewig ein Rätsel bleiben.
dr.katscher.vienna@chello.at

War Fermat ein Humanist?

Klaus Barner (Kassel)

Im Jahre 2001 wurde der vierhundertste Geburtstag des französischen Mathematikers PIERRE DE FERMAT gefeiert. Im Mai jenes Jahres hatte ich auf der Tagung in Zingst einen Vortrag mit dem Titel „Das Leben Fermats“ gehalten, und einer der Tagungsteilnehmer schlug mir vor, ich solle doch einen entsprechenden Artikel für die „Mitteilungen der DMV“ schreiben. Ein Anruf bei deren Herausgeber, FOLKMAR BORNEMANN, ergab, daß zwar ein gewisses Interesse an einem solchen Aufsatz bestehe, jedoch, wenn dieser noch im dritten Heft des Jahres, das heißt, noch rechtzeitig zum vermeintlichen runden Geburtstag des *conseiller au parlement de Toulouse* am 20. August 2001 erscheinen solle, so sei das Manuskript innerhalb einer Woche einzureichen. Unter großem Zeitdruck ergänzte ich mein Vortragspapier um 60 Literaturangaben und 63 Fußnoten und fügte noch eine etwas persönlich gehaltene Schlußbetrachtung mit Bezug auf die Wirkung von FERMATs Leben auf die Nachwelt hinzu. Dabei unterlief mir eine frivole Formulierung: *„Welche Spuren hat das Leben dieses großen Humanisten und Mathematikers bis auf unsere Tage hinterlassen?“*

Das hätte ich nicht schreiben dürfen! IVO SCHNEIDER, der meinen Aufsatz „Das Leben Fermats“ für die Mathematical Reviews besprochen hat, tadelt mich: *"Many historians would not agree with labelling Fermat as a humanist."* Dies ist eine feinsinnige Bemerkung. Das verneinte modale Hilfsverb *'would'* läßt sich verschieden interpretieren. Sollen wir übersetzen: „Viele Historiker pflegen der Bezeichnung FERMATs als Humanist nicht zuzustimmen“? Oder muß es heißen: "Viele Historiker sind nicht bereit, der Bezeichnung FERMATs als Humanist zuzustimmen"? Oder handelt es sich um ein *conditional*, dessen *if-clause* zu ergänzen ist: „Viele Historiker würden der Bezeichnung FERMATs als Humanist nicht zustimmen, [wenn ...]“? Nach einigem Zögern neige ich der zweiten Variante zu: IVO SCHNEIDER ist der Überzeugung, daß viele Historiker es ablehnen, FERMAT als Humanist zu bezeichnen. Ich kenne so ziemlich alle Historiker, die sich eingehender mit FERMATs Persönlichkeit befaßt haben. Ich kenne nur einen, der mit einer Charakterisierung FERMATs als Humanist *expressis verbis* nicht einverstanden ist: IVO SCHNEIDER. Das besagt natürlich nicht, daß nicht auch andere Mathematikhistoriker es ablehnen würden, FERMAT so zu bezeichnen. Aber die meisten Biographen FERMATs äußern sich zu diesem Thema nicht, so daß wir nicht wissen, wie sie sich entscheiden würden, wenn wir sie fragen

würden.

Ist es schon peinlich, sich zu irren, so ist es noch schmählicher, wenn man mit Bezug auf den Irrtum nicht einmal den Anspruch auf Originalität erheben kann. Andere Autoren haben FERMAT nämlich auch als Humanist bezeichnet. Urheber der Charakterisierung FERMATs als „Humanist“ ist vermutlich der französische Musikwissenschaftler ARMAND MACHABEY AINÉ. Von ihm stammt ein 125 Seiten umfassendes Werk, welches 1949 in Lüttich erschienen ist:

Armand Machabey Ainé, La Philosophie de Pierre de Fermat, Mathématicien, Humaniste et Conseiller au Parlement de Toulouse (1601–1665). Éditions Dynamo Pierre Aelberts, Liège, 1949.

Im Vorwort (≪*Au Lecteur*≫) zu diesem Buch schreibt der Autor: ≪*Fermat nous apparaîtra alors, non seulement comme un mathématicien et un penseur, mais comme un humaniste sachant mettre au service du progrès de la science, en même temps que l'ensemble des notions qu'il a pu puiser dans l'Antiquité, amplement et minitieusement étudié, les ressources d'une intuition dont la fécondité et la puissance étonnent encor les savants modernes.*≫ Im Text des Buches selbst kommt das Wort <*humaniste*> zwar nicht mehr vor, aber MACHABEY trägt eine Fülle von Material zusammen, welches geeignet ist, seine These zu stützen. In jüngster Zeit haben nun zwei andere Autoren MACHABEYs Behauptung aufgegriffen und sich zu eigen gemacht. Es handelt sich um:

André Dupuy, Un génie occitan: Pierre de Fermat. Publié à compte d'auteur, Lavit, 2002.
Paul Féron, Pierre de Fermat, un génie européen. Presses de l'Université des Sciences Sociales de Toulouse, Toulouse, 2002.

Keiner der drei genannten Autoren jedoch hat sich der Mühe unterzogen, den Begriff <*humaniste*> genauer zu bestimmen und FERMATs Leben und Werk daran zu messen. Ich werde daher zunächst beschreiben, in welchem Sinne ich das Wort „Humanist“ mit Bezug auf FERMAT verwenden will. Sodann werde ich — in meinem Vortrag, nicht hier — versuchen, auf Grund nicht nur von FERMATs schriftlich überliefertem Œuvre, sondern auch auf der Basis seines privaten und beruflichen Lebens, herauszubekommen, ob und, wenn ja, inwieweit es berechtigt ist, FERMAT als Humanist zu bezeichnen.

Der Begriff „Humanist“ ist älter als der Begriff „Humanismus“ und das dazugehörige Adjektiv „humanistisch“. Das Wort „Humanist“, welches in der ersten Hälfte des 18. Jahrhunderts Eingang in die deutsche Sprache gefunden hat, geht auf das erstmals 1490 bezeugte italienische Wort *umanisti* (lateinisch *humanisti*) zurück, mit dem seit dem Ende des 15. Jahrhunderts jene Schriftsteller und Gelehrten bezeichnet wurden, die sich den auf dem Studium der antiken Autoren beruhenden *studia humanitatis* widmeten. Der Begriff „Humanismus“ hingegen ist erst im Jahre 1808 von dem evangelischen

Theologen und Pädagogen FRIEDRICH IMMANUEL NIETHAMMER geprägt worden. Beide Begriffe haben im Laufe der Zeit mehrere Erweiterungen (und Verwässerungen) erfahren, die ich hier nicht diskutieren möchte. Ich erkläre vielmehr, daß ich den Begriff „Humanist" (sowie „Humanismus" und „humanistisch") ausschließlich im Sinne des Renaissance-Humanismus verwenden will. Diese Humanisten stellten während des 15. und 16. Jahrhunderts in Europa die Repräsentanten der maßgeblichen geistigen Strömung dar. Ihr Einfluß wurde allerdings während der zweiten Hälfte des 16. Jahrhunderts mehr und mehr durch die Wirkung von Reformation und Gegenreformation sowie der französischen Religionskriege zurückgedrängt. Die Renaissance, von der der Humanismus ein wesentliches Element darstellte, wurde schließlich durch den um 1590 aufkommenden Barock und den gleichzeitig (vor allem in Frankreich) entstehenden Absolutismus verdrängt. Die große Zeit der Humanisten gehörte damit endgültig der Vergangenheit an.

Das bedeutet jedoch nicht, daß es nicht auch in der ersten Hälfte des 17. Jahrhunderts noch einzelne Gelehrte gegeben hätte, die sich den humanistischen Idealen verpflichtet fühlten. Wir finden sie zum Beispiel in den führenden Gymnasien und Collèges, in den protestantischen Akademien, an einigen Universitäten und, in Frankreich, im Umfeld einiger der obersten Gerichtshöfe (*parlements*). Die Wirkung des Renaissance-Humanismus überdauerte ohnehin das 16. Jahrhundert, und zwar in der Pädagogik der großen humanistischen Schulen (Löwen, Straßburg, Genf, Nimes und Bordeaux) sowie der Collèges der Jesuiten (*humanisme devot*), und in der Form der akademischen Lehre (vor allem der Jurisprudenz). Das bedeutet freilich nicht, daß Gelehrte und Zeitgenossen FERMATS, wie RENÉ DESCARTES oder BLAISE PASCAL, die beide eine humanistische Bildung genossen hatten, sich als Humanisten gefühlt hätten. Beide haben sich, wenn auch aus sehr verschiedenen Gründen, entschieden vom Humanismus abgewandt.

In seinem Standardwerk „Humanismus, seine europäische Entwicklung in Dokumenten und Darstellungen" (Karl Alber, Freiburg, 1987) schreibt AUGUST BUCK, der Humanismus sei eine Bildungsbewegung, die ihr Ziel nicht in der Vermittlung von Kenntnissen, sondern in der Verkündigung einer bestimmten Lebensform erblicke. Der Humanismus gewinne „aus dem immer wieder aufgenommenen Dialog mit den antiken Autoren lebensformende Werte und Normen". Das ist schön gesagt; aber wie erkennen wir im konkreten Fall, ob wir es mit einem (Renaissance-)Humanisten zu tun haben?

Nun, wer den Dialog mit den antiken Autoren (wozu auch die lateinischen Kirchenväter und die Verfasser der Bibel gehören) aufnehmen will, benötigt dazu die Beherrschung der alten Sprachen Latein und Griechisch, gegebenenfalls Hebräisch. Zum korrekten Gebrauch des Lateinischen gehört die Abkehr vom mittelalterlichen und die Rückkehr zum klassischen Latein, als dessen typischer Repräsentant allgemein CICERO anerkannt wird. Ein Humanist,

der etwas auf sich hält, schreibt und spricht (!) in der Sprache CICEROS. Das Griechische wird nicht immer im gleichen Maße beherrscht; schreiben oder gar sprechen können es nur wenige Gelehrte.

Mit der Rückkehr zu den antiken Autoren vollziehen die Humanisten auch eine Abkehr von der aristotelischen Scholastik und Theologie ebenso wie von der durch Glossatoren und Postglossatoren verfälschten Rechtssammlung (Institutionen, Digesten, Pandekten und Codex) des JUSTINIAN. Durch die historisch-kritische Rekonstruktion der biblischen Quellen und die darauf fußende Neuübersetzung des Alten und Neuen Testaments in das Lateinische wie auch in verschiedene Volkssprachen sowie durch die unter Einbeziehung aller antiken Informationen vorgenommene Rekonstruktion der lateinischen und griechischen Quellen des *corpus juris civilis* und die darauf beruhende Neuinterpretation des Römischen Rechts entwickeln humanistische Gelehrte den philologischen und historisch-kritischen Apparat, der für die Sanierung verderbter und für die Emendation nur bruchstückhaft überlieferter Manuskripte benötigt wird.

Zu den Idealen eines an der *humanitas* ausgerichteten Lebens gehörte die *vita activa*. „Humanitas bedeutete die volle Entwicklung der menschlichen Sittlichkeit, in allen ihren Formen. Der Begriff implizierte also nicht nur solche Qualitäten, die mit dem modernen Wort Humanität assoziiert werden — Verständnis, Güte, Mitgefühl, Barmherzigkeit — sondern auch solche dynamischeren Charaktereigenschaften wie innere Stärke, Urteilsvermögen, Klugheit, Redegewandtheit und sogar Liebe zur Ehre. Folglich konnte ein Besitzer von *humanitas* nicht bloß ein seine Zeit in sitzender Tätigkeit verbringender und isolierter Philosoph oder Literat sein, sondern er nahm notwendiger Weise am aktiven Leben teil. So wie Handeln ohne Einsicht für planlos und barbarisch gehalten wurde, so wurde Einsicht ohne Handeln als unfruchtbar und unvollkommen abgelehnt." (Encyclopaedia Britannica) Unter den Humanisten finden sich viele verschiedene Berufe: Bischöfe und andere hohe Kleriker, protestantische und katholische Theologen, Staatsmänner und Berater von Fürsten und Königen, Anwälte und Richter, Dichter und Philosophen, Ärzte und Naturwissenschaftler sowie mutige Drucker und Verleger, die humanistische Werke verlegten und sich damit der Verfolgung durch die Theologen der Sorbonne aussetzten. Allerdings befanden sich besonders viele Juristen unter den Humanisten. Als Fachleute in der Auslegung des Römischen Rechts waren sie begehrte Experten an den Fürstenhöfen und gewannen so Ansehen, politischen Einfluß und ein gesichertes Einkommen, das sie als Philologen oder Schriftsteller kaum erzielen konnten.

Charakteristisch für die Humanisten sind auch die von ihnen bevorzugten Liebhabereien: Das Sammeln von alten Manuskripten, von Antiken (Vasen, Skulpturen etc.) und von Musikinstrumenten. Wohlhabende unter ihnen legten beachtliche Bibliotheken an. Beliebt war auch das Verfassen lateinischer Verse, ein Hobby, in dem es einige zu beachtlichem Können brachten.

„Es darf heute als bewiesen gelten, daß die humanistische Hinwendung zur Antike grundsätzlich nicht im Widerspruch zur christlichen Religion und zur Kirche erfolgt ist.“ (BUCK) „Die christliche Religion und mit ihr die Kirche als Institution innerhalb der Gesellschaft bestimmten auch während der Renaissance die Atmosphäre, in der sich das Leben der Menschen, also auch der Humanisten, von der Geburt bis zum Tode abspielte.“ Aber das Verhältnis der Humanisten zur christlichen Religion machte gegenüber dem Mittelalter eine entscheidende Wandlung durch: Aus der Perspektive des Humanismus „erscheint die christliche Religion mehr als eine subjektive Gesinnung denn als eine objektive Verkündigung. Damit wurde der Initiativpunkt der Beziehungen zur transzendenten Welt von Gott in das menschliche Gewissen verlegt und das Schwergewicht im religiösen Bereich von der theologischen Spekulation auf die christliche Lebensführung verlagert.“

„Aus dem von den Humanisten vorgenommenen Vergleich mit anderen, namentlich den monotheistischen Religionen, konnte sich aber auch die Vorstellung von einer allen Glaubensbekenntnissen zugrundeliegenden Natur- oder Vernunftreligion entwickeln.“ (BUCK) Aus dieser Entwicklung entstand im Schoße des christlichen Humanismus die Forderung nach religiöser Toleranz. Ausnahmsweise nenne ich hier Namen: GIOVANNI BOCCACCIO, MARSILIO FICINO, GIOVANNI PICO DELLA MIRANDOLA, NICOLAUS VON KUES, THOMAS MORUS, JUAN LUIS VIVES, JEAN BODIN, ERASMUS VON ROTTERDAM, MICHEL EYQUEM DE MONTAIGNE und viele andere mehr sind, zum Teil leidenschaftlich, für religiöse Toleranz und Glaubensfreiheit eingetreten. Auch wenn ihre Argumente im Glaubenskrieg von Reformation und Gegenreformation und im Blutbad der französischen Religionskriege ohne Chance auf Gehör blieben, so ist doch die Forderung nach religiöser Toleranz ein unveräußerlicher Bestandteil humanistischer Überzeugungen geblieben.

War FERMAT ein Humanist? Hatte er ein lebendiges Interesse an der Auseinandersetzung mit den antiken Autoren (zu denen auch die griechischen Mathematiker zählen)? Beherrschte er die alten Sprachen Latein und Griechisch so gut, daß er verderbte antike Texte sanieren und Fehlendes ergänzen konnte? Welche Position nahm er gegenüber der griechischen Mathematik ein im Verhältnis zu seinen eigenen mathematischen Fortschritten? Führte er ein aktives Leben, indem er sich für die Schwachen einsetzte, und für Gerechtigkeit? Übernahm er Verantwortung in heikler politischer Mission, ohne dabei eigenen politischen Ehrgeiz zu entwickeln? Sammelte er Manuskripte, oder schrieb er lateinische Gedichte? Welche Art von christlicher Frömmigkeit darf man bei ihm vermuten? Trat er für religiöse Toleranz ein? Und schließlich noch die Fragen: Wann und wo hat er seine erstaunlichen philologischen und historischen Kenntnisse und Fähigkeiten erworben, allein deretwegen ihn MACHABEY als Humanist bezeichnet? Was waren das für Leute, deren Freundschaft er suchte und zeitlebens pflegte? Waren Humanisten darunter? War FERMAT etwa doch ein Humanist?

100jähriges Jubiläum der Begründung der ersten ordentlichen Professur für angewandte Mathematik in Deutschland: Ein Blick auf Carl Runge

Renate Tobies

Das Tagungsthema des VII. Österreichischen Symposiums zur Mathematikgeschichte „Jubiläen – Chance oder Plage“ betrachtete ich als Chance, die Anfänge des ersten Lehrstuhls für angewandte Mathematik in Deutschland in den Blick zu rücken.

1. Angewandte Mathematik – Begriffsbestimmung

Die Anwendungsfelder erweiterten sich im Verlaufe der Geschichte. Schauen wir heute auf dieses Gebiet, so wird es – in deutschsprachigen Ländern – vor allem mit den Begriffen Wirtschafts- und Technomathematik umschrieben. Diese Gebiete haben sich im Lehr- und Forschungsbetrieb der bundesdeutschen Hochschulen seit den 1970er Jahren etabliert. Im Unterschied zu den Zeiten Carl Runges (1856-1927) wandelten sich die dafür zur Verfügung stehenden Rechenhilfsmittel. Während noch in den 1940er Jahren der Rechstab, die mechanische Rechenmaschine, die Logarithmentafel und graphische Methoden als Hilfsmittel dienten, um praktische Probleme zu lösen (etwa Differentialgleichungen näherungsweise zu bestimmen), ermöglichte der Einsatz leistungsstarker Computer seit dem letzten Drittel des 20. Jahrhunderts das zunehmende Arbeiten mit mathematischen Modellen für die Wirtschaft oder Technik und deren Auswertung mittels Computer. (vgl. [Neunzert 2003a, b], [Abele/Neunzert/Tobies 2004, S. 58f.])

Als 1898 die Prüfungsordnung für Lehramtskandidaten in Preußen erstmals eine Lehrbefähigung für angewandte Mathematik vorsah, standen nur drei Gebiete im Zentrum des Interesses: Darstellende Geometrie, Technische Mechanik (mit graphischer Statik und Kinematik) sowie Geodäsie (mit Wahrscheinlichkeitsrechung). Runge prägte in den folgenden Jahren den Inhalt neuer Ordnungen: Dabei wurde einerseits die Zahl der empirischen Fächer, auf die Mathematik angewendet werden sollte, erweitert (Prüfungsordnung von 1921: 1. Astronomie, 2. Vermessungskunde, 3. Meteorologie und Geophysik, 4. angewandte Mechanik, 5. angewandte Physik, 6. Finanzmathematik, mathematische Statistik und Versicherungswesen, 7. technische Wissenschaften, z.B. Elektrotechnik oder Wärmetechnik oder Flugtechnik oder Statik der Baukonstruktionen oder dgl.)[1]; andererseits wurde das Ausbilden von Methoden und Verfahren (rechnerische, zeichnerische und instrumentelle) zum Wesen der angewandten Mathematik. Für Runge hatte angewandte Mathematik eine Art Werkzeugcharakter. So wie heute ein Studierender der Techno- oder Wirtschaftsmathematik ein Drittel seines Studiums der Informatik widmet, erlernten die Studierenden damals den Umgang mit den Rechenhilfsmitteln. Runge schrieb, dass der mathematische Übungsbetrieb analog physikalischer bzw. chemischer Praktika gestaltet werde und die Studierenden den Umgang mit „Zeichentisch, Reissbrett, Cirkelkasten, Rechenschieber, vierstellige Logarithmentafel" lernten [Hentschel/Tobies 2003, S. 159]. Für Runge war also „Angewandte Mathematik" – das Nutzen mathematischer Erkenntnisse für Probleme in anderen Gebieten mit geeigneten Rechenhilfsmitteln.

2. Runges frühe Ansichten zu Anwendungen der Mathematik

Carl Runge, der zunächst über eine Ausbildungsmöglichkeit als Ingenieur nachgedacht hatte (Runge [1949] S.21), verkörperte von Beginn an einen Typ des Wissenschaftlers, der den Anwendungen mathematischer Theorien und Methoden aufgeschlossen gegenüber stand. Ein schöner Ausdruck dafür ist eine von ihm formulierte These, die er mit seiner Dissertation verteidigte: „Der Werth einer mathematischen Disciplin muss beurtheilt werden nach Massgabe ihrer Anwendbarkeit auf empirische Wissenschaften." [Hentschel/Tobies 2003, S. 78]. Runge schrieb im Brieftagebuch darüber etwas flapsig: „Ich promovire mit meinem Freunde Rudio (ebenfalls Mathematiker) zusammen. Unter seinen Thesen ist meine dritte nur mit der Änderung ‚muss nicht beurteilt' u.s.f., so dass jeder von uns hierin zugleich Thesensteller und Opponent ist. Da der Decan voraussichtlich schlafen wird, so versprechen wir uns einen recht lustigen Tag. Ich habe schon gekeilt, damit wir doch etwas Publikum haben." [ebd.] Die Promotionsverteidigung fand am Mittwoch, den 23. Juni 1880, statt – nachdem die mündliche Doktorprüfung bereits erfolgreich bestanden war. Bernhard Karsten (1858-1909), einer der Briefpartner, meinte, ob er nicht mit seinem Dissertationsthema „Über die Krümmung, Torsion und geodätische Krümmung der auf einer Fläche gezogenen Kurven" seiner dritten These widersprochen hätte. Runges Antwort lautete:

„Dir, Karsten, muss ich doch auf eine frühere Bemerkung antworten, Du behauptest, ich hätte in der Wahl meines Dissertationsthemas meiner dritten These widersprochen. Ich habe nicht deshalb geschwiegen weil ich derselben Ansicht bin. Grade die Untersuchung von Flächen in Bezug auf Krümmung[,] Torsion u.g.Kr. scheint mir für die mathematische Physik von Bedeutung zu sein. So findest Du z.B. in dem Lehrbuch der Physik von Thomson u. Tait diese Begriffe ausführlich dargelegt und behandelt. Das war nicht der Sinn meine These, dass jeder Satz eine praktische Anwendung haben soll. Ich meine nur die Mathematik als Selbstzweck steht auf der gleichen Stufe mit dem Schachspiel oder anderen Spielereien. Sie überragt sie an Werth erst durch Ihre Beziehungen zu Erfahrungswissenschaften. Der Mathematiker nun, der sich mit einer Disciplin beschäftigen will, soll meiner Meinung nach sich nach der Möglichkeit ihrer Anwendbarkeit auf

[1] Diese Anwendungsfelder wurden in Göttingen seit Runges Berufung verfolgt, nicht erst seit der Prüfungsordnung von 1921, vgl. Anhang 1.

Erfahrungswissenschaften fragen, ehe er ihr seine Zeit und seine Kraft widmet. Männer wie Gauss, Lagrange, Jacobi etc. haben dies auch ohne Frage gethan." [Hentschel/Tobies 2003, S. 80f.]

Runge war zum Zeitpunkt der Promotion 24 Jahre alt und vertrat sehr selbständige Ansichten. Auch das Thema der Dissertation hatte er sich selbst gewählt. Obgleich er bei Kummer keine Vorlesungen gehört hatte, verfasste dieser das Gutachten [ebd., S. 248]. Weierstrass, der Runge – neben Kronecker – am meisten mathematisch beeinflusste, musste in der mündlichen Doktorprüfung feststellen, dass Runge eines seiner Hauptforschungsgebiete, die Theorie der elliptischen Funktionen, nicht hinreichend beherrschte [ebd., S. 251]. Bis zur Habilitation 1883 hatte Runge dies nachgeholt und von den drei vorgeschlagenen Themen für die Probevorlesung (am 7. Juni 1883), wurde ausgewählt: „Ueber die verschiedenen Arten die Theorie der elliptischen Functionen einzuleiten" [ebd., S. 253]. Im Unterschied zu der Mehrzahl der in dieser Zeit berufenen Mathematiker aus der Berliner Schule wandte sich Runge 1886 mit seinem Ruf an die TH Hannover ernsthaft physikalischen und technischen Fragen zu. Durch Heinrich Kayser ließ er sich in die Kunst des Fotografierens einweihen, besuchte Vorlesungen, in denen der Elektrotechniker Wilhelm Kohlrausch Experimente über Wechselstromtechnik vorführte, befasste sich mit Fragen des Vermessungswesens und fand ein Forschungsgebiet, dass ihn mehr als zwanzig Jahre lang beschäftigen sollte: die Untersuchung der Gesetzmäßigkeiten in den Spektren der Elemente, wozu er mit Kayser und weiteren Physikern arbeitete. Diese Forschungen erforderten umfangreiche numerische Berechnungen (mit mechanischer Rechenmaschine ausgeführt). Sie waren Ausgangspunkt dafür, dass Runge allgemeine Methoden der Numerik entwickeln konnte (vgl. hierzu [Richenhagen 1985]). Mit entsprechenden Forschungen fand Runge Anerkennung bei Physikern und Astrophysikern im Ausland, zunächst weniger in Deutschland; insbesondere die Berliner Mathematiker um Frobenius lehnten diese Arbeiten ab. Dagegen entsprachen sie den Intentionen von Felix Klein in Göttingen.

3. Warum war Runge für Göttingen (=Klein) interessant?

Runge besaß ein hervorragendes mathematisches Fundament und hatte sich dennoch selbständig Anwendungen der Mathematik zugewandt. Er kritisierte früh die einseitigen Methoden von Weierstrass und nutzte im Gegensatz zu diesem auch geometrische Methoden, auch bei der Lehrtätigkeit an der TH Hannover. Damit passte er in Kleins „allseitiges Programm", d.h. Pflege der Mathematik nach allen Seiten, einschließlich ihrer Anwendungen. In der Phase, als Klein sein diesbezügliches organisatorisches Programm auszubauen begann, reichte Runge (Dez. 1893) einen programmatischen Aufsatz „Über angewandte Mathematik" bei den *Mathematischen Annalen* ein [Runge 1894] und schrieb kurze Zeit später eine seiner bekanntesten Arbeiten über numerische Auflösung von Differentialgleichungen [Runge 1895]); seine Methoden wurden von Karl Heun und Wilhelm Kutta 1901[2] weitergebildet und gingen als Runge-Kutta-Verfahren in die Geschichte ein (vgl. hierzu [Richenhagen 1985]). Dabei suchte Runge den Kontakt mit Klein, der als Herausgeber der *Mathematischen Annalen* wirkte. Runge passte nicht nur mit seiner Forschungstätigkeit in Kleins Programm, sondern hatte tätigen Anteil bei allen Kleinschen Unternehmungen: Runge hatte – im Gegensatz zu der Mehrzahl der Berliner Mathematiker – die Gründungsversammlung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 1890 in Bremen besucht und trug in den nachfolgenden Jahren zu den anwendungsorientierten Sitzungen bei; er beteiligte sich als Autor an drei Bänden der *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen*, übernahm 1901 die *Zeitschrift für Mathematik und Physik* als Herausgeber (neben Rudolf Mehmke) und gestaltete sie zum Organ für angewandte Mathematik um; nach seiner Berufung nach Göttingen pflegte Runge engen Kontakt zu Vertretern der Industrie in der von Klein begründeten „Göttinger Vereinigung zur Förderung der angewandten Physik und Mathematik" und beteiligte sich an Kleins Unterrichtsprogramm im internationalen Maßstabe (vgl. ausführlicher [Hentschel/Tobies 2003, S. 32-41, 48-51]).

Runge war bereits seit längerer Zeit im Blick der Göttinger Pläne. Am 7. Juli 1901 schrieb Klein an einen Hannoveraner Kollegen unter Bezugnahme auf Runges spektroskopische Arbeiten: „Jedenfalls aber möchte ich einen Lieblingsgedanken zur Diskussion stellen, den ich seit Jahren hege, nämlich Runge als Astrophysiker[3] herzuziehen." [SPK, Sammlung Darmstaedter, 1924.22]. Als es um die Besetzung eines Bonner mathematischen Lehrstuhls ging, formulierte Klein am 13. Oktober 1903 in einem Brief an einen Bonner Kollegen:

> „Nun zur Frage der Wiederbesetzung. Ich eigne mir (insbesondere mit Rücksicht auf die aeusserst wichtigen rheinischen Schulinteressen) gern den Gesichtspunkt Ihres Briefes an, dass Sie von dem zu Berufenden neben wissenschaftlicher Bedeutung insbesondere auch Lehrbefähigung und freundliche Stellungnahme zu den Anwendungen verlangen. In allen diesen Beziehungen würde eine Berufung von Runge zweifellos vortrefflich sein. Runge hat eine Vielseitigkeit der wissenschaftlichen Interessen und der durchaus originalen wissenschaftlichen Leistung gerade in der von Ihnen gewünschten Richtung, wie kein anderer Candidat. Ich will auch noch hervorheben, dass seine wesentlich akademische Persönlichkeit in seiner bisherigen Stellung keine rechte Gelegenheit hat, voll zur Geltung zu kommen; es wäre also auch im allgemeinen Interesse als Fortschritt zu bezeichnen, wenn ihm eine hervorragende Stellung an einer Universität gegeben werden könnte." [SPK, Sammlung Darmstaedter, 1924.22]

Er handelte sich um die Nachfolge von Rudolf Lipschitz. Runge schrieb am 11. Mai 1903 an seinen ehemaligen Kooperationspartner Heinrich Kayser, der inzwischen als Physikprofessor in Bonn war:

[2] Wilhelm Kutta (1867-1944) entwickelte in seiner Dissertation „Beiträge zur näherungsweisen Integration totaler Differentialgleichungen" (TH München 1901) unter Walther Dyck, angeregt durch das Studium der Arbeiten von Runge und Heun, das sog. Runge-Kutta-Verfahren (vgl. [Hashagen 2003, S. 253]).

[3] Auf die Stelle in Göttingen gelangte der 28jährige Karl Schwarzschild, der sich gerade 1899 in München habilitiert hatte und den man zunächst für eine a.o. Professur haben konnte.

> „Was Ihre Mittheilung über den Lehrstuhl der Mathematik in Bonn betrifft, so kann ich mir denken, dass Kortum von meiner Berufung nichts wissen will. Er wird auch wohl die verfehlte Richtung vieler heutiger Mathematiker vertreten, die ihre künstlichen mathematischen Probleme verfolgen ohne Fühlung mit den Problemen, die durch die Betrachtung der Wirklichkeit gestellt werden, ohne Verständnis für die Kunst des Rechnens, die doch auch ein sehr wichtiger Theil der Mathematik ist. Ich bin z.B. überzeugt, dass Kortum meine Arbeiten über die numerische Auflösung von Differentialgleichungen gar nicht kennt. Er ist wahrscheinlich noch nie in den Fall gekommen, ein Problem, das auf eine Differentialgleichung führte, bis zu Ende durchzuführen, ich meine bis zur numerischen Berechnung mit bestimmten Constanten, obgleich doch Jeder zugeben muss, das man die Theorie nicht vollständig beherrscht, wenn man sie nicht auf den besonderen Fall anwenden kann. In den Augen dieser Leute sind meine physikalischen Arbeiten geradezu ein Einwand gegen mich. Man wird mir wohl nicht übel nehmen, wenn ich anderer Meinung bin. Ich glaube, dass ich als Mathematiker die Studierenden in mancher Beziehung besser unterrichten kann als ein reiner Mathematiker und zwar nicht bloss die, die die Mathematik nebenher treiben wie Physiker und Chemiker sondern auch diejenigen, die die Mathematik ihrer selbst wegen studieren. Ich würde Ihnen rathen, versuchen Sie an die Stelle von Lipschitz entweder Finsterwalder oder Mehmke oder mich zu bekommen und begnügen Sie sich nicht mit einem reinen Mathematiker, der nur über den Wassern schwebt." [SPK, Sammlung Darmstaeder H 1885]

Der Brief zeigt, dass sich Runge seiner Rolle bewusst war und gern an eine Universität gewechselt wäre, da die preußischen technischen Hochschulen auch noch nicht das Promotionsrecht für die allgemeinen Fächer besaßen. Er konnte die angestrebte Position schließlich in Göttingen erhalten. Runge wurde durch „seine Majestät, den Kaiser und König" am 28. September 1904 zum o. Professor für angewandte Mathematik bestallt [UAG Phil.Fak., Bd. 190a]. Ein Erlass des Ministers der geistlichen, Unterrichts- und Medizinal-Angelegenheiten vom 25.10.1904 verpflichtete ihn zu Vorlesungen und Übungen in angewandter Mathematik und übertrug ihm die Mitdirektion des Mathematisch-physikalischen Seminars und die Direktion der „Abteilung für graphische Übungen und mathematische Instrumente" der Sammlung mathematischer Instrumente und Modelle.

4. Runges Schüler

Bei Richenhagen [1985] ist eine Liste von 14 Personen abgedruckt, bei deren Promotionsverfahren Runge als Gutachter (mit)wirkte. Diese Liste ist unvollständig; es ist auch nicht ersichtlich, ob es ein in- bzw. ausländischer Promovend war und inwiefern Runge am Verfahren beteiligt war. Nach unserer Analyse hatte Runge zehn Schüler (vgl. Anhang 3a), die aus Deutschland stammten, wobei sein zeitlich letzter Promovend Klaus Zweiling (1900-1968) bisher nicht als Runge-Schüler erwähnt wurde. Zweiling arbeitete als Redakteur von Zeitschriften und erreichte im Osten Deutschlands eine Karriere als Philosophie-Professor[4].

Runges erster Promovend Max Born (1882-1970) hatte sein Thema „Untersuchungen über die Stabilität der elastischen Linie in Ebene und Raum, unter verschiedenen Grenzbedingungen" eigenständig bearbeitet, mit Methoden der Variationsrechnung, die er

[4] Zur Biografie von Zweiling vgl. [Černy 1992, S.509f.], wo der Doktorvater mit Max Born falsch angegeben ist.

gerade bei Hilbert gehört hatte. Borns Dissertation resultierte aus dem Vortrag, den er im Seminar von Klein und Runge im WS 1904/05 gehalten hatte (vgl. Anhang 1). Born bewarb sich, angeregt durch Klein und Runge – sowie nach einigem Zögern (vgl. [Born 1975]), auf die im März 1905 durch Runge gestellte Aufgabe für die Königliche Preisstiftung für das Jahr 1906 [UAG Phil. Fak. Allg. Akten, Bd.190a, Bl. VII, 9]. Runge betreute außerdem die Dissertation von zwei Briten (vgl. Anhang 3b) und war an zwei weiteren Verfahren ausländischer Promovenden als Gutachter beteiligt.

Von den Schülern Runges erreichten – neben Born in der Physik und Zweiling in der Philosophie – weitere eine wissenschaftliche Karriere in der Mathematik: Friedrich Adolf Willers (1883-1959), der sich an der TH Berlin habilitierte (1923) und o. Prof. Bergakademie Freiberg (1928-34; 1934 amtsenthoben) und TH Dresden (1944) wurde; Horst von Sanden (1883-1965), der sich in Göttingen habilitierte (1911) und o. Prof. an der Bergakademie Clausthal (1918) und an der TH Hannover (1922-1952) wurde und Hermann König (1892-1978), der nach Habilitation in Göttingen (1920) ebenfalls o. Prof. an der Bergakademie in Clausthal (1922-1961) wurde. Vitalis Geilen (1884-?) hatte sich 1918 in Münster habilitiert und war bis 1924 als Priv.-Doz. mit Lehrauftrag für angewandte Mathematik in Marburg tätig, nahm aber schließlich eine Stelle als Studienrat (Marienburg, Westpreußen) an, wie die Mehrzahl da damaligen Mathematik-Promovenden (vgl. [Abele/Neunzert/Tobies 2004, S.99ff.]) und wie weitere Runge-Schüler (Hugo Koch, Walther Rottsieper; letzterer fiel allerdings wie Manfred Jäger im Ersten Weltkrieg). Die von den Runge-Schülern bei der Doktorprüfung erreichten Noten (vgl. Anhang 3) lagen etwas unter dem Durchschnitt (vgl. zu den Noten insgesamt [Abele/Tobies/Neunzert 2004, S. 95]).

Als seinen begabtesten Schüler betrachtete Runge seinen Neffen Erich Trefftz (1888-1937), den er als Assistenten im WS 1909/10 mit in die USA nahm. Trefftz promovierte 1913 in Straßburg bei Richard von Mises (1883-1953), habilitierte sich 1917 in Aachen, wo er 1919 o. Professor wurde, 1922-37 an der TH Dresden. In einem Brief vom 11. August 1917 schrieb Runge an seine Frau über Erich Trefftz:

> „Er wird doch noch mal mein eigentlicher Nachfolger und Fortentwickler meiner Methoden, nicht von Sanden, denn Erich hat viel mehr los und geht über das hinaus, was er bei mir gelernt hat, während Sanden nur pädagogisch sehr begabt ist und seine erlernten Kenntnisse und Fertigkeiten den Studenten gut zu übermitteln weiß." [SPK, Nachlass Runge-DuBois-Reymond, 515, Bl.310]

Auch die älteste Tochter Carl Runges, Iris Runge (1888-1966), kann nach der bisherigen Einsicht in ihre Arbeiten als Schülerin Runges bezeichnet werden [Tobies 1996]. Sie studierte

bei ihrem Vater, beteiligte sich an einigen seiner Unternehmungen und arbeitete offensichtlich mit den Methoden ihres Vaters in der Industrieforschung.[5]

5. Gastprofessor in den USA und Rufe an andere Orte

Am 22. Juli 1909 verfügte der Minister der geistlichen, Unterrichts- und Medizinalangelegenheiten: „Aus Anlaß des Deutsch-Amerikanischen Gelehrtenaustausches wird der o. Professor Carl Runge ... nach den Vereinigten Staaten von Amerika entsandt werden, um im kommenden Wintersemester an der Columbia-Universität zu New York Vorlesungen zu halten." [UAG, Kur. 0592]. Runge erhielt dafür als Vorschuss von der Regierungskasse in Hildesheim 5.000 M sowie für einen Assistenten (Erich Trefftz) 3.000 M. Während seiner Abwesenheit wurden Gehalt und Wohnungsgeld-Zuschuss, auch der Ersatz der Kolleghonorare von 4460.-M aus der Staatskasse wie bisher gezahlt.

Dieser Professoren-Austausch bestand seit 1905 und bezog Vertreter der verschiedensten Wissenschaftsgebiete ein. Mit Max Planck (1858-1947), der im SS 1909 ebenfalls im Rahmen dieses Austausches dort weilte – allerdings nur zwei Monate – tauschte Runge Erfahrungen dazu aus. Runge, der die englische Sprache exzellent beherrschte, wurde gut in das Lehrprogramm integriert, wie er u.a. in einem Brief vom 12. November 1909 an Felix Klein berichtete [UBG Cod Ms Klein]. Er wurde mit der Ehrendoktor der Columbia-Universität geehrt (vgl. [Hentschel/Tobies 2003, S.177]).

Runge war zu diesem Zeitpunkt 53 Jahre alt und in Deutschland noch immer der einzige Ordinarius für angewandte Mathematik an einer Universität. Es gab verschiedentlich Bestrebungen, ihn an andere Orte zu ziehen, um das Gebiet zu etablieren. Am 5. Juni 1912 schrieb Runge an Klein:

> „Ich war neulich in Heidelberg, wo ich aufgefordert war, in der Hautversammlung der Bunsen-Gesellschaft über die Bedeutung der Spektroskopie für die Atomistik vorzutragen. Bei der Gelegenheit sprach ich mit Königsberger und Wolff. ... [Nachfolge Königsberger] Vermutlich werden die Heidelberger ein Attentat auf Hilbert und Landau versuchen. Wolff erklärte sehr heftig, dass er mich gern hier haben wollte, um angewandte Mathematik zu pflegen; aber das wird sicher keine Resonanz in der Fakultät finden." [UBG Cod MS Klein]

Ein weiterer Versuch, Runge auf einen neu zu errichtenden Lehrstuhl für angewandte Mathematik zu holen, wurde an der Universität Berlin unternommen. Nachdem hier eine neue Generation von Mathematikern die Lehrstühle besetzte, konnte Max Planck erreichen, dass Runge an die erste Stelle einer Berufungsliste kam (vgl. Hentschel/Tobies 2003, S.66-70]). Da aus finanziellen Gründen schließlich nur ein sog. „persönliches" Ordinariat errichtet werden konnte, nahm Richard von Mises 1920 diese Position an. Ein weitere „richtiger"

[5] Hierzu sind noch detaillierte Untersuchungen notwendig.

Lehrstuhl für angewandte Mathematik an einer Universität wurde – vor 1945 – nur noch an der Universität Jena etabliert: auf die Position kam 1923 Max Winkelmann (1879-1946), ein Schüler Felix Kleins. Dagegen wurde Runges Lehrstuhl nicht wieder mit einem breiter anwendungsorientierten Mathematiker besetzt. Es dauerte in Göttingen bis 1969/70, dass wieder ein spezielles Institut für Numerische und Angewandte Mathematik errichtet wurde, nun verbunden mit einem neuen Instrument, dem Computer. Dies entsprach einem allgemeinen Trend in der Bundesrepublik dieser Jahre.

Bibliografie

Protokollbücher der mathematischen Seminare Felix Kleins (handschriftlich). Aufbewahrt in der Bibliothek des mathematischen Instituts der Universität Göttingen.

[SPK] Handschriftenabteilung der preußischen Staatsbibliothek Berlin:
Sammlung Darmstaedter,
Nachlass Runge-DuBois-Reymond

[UAG] Universitätsarchiv Göttingen:
Philosophische Fakultät, Allgemeine Akten, Bd. 190a; Kuratorialakten 0592
Personalakte Carl Runge.

[UBG] Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen, Cod Ms Felix Klein (Briefe Carl Runges an Felix Klein).

Abele, Andrea; Neunzert, Helmut; Tobies, Renate [2004]: *Traumjob Mathematik! Berufswege von Frauen und Männern.* Birkhäuser Verlag: Basel.

Born, Max: *Mein Leben.* München 1975.

Černy, Jochen (Hg.): Wer war wer - DDR. Ein biographisches Lexikon. Ch. Links Verlag: Berlin [2]1992.

Hashagen, Ulf: *Walther von Dyck (1856-1934). Mathematik, Technik und Wissenschaftsorganisation an der TH München* (Boethius, Bd. 47). Franz Steiner Verlag: Stuttgart 2003.

Hentschel, Klaus; Tobies, Renate: *Brieftagebuch zwischen Max Planck, Carl Runge, Bernhard Karsten und Adolf Leopold.* Eingeleitet, annotiert und mit den Promotions- und Habilitationsakten Max Plancks und Carl Runges im Anhang (Berliner Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik, Bd. 24). ERS-Verlag: Berlin 1999, [2]2003.

Neunzert, Helmut [2003a]: „Technomathematik". *Berufs- und Karriere-Planer Mathematik. Für Studierende und Hochschulabsolventen ein Studienführer und Ratgeber.* Vieweg: Wiesbaden [1]2001, [2]2003, S. 96-101.

Neunzert, Helmut [2003b]: „Technomathematik". *Lexikon der Mathematik,* 5 Bde., hrsg. v. Guido Walz. Spektrum Akademischer Verlag: Heidelberg.

Richenhagen, Gottfried: Carl Runge (1856-1927): Von der reinen Mathematik zur Numerik (Studien zur Wissenschafts-, Sozial- und Bildungsgeschichte der Mathematik, Bd. 1). Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen 1985.

Runge, Carl: „Über angewandte Mathematik". *Mathematische Annalen* 44 (1894), S.437-448.

Runge, Carl: „Über die numerische Auflösung von Differentialgleichungen". *Mathematische Annalen* 46 (1895), S.167-178.

Runge, Iris: *Carl Runge und sein wissenschaftliches Werk.* Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen 1949.

Tobies, Renate: „Eine Karriere zwischen Schule, Industrie und Universität. Ein Porträt der Naturwissenschaftlerin Iris Runge (1888-1966) - Eine frühe Repräsentantin der Technomathematik" *Frauenforscherinnen stellen sich vor. Ringvorlesung Teil III* - Sommersemester 1995, hrsg. v. Ilse Nagelschmidt. Leipzig: Universitätsverlag, 1996, S. 35-81.

Anhang:

1. Gemeinsame Seminare (Quelle: [Protokollbücher Kleins])

WS 1904/05 KLEIN, PRANDTL, RUNGE, VOIGT (SIMON): **Ausgewählte Kapitel der Elasticitätstheorie** 26 Vorträge, darunter:

Klein: Eröffnung des Seminars (26.10.04); **Hellinger:** Grundgleichungen der Elasticität; **Runge:** Die partiellen Differentialgleichungen elastischer Spannungen; **Prandtl:** Singularitäten von Spannungstrajectorien; **Born:** Stabilität der ebenen Elastica.
SS 1905 KLEIN, PRANDTL, RUNGE, SIMON: **Elektrotechnik** (21 Vorträge) *Theorie derjenigen elektrischen Ströme in Drähten, die mathematisch durch gewöhnliche lineare Differentialgleichungen dargestellt werden..* (Klein in der Einführung)
WS 1907/08 KLEIN, PRANDTL, RUNGE, WIECHERT: **Hydrodynamik** (11 Vorträge)
SS 1908 Klein, PRANDTL, RUNGE, WIECHERT: **Schiffstheorie und dynamische Meteorologie** (12 Vorträge) – *Fragen aus der Dynamik der reibungsfreien Flüssigkeiten, Statik, Dynamik der Atmosphäre, Grundlinien der dynamischenMeteorologie, u.a.*
WS 1908/09 KLEIN, PRANDTL, RUNGE: **Theorie der Baukonstruktionen** (10 Vorträge)
SS 1909 Klein, PRANDTL, RUNGE: **Festigkeitslehre** (12 Vorträge)

2. Runges Beiträge für die *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*

Band I (Arithmetik und Algebra), Runge, Carl: „Separation und Approximation der Wurzeln" (1899)

Band II (Analysis), Runge, Carl; Willers, Friedrich Adolf: „Numerische und graphische Quadratur und Integration gewöhnlicher und partieller Differentialgleichungen" (1915)

Band V (Physik), Runge, Carl: „Maß und Messen" (1902) und „Die Serienspektren in den Spektren der Elemente" (1925)

3. Runge als Erstgutachter bei Promotionsverfahren

3.1 Inländer

Born, Max (1882-1970), Rig. 11.7.1906 (Ma; Physik, Astronomie. *m.c.l.*[6])
Untersuchungen über die Stabilität der elastischen Linie in Ebene und Raum, unter verschiedenen Grenzbedingungen. (valde laudabile)
Willers, Friedrich-Adolf (1883-1959), Rig. 19.12.1906 (a. Ma; Ma, theor. Ph. *m.c.l.*)
Die Torsion eines Rotationskörpers um seine Achse. (valde laudabile)
Sanden, Horst von (1883-1965), Rig. 29.1.1908 (a. Ma; Geometrie, Physik. *bestanden*)
Die Bestimmung der Kernpunkte in der Photogrammetrie. (opus laudabile)
Koch, Hugo (*23.5.1886), Rig. 19.5.1909 (a. Ma; r. Ma, Physik. *c.l.*)
Über die praktische Anwendung der Runge-Kuttaschen Methode zur numerischen Integration von Differentialgleichungen. (opus laudabile)
Jaeger, Manfred (1884-1915), Rig. 5.8.1909 (a. Ma; Geometrie, Physik. *c.l.*)
Graphische Integrationen in der Hydrodynamik. (opus laudabile)
Veithen, Cornelius (*22.10.1884) Rig. 29.11.1911 (a. Ma; math. Analysis, Physik. *c.l.*)
Über die Verwendung der Rechenmaschine bei der Bahnbestimmung von Planeten. (valde laudabile)
Rottsieper, Walther (1879-1918), Rig. 8.7.1914 (a. Ma; math. Analysis, Geophysik. *gut*)
Graphische Lösung einer Randwertaufgabe der Gleichung $\Delta u = d^2u / dx^2 + d^2u / dy^2 = 0$. (sehr gut)
Geilen, Vitalis (*1.9.1884), Rig. 15.11.1916 (a. Ma; math. Analysis, Physik. *gut*)
Spiegelungs- und Drehungs-Gruppen in graphischer Behandlung mit besonderer Berücksichtigung der kristallographischen Gruppen. (gut)
König, Hermann (1892-1978), Rig. 1.10.1919 (a. Ma; math. Analysis, Physik. *sehr gut*)
Die Bewegung des rotierenden Langgeschosses. (Runge, Prandtl) (sehr gut)

[6] Magna cum laude (sehr gut, =Note II). Noten nach den zeitgenössischen Angaben in Latein bzw. Deutsch.

Zweiling, Klaus (1900-1968), Rig. 20.11.1922 (a. Ma; math. Analysis, Physik. *gut*)
Über die Anwendung graphischer Methoden bei der Bahnbestimmung der Himmelskörper. (gut)

3.2 Ausländer

Killiam, S. Douglas (geb. 1888) in Yarmouth, Nova Scotia, Großbritannien, Mount Allison Univ. Sackville B.A.1908, M.A.1910; Stud. Sackville 8, Berlin 1, Göttingen 6; Rig. 19.6.1912 (a. Ma; math. Analysis, Astronomie. *gut*)
Über graphische Integration von Funktionen einer komplexen Variablen mit speziellen Anwendungen. (sehr gut)

Arndt, Wilhelm Friedrich Carl (geb. 1889) in Beaconsfield, Kap.Prov., Südafrika (brit. Staatsb.), Grey-Univ. Coll. Bloemfontein B.A. 1909; Stud. Halle 1, Berlin 1, Göttingen 9; Rig. 7.6.1916 (a. Ma; math. Analysis, Physik. *gut*)
Die Torsion von Wellen mit achsensammetrischen Bohrungen und Hohlräumen. (gut)

Anschrift der Autorin

Renate Tobies

Fraunhoferinstitut für Techno- und Wirtschaftsmathematik

PF 3049

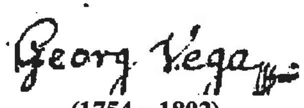
D-67653 Kaiserslautern

e-mail: tobies@mathematik.uni-kl.de

http://www.mathematik.uni-kl.de/People/tobies.html

Renate Tobies (Photo: Detlef Gronau)

Gerlinde Faustmann
Kaisersteingasse 6
2700 Wiener Neustadt



(1754 – 1802)

Jubiläen-Originaldokumente

Vom 20. März 2004 bis zum 26. März 2004 wurde in Ljubljana anläßlich des **250. Geburtstages** von Georg VEGA das internationale Symposion **„ JURIJ VEGA AND HIS TIME“** veranstaltet.
Am Samstag, dem 20. März 2004 fand eine große Feier vor Vegas Geburtsstätte statt, bei der ca. 5000 Personen anwesend waren. Vom slowenischen Präsidenten und einigen Regierungsvertretern wurden Festreden gehalten. Folgende Abbildung zeigt einen Auszug aus dem Vortragsprogramm:

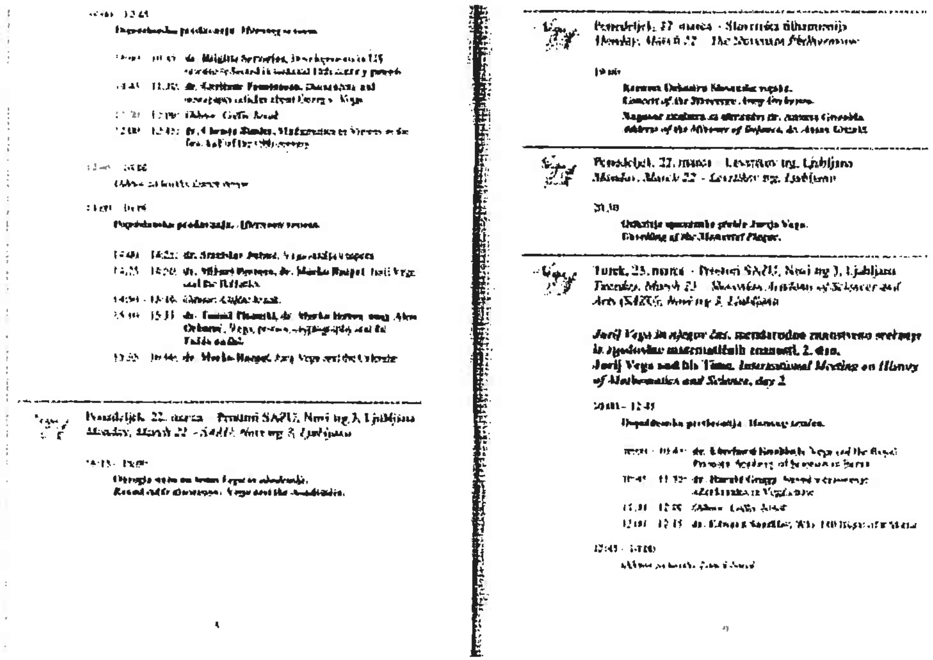

Jurij Vega and his Time. International Meeting on History of Mathematics and Science, day 2

Abbildung 1: Programm – Jurij Vega and His Time

Georg VEGA wurde in Zagorica, einem kleinen slowenischen Dorf, geboren. Auf Grund einer Eintragung im Taufbuch der Pfarre Moravce ist bekannt, dass er am **24. März 1754** getauft wurde.

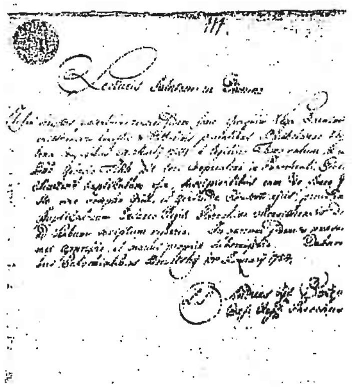


Abbildung 2: Taufurkunde

Das Original dieser Schrift wurde am 13. 1. 1784 in Moräutsch verfasst und befindet sich im Kriegsarchiv in Wien. In dieser Urkunde erkennt man die Namen seiner Eltern Georgius Bartholomae und Helena VEGA. Die Taufe wurde von Kaplan Georg FIKH vorgenommen und als Taufpaten sind Josepho und Getrude GRILL angeführt.

Georg erhielt seine erste Ausbildung in der Sonntagsschule im Tal, im Jahre **1767** trat er in das **Laibacher Gymnasium**, die Jesuitenschule, ein. Der Unterricht wurde in lateinischer Sprache gehalten und umfasste auch ziemlich viel Naturwissenschaft und vor allem Mathematik.

Nach der Auflösung des Jesuitenordens besuchte er noch zwei Jahre das verstaatlichte Lyzeum. Der Mathematiklehrer Joseph MAFFEI von GLATTFORT, der spätere Propst von Altbunzlau und Prälat des Königreichs Böhmen, förderte ihn besonders, da ihm schon nach kurzer Zeit Vegas überdurchschnittliche Begabung und sein erstaunliches Zahlengedächtnis aufgefallen waren. Im Jahre 1775 absolvierte er als bester seines Jahrganges das Laibacher Gymnasium.

Die gedruckten Prüfungsfragen der Abschlussprüfung befinden sich in der Universitätsbibliothek in Laibach.

Die Prüfungskommission bestand aus seinem Mathematiklehrer MAFFEI, dem Physiker Gregor SCHOETTL und dem Metaphysikprofessor Anton TSCHOKL.

Die umfangreichen Angaben von 52 Seiten enthalten 2 Seiten mit den Namen der Kandidaten und Prüfer, dann folgen 3 Seiten mit Logik und Metaphysikaufgaben, die folgenden 26 Seiten enthalten 187 Mathematikaufgaben, die in Algebra, Geometrie, Trigonometrie, Geodäsie und Ballistik gegliedert sind.

Nach dem Schulabschluss erhielt er eine **Anstellung als k. k. Navigations-Ingenieur** in Innerösterreich mit einem jährlichen Gehalt von 400 Gulden.

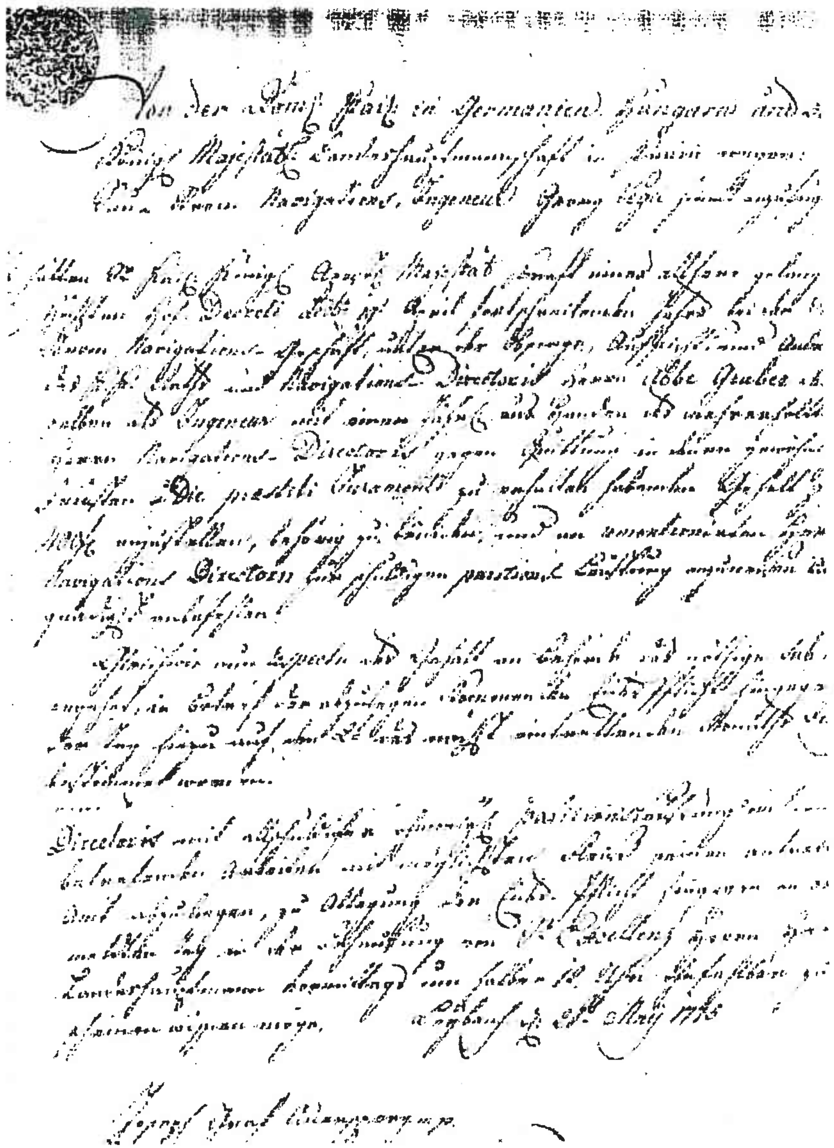


Abbildung 3: Anstellung-Navigationsingenieur

Dieses Dokument wurde am 20. Mai 1775 in Laibach ausgestellt.

Am **7. April 1780** trat VEGA als **Unter-Kanonier** beim **2. Feld-Artillerie Regiment** ein. Nach einjähriger Dienstzeit rückte er zum **Unterleutnant** im Wiener Garnisons-Artillerie-Distrikt vor.
Am **18. November 1780** erhielt er das **Lehramt für Mathematik** in der **Artillerieschule**, dem er mehrere Jahre vorstand. Im Jahre **1783** erschienen seine **logarithmisch-trigonometrischen Tafeln**, die er mit Hilfe seiner Schüler berechnete. Am **1. April 1784** rückte VEGA zum **Oberleutnant** vor. Nach der Bildung des Bombardierkorps im Jahre 1786 wurde VEGA am **1. März 1787** als **Professor der Mathematik** in diesem Korps mit Hauptmannsrang angestellt. In diesem Jahr verfaßte er die Arbeit "*Praktische Anweisung zum Bombenwerfen*".
Die **Wiener Zeitung vom Mittwoch, dem 20. Juni 1787**, berichtete über die Beobachtung der Sonnenfinsternis vom 15. Juni d. J. auf der k. k. Sternwarte, bei der neben dem Hofastronomen Maximilian HELL unter anderem auch Herr Georg VEGA, Hauptmann und Professor der Mathematik beim Bombardierkorps, Prof. TRIESNECKER,
Abbe GASMANN, Professor der Physik und Mechanik, Abbe Baron von MEZBURG,
Herr WUSSIN, Ingenieur an Geograph, Anton PILGRAM sowie einige Freunde und Experten der Astronomie aus Wissenschaft und Adel anwesend waren.

Abbildung 4: Bericht Sonnenfinsternis

In diesem Jahr fand auch Vegas **Vermählung** mit der siebzehnjährigen Josefa SWOBODA, der Tochter eines Oberleutnants, statt. Der Mädchenname ihrer Mutter Maria Josepha SWOBODA lautete DAUBLOWSKY von STERNECK. In den Akten des Hofkriegsrates und im Adelsarchiv kann man zahlreiche Dokumente über die Familien ihrer Großeltern DAUBLOWSKY von STERNECK und KÖLBL von LÖWENGRIN finden.

Aus folgendem Artikel aus der "Wiener Zeitung" vom 11. Februar 1792 kann man sich ein Bild über den Bekanntheitsgrad von Vegas Büchern machen:

"Seine Majestät haben dem Herrn Georg Vega, k. k. Hauptmann und Professor der Mathematik beim Bombardierkorps, welcher durch Verbreitung mathematischer Kenntnisse vermittels seiner bisher im Druck erschienen Werke, sich rühmlich bekannt und um den Staat verdient gemacht hat, auf nachstehende drei mathematische Werke:

1. *Manuale logarithmico-trigonometricum*
2. *Tabulae logarithmico-trigonometricae cum diversis aliis tabulis et formulis*
3. *Thesaurus logarithmorum completus*

welche im Auslande gedruckt werden, ein für sämtliche Erblande geltendes Privilegium gegen den Nachdruck, unentgeltlich zu ertheilen geruhet."

Im April 1793 erfolgte Vegas **Beförderung zum Major.**
Am **13. Oktober 1793** fand im ersten Koalitionskrieg ein **Angriff** auf die **Weißenburger Linien** statt, die durch 45000 Mann von der Stadt Lauterburg bis Weißenburg verteidigt wurden. Bei der Eroberung des auf einer Insel mitten im Rhein gelegenen Forts Louis zeichnete sich VEGA ebenfalls durch taktisch geschicktes Vorgehen aus. Nach dem Angriff vom **10. November 1793** stellten sich bei den Österreichern nur Misserfolge ein, für die man schon VEGA verantwortlich machen wollte. Doch dieser erklärte, dass er binnen 24 Stunden in der Lage wäre, eine Kapitulation zu erzwingen, wenn man ihm freie Hand ließe. General LAUER willigte ein und versprach, ihn bei Gelingen seines Planes beim Kaiser für das Theresienkreuz vorzuschlagen. VEGA führte sein Vorhaben durch, bereits nach 12 Stunden suchten die Franzosen um Waffenstillstand an. Er erhielt dann ein auf Fort Louis von **General LAUER** und anderen Oberoffizieren ausgestelltes Attest und er wurde für das Theresienkreuz vorgeschlagen. Aus unbekannten Gründen erhielt er aber diese Auszeichnung nicht.

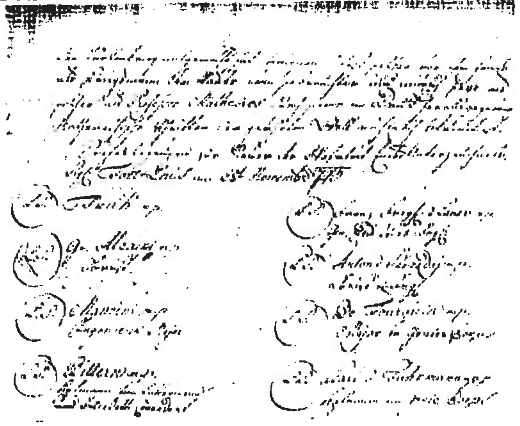


Abbildung 4: Unterschriften

Im Verlauf der Feldzüge erkannte VEGA, dass die Geschütze auf Grund seiner Berechnungen eine stärkere Kraft und Wurfweite erreichen könnten. Im Frühjahr 1795 ließ er in Mannheim nach seinen Plänen Bombenmörser gießen und nach seinen theoretischen Berechnungen zusammenstellen. Die außerordentliche Leistungsfähigkeit dieser neuen Mörser wurde im Juli 1795 bei einem Probeschießen in Mannheim erfolgreich vorgeführt.

Bei der **Belagerung von Mannheim im Spätherbst 1795** konnten sich diese neuen Geschütze in der Praxis bewähren. Die Geschoße wurden fast um die Hälfte weiter als durch die bisher verwendeten Geschütze gefeuert. Für diese hervorragende Leistung erhielt er ein von **UNTERBERGER** am **16. Dezember 1795** ausgestelltes Attest.

Vega wurde nun endlich mit dem schon vor 3 Jahren versprochenen **Ritterkreuze des Maria Theresien Ordens** in der 42. Promotion vom **11. Mai 1796** ausgezeichnet. Im selben Jahr zeichnete sich VEGA bei der Verteidigung von Mainz besonders aus. Bei **Dietz an der Lahn** vertrieb er den Feind, auch bei der Belagerung von Kehl am Rhein wirkte er mit, wofür er ein weiteres **Attest** erhielt.

Im Jahr **1800** wurde VEGA von TEMPELHOFF zur Aufnahme in die **Berliner Akademie der Wissenschaften** vorgeschlagen. Dem Protokoll der Gesamtsitzung vom 17. Juli 1800 in Berlin kann man u. a. folgendes entnehmen:

„On propose pour Académiciens étrangers

1. *M. Zach de Gotha, ..*
2. *M. le Major et Chevalier Vega à Vienne, connu par ses tabelles trigonométriques, agréé par 13 contre 8.*
3. *Francois Lalande,..*"

Im gleichen Jahr wurde VEGA in die königlich böhmische Gesellschaft der Wissenschaften zu Prag aufgenommen. Das Original der folgenden Abbildung befindet sich in Prag befindet und wurde am **24. Juni 1800** von Georg verfasst:

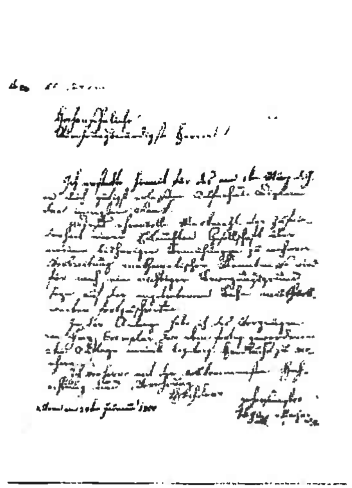


Abbildung 5: Brief-Tschechische Akademie der Wissenschaften

„Hochansehnliche!
Verehrungswürdigste Herren!
Ich erstatte hiemit für das am 1ten März d. J. an mich gütigst erlassene Aufnahms-Diplom den innigsten Dank.
Dieses ehrenvolle Merkmahl der Zufriedenheit einer erlauchten Gesellschaft über meine bisherigen Bemühungen zu mehrerer
Verbreitung mathematischer Kenntnisse wird für mich ein wichtiger Bewegungsgrund sein auf der angetretenen Bahn muthvoll weiter fortzuschreiten.
In der Anlage habe ich das Vergnügen ein Frei-Exemplar der eben fertig gewordenen 2ten Auflage meines log. trig. Handbuches zu verehren.
Ich verharre mit der vollkommendsten Hochachtung und Verehrung
hochdero
gehorsamster
Wien am 24ten Junius1800 *Vega Major"*

Während seiner Tätigkeit als Mathematikprofessor publizierte er u. a. ein vierbändiges Werk mit dem Titel: „**Mathematische Vorlesungen**". Den 4. Band dieses Lehrbuches widmete er am 1.August 1800 den Ständen seines Vaterlandes Krain.

Am 7. Juli 1800 starb im Alter von 29 Jahren seine Frau Josepha, am 20. Juli des selben Jahres folgte ihr seine jüngste Tochter Maria Aloisia, die erst einige Wochen alt war, nach. Ihr genaues Geburtsdatum ist nicht bekannt.

Am **22. August 1800** wurde VEGA in den **Freiherrnstand** erhoben. Über seine Erhebung in den Freiherrnstand berichtete auch die **Wiener Zeitung am 13. September 1800** und sein Originalansuchen befindet sich im Verwaltungsarchiv in Wien.

Im Jahre **1802** wurde er zum **Oberstleutnant** befördert, um diese Zeit beschäftigte er sich mit seinem Werk *"Das natürliche Maß, Gewichts- und Münzsystem".* VEGA war seit Mitte September 1802 abgängig, man fand ihn am **26. September 1802 tot** in der Donau. Von der Ermordung bis zum Selbstmord gab es verschiedene Vermutungen über seine Todesursache. Aus dem Totenbeschauprotokoll der Stadt Wien geht hervor, dass VEGA ertrunken ist. Er hinterließ 3 Kinder, für diese wurde der im Zeug- und Gusshaus in der Seilerstadt 1015 wohnende Artillerie Hauptmann Andreas KÖLBEL von LÖWENGRIM als Vormund gerichtlich bestellt. Laut Inventar und gerichtlicher Schätzung hinterließ Vega folgendes Vermögen: Bargeld 10 fl, Pensionsausstand 72 fl 51 kr, Obligationen 3020 fl 19 kr, Silber (Geschirr) Schätzung 177 fl 55 kr, Kleider 99 fl 30 kr, Wäsche 46 fl 10 kr, Zimmereinrichtung 85 fl, Porzellan und Geschirr 66 fl 40 kr, übrige Effekten 6 fl - Summe 3579 fl 20 kr.

Die erste Anregung, Vega ein Denkmal zu setzen, kam um die Mitte des 19. Jahrhunderts vom ehemaligen Lehrer Fridolin KAUCIC sowie von Professor Michael PETERNELL. An Vegas Geburtshaus wurde am 26. September 1865 eine Gedenktafel angebracht, das kleine Holzhaus selbst war durch ein größeres gemauertes Haus ersetzt worden. Fast 40 Jahre später schreibt die **Neue Freie Presse am 31. August 1903,** dass der 100. Todestag Vegas in seiner Heimat fast vergessen wurde und sich im Pfarramte Moräutsch in Krain ein Komitee zur Abhaltung einer Gedenkfeier und zur Schaffung eines Denkmals zu Ehren Vegas gebildet hätte, wofür eine rege Beteiligung an einer Sammlung bei der Armee, in internationalen Gelehrtenkreisen und Akademien zu erwarten wäre.

Das **Fremdenblatt** berichtete am Dienstag, **10. Nov. 1903,** über **Georg Freiher von VEGA im Schiller'schen Kreise in Stuttgart:** *„Im Jahr 1794 in den Monaten April und Mai weilte der berühmte österr. Mathematiker G. v. VEGA, dem 100 Jahre nach seinem Tode ein ebenbürdiges Denkmal gesetzt werden soll in Stuttgart. Über diesen Aufenthalt gibt es einen Brief des Philosophen Benjamin ERHARD an seinen Freund und Förderer den Freiherrn Franz Paul HERBERT Großgrundbesitzer in Kärnten Aufschluss. H begab sich als 40-jähriger Mann im Jahre 1794 nach Stuttgart um Kant'sche Philosophie zu studieren. Dort lernte er auch Benjamin ERHARD kennen, mit dem er ein inniges Freundschaftsbündis schloss und eine lebhafte Korrespondenz unterhielt. Diese Korrespondenz hat RICHTER im November 1882 in der deutschen Revue veröffentlicht. Von den veröffentlichten Briefen ist einer vom 17. Mai 1794 in Nürnberg datiert und lautet wie folgt: Teurer Freund In Stuttgart habe ich in Erfahrung gebracht, dass SCHILLER auch dort weilt. Die Freude Schillers und seiner Frau als sie mich begrüßten war eine außerordentliche, beide umarmten mich und küssten mich. Eine starke Erkältung, welche SCHILLER sich zugezogen verhinderte ihn an der geplanten Abreise. Ich beschloss zu warten bis er genesen, hierauf fuhr ich in seiner Gesellschaft bis Würzburg in Stuttgart fand ich ein angenehmes Verweilen. Unsere Tischgesellschaft war eine philosophische und ich nahm, wie du mir glauben wirst an* *derselben stets regen Anteil. Es sprachen gewöhnlich Hofrath AREND aus Petersburg, von KODZOV, Prof. PETERSEN und FICHTE. etliche male auch Major VEGA. KODZOV und VEGA interessierten sich besonders um meine mathematischen Kenntnisse. Schließlich reiste ich am 5. Mai von Stuttgart ab."*

Am Mittwoch dem **10. Oktober 1906** erschien in der **Vedette** in Wien folgender Bericht von der Enthüllungsfeier des Vega-Denkmals in Moräutsch, die am 16. September 1906 stattfand.

„Bereits am 15. September schmückten die Bewohner des schönen Marktfleckens Moräutsch ihre Häuser mit Girlanden und Fahnen in den kaiserlichen Landes Farben. In der Mitte des Ortes vor der imposanten Pfarrkirche harrte aber das von hohen Maibäumen umgebene Denkmal Vegas der Enthüllung weil sich trotz den ungünstigen Wetters unter sehr zahlreicher Beteiligung in erhebender und feierlicher Weise am 16. September vollzog. Die Feier wurde durch einen von Herrn Dechanten und Präsens des Moräutschen Vegaschen Denkmalkomitees Ivan BIZJAN zelebrierten Festgottesdienst eingeleitet. In der Festpredigt erläuterte Herr Dechant BIZJAN in formvollendeter Rede den Landsleuten Vegas dessen Verdienste als Mensch, Soldat und Gelehrter und betonte das VEGA, der einer armen Bauernfamilie im benachbarten Zagoriza entspross, in seinem Herzen die Liebe zur Heimat und die Religion welche ihm sein Mütterchen im zarten Kindesalter in die Seele gepflanzt bis zu seinem Tode treu bewahrte. Nach dem Gottesdienste begaben sich die Festgäste und Vereine mit ihren Fahnen auf den Festplatz, wo zunächst die Musikkapelle des Infanterieregiments Nr. 27 zwei Musikstücke zum Vortrage brachte. Dann hielt Herr Professor PIRNAT, auch ein engerer Heimatgenosse Vegas, die Festrede. Herr Prof. PIRNAT schilderte Vegas Knaben und Jugendjahre ging sodann auf dessen ruhmreiches militärisches Wirken über, gedachte in kurzen Worten dessen tragischen Tods, feierte VEGA als Gelehrten und Menschen, gedachte der Auszeichnungen, die ihm von seinen Vorgesetzten, von Kaiser und Vaterland, von Gelehrten Gesellschaften und Gelehrten zu Teil wurden und gab in knappen Umrissen die Geschichte des Vegadenkmals wider, dass schon im Jahre 1838 angeregt und dann vom Militärpfarrer HUBER und Oberleutnant von dem Professor Michael PETERNELL, den Wienern BERGMANN und WAGNER in letzter Zeit aber energisch und mit großem Erfolg von k. u. k Hauptmann Fridolin KAUCIC gefördert und der endgültigen Lösung zugeführt wurde. Endlich forderte er die Studenten, Soldaten, Gelehrten vor allem aber auch die Landsleute aus deren Mitte Vega hervorgegangen in Vegas ruhmvollem Leben ein Vorbild für treue Pflichterfüllung und unermüdliche Tätigkeit Wohl und Gedeihe des engeren Vaterlandes zu suchen. Nachdem die Hülle unter tausendstimmigen Begeisterten Hurra und Slavarufen vom Denkmal gesunken war wurde seitens der Militärkapelle, der vom Wiener Bürgerschuldirektor Herrn DOMASEVIC komponierte Vegamarsch, vorgetragen. Nun hielt der Vertreter der Laibach Garnison Oberstleutnant des 7. Divisionsartillerieregiments RUPRECHT eine schwungvolle Rede in deutscher Sprache, die Oberleutnant RAUSCH in slowenischer Sprache wiederholte. Oberstleutnant RUPRECHT sagte ungefähr folgendes: Großer Kamerad, in diesem erhabenen Elemente, wo wir vor dir versammelt stehen, fühlen wir uns verpflichtet eine alte Ehrenschuld zu begleichen. Als Vertreter der Laibacher Garnison bzw. der Artilleriewaffe bezeige ich dir die größte Ehre und Dank. Leider erhielten wir die Einladung zur Enthüllung deines Denkmals etwas verspätet, sodass es uns nicht gegönnt war, deine Enthüllung mit dem Donner unserer Kanonen zu feiern, mit jener Waffe, welche du im Kriege so unerschrocken und tapfer geführt hast. Dein Verhalten auf dem Felde der Ehre machte dich zum Helden des Vaterlandes was dein Geist und Fleiß geschaffen ist schon lange ein Gemeingut der ganzen gelehrten Welt geworden. So wurdest du ein großer Sohn, nicht nur deines Volkes, nicht nur der Stolz unserer Waffe, sondern der gesamten Welt. Du bist ein heeres Ideal der Artilleriewaffe voll Wissen und Gelehrsamkeit. Nicht nur in deiner Heimat sondern überall wo die artilleriste Idee gepflegt

wird, strahle dein Bild und belebe und erleuchte dein Geist die Artillerie. Dich zu erreichen sei es im Frieden, sei es im Kriege wird nur wenigen gegönnt sein. Als Zeichen der Dankbarkeit und hohen Verehrung legen wir zu deinen Füßen diesen Lorbeerkranz nieder und rufen dir dreimal, den dir wohlbekannten Schlachtruf: „Hurra, hurra, hurra!" Ein tausendstimmiges Hurra durchbrauste die Lüfte.
Sodann sprachen noch der Präsident des Vega Denkmalzentralkomitees in Laibach Oberst LUKANS Edler von SAWENBURG dessen Worte mit dem Wunsch ausklangen, dass auch in Laibach bald ein Vegadenkmal entstehen möge und Herr Dechant BIZJAN als Obmann des Moräutscher Lokalkomitees. Dieser sprach vorerst den Förderer und Anreger, der nun ausgeführten Idee, Hauptmann KAUCIC, als auch allen Förderen seinen Dank aus. Worauf die Übergabe des Denkmals an die Gemeinde erfolgte und die Feier ... ihren Abschluss fand. Nach der Feier fand beim Herrn Dechanten BIZJAN ein gemeinsames Mittagessen statt, ..."

Quellenangaben:

a) Originaldokumente:	b) Zeitungen:	c) Sekundärliteratur:
Akten des Kriegsarchives (Wien): HKR 1787: J 27 - 263 HKR 1788: G 9 - 136 Jud. del. mil. mix.: 1803: 3 - 452 (f. 1 - 20). Akten des allgemeinen Verwaltungsarchives (Wien): RA Unterberger Leopold 24. 10. 1794 RA Vega Georg 22. 8. 1800. ÖSTA-AVA Adelsarchiv, Hofadelsakt, Kölbel von Löwengrimm Franz 27. 1. 1780 ÖSTA-AVA Adelsarchiv, Hofadelsakt, Daublebsky von Sterneck Jakob 22. 5. 1786.	Wiener Zeitung: 20. Juni 1787, 11. Februar 1792, 13. September 1800, 3. April 1802, 21. September 1902. Preßburger Zeitung: 15. Feb. 1792, Nr. 13. Göttinger Anzeiger: 6. April 1797, 21. Oktober 1797. Allgemeine Literaturzeitung: Jena, 17. Februar 1798, Intelligenzb.,12. Februar 1803. Vaterländische Blätter: 9. März 1811. Neue Freie Presse: 31. August 1903. Fremdenblatt: 10. Nov. 1903, Wien,57. Jg. Nr. 309. Die Vedette: 10. Oktober 1906.	Gerlinde FAUSTMANN: Österreichische Mathematiker um 1800, Wien 1994. Sandi SITAR: Julij Vega, Ljubljana 2002. Herbert PIEPER: Berliner Manuskripte zur Alexander-von-Humboldt-Forschung 17, Berlin 2002.

Ferdinand Lindemann: „Lehren und Lernen in der Mathematik" (1904) – Vom Nutzen der Mathematikgeschichte

Herwig Säckl, Regensburg

„Lehren und Lernen in der Mathematik" ist der Titel der Rede, die Ferdinand Lindemann 1904 beim Antritt des Rektorats der Ludwig-Maximilians-Universität München gehalten hat. Ausgehend vom Inhalt dieser Rede werden in meinem Beitrag die folgenden Punkte behandelt:

1) Worüber Lindemann gesprochen hat

2) Das bildungspolitische Umfeld der Rede

3) Zum Spannungsfeld zwischen Wissenschaft und Bildung

4) Vom Nutzen der Mathematikgeschichte: Zwei Beispiele für den gymnasialen Mathematikunterricht

5) Mathematik und Kultur nach „Pisa"

1) Worüber Lindemann gesprochen hat

Das Thema Lindemanns ist die Stellung der Mathematik im Unterrichtssystem von höherer Schule und Universität. Er sieht dieses Problem als wesentlichen Teil der großen Aufgabe, die sprachlich-historische Bildung mit der mathematisch-naturwissenschaftlichen Bildung zum Nutzen des Ganzen zu verbinden. Mit drei konkreten Fragen erschließt er sein Thema:

a) Was ist der Zweck des Mathematikunterrichts am Gymnasium?
b) Wie weit ist der Mathematikunterricht deshalb auszudehnen?
c) Wie müssen Lehrer daher an Universitäten ausgebildet werden?

Lindemann gibt eine Reihe von ganz konkreten Antworten, u.a. den Lehrplan am Gymnasium betreffend und den Umfang der gymnasialen und der Hochschulausbildung – dabei deutlich den Nachholbedarf im Vergleich zu Preußen betonend -, wesentlich sind ihm aber die folgenden grundsätzlichen Feststellungen:

- Mathematik ist die Disziplin, die die Mittel zur Erkenntnis des Weltganzen liefert. (1)
- Mathematik ist ein wichtiger Faktor im Kulturleben, „als solcher ist sie den Schülern im historischen Zusammenhange vorzuführen." ([L], S.10)
- Mathematik ist die Disziplin der geistigen Klarheit und logischen Schärfe.

Die Anwendungsorientierung, den „Utilitarismus", verwendet Lindemann nicht als Argument und stellt sich damit – ohne den Namen zu nennen – deutlich gegen Felix Klein, der diese Anwendungsorientierung und klare wirtschaftliche Gesichtspunkte (internationale Konkurrenzfähigkeit Deutschlands) bei der Reform des Mathematikunterrichts an Gymnasien und Hochschulen um 1900 stets ins Feld führt. Noch an anderer Stelle wendet sich Lindemann

gegen seinen Doktorvater Klein, wenn er nämlich die mathematischen Übungen in der Ausbildung der Lehrer ablehnt: „Wer die Mathematik nicht ohne „Übungen" (Hervorhebung i.O.) lernen kann, sollte lieber ganz davon bleiben." ([L], S.17 Anmerkungen)
Inhaltlich sei vor allem die Geometrie zu pflegen „als unzerreißbares Band, das unser modernes Denken direkt mit dem antiken verbindet", die Geometrie sei „in unzerstörbarer Frische noch heute brauchbar" ([L], S.25), insbesondere sei Euklid in seiner vollendeten logischen Schärfe unverzichtbar.(2) Lindemann vergleicht die Elemente mit der Ilias und nennt Euklid ein Muster der Wissenschaft, dessen auszugsweise Aufnahme in ein griechisches Lesebuch er sehr begrüßt ([L], S.26). Von hier geht er über zur Lehrerausbildung, in der die historische Betrachtungsweise unbedingt zu kurz komme. Da sei die Hochschule in der Pflicht!

Am Ende seiner Rede spricht Lindemann die anwesenden Studenten direkt an, fordert sie zu intensivem Studium auf, wozu insbesondere die Bereitschaft gehöre, an der Forschung teilzunehmen. Hier wird unausgesprochen an die Humboldtschen Vorstellungen erinnert, die sich allerdings im Laufe des 19.Jahrhunderts in diesem Punkt bereits als unrealistisch erwiesen hatten.

2) Das bildungspolitische Umfeld der Rede

In der bildungspolitischen Diskussion geht es – immer noch, schon seit der verunglückten Humboldtschen Bildungsreform - um die Gleichwertigkeit von mathematisch-naturwissenschaftlicher und sprachlich-historischer Bildung, es geht um die Gleichberechtigung der Abschlüsse am humanistischen und am Realgymnasium und um die Einrichtung von sog. Oberrealschulen, also von höheren Schulen mit mathematisch-naturwissenschaftlichem Schwerpunkt. In Bayern werden die ersten Oberrealschulen dann 1907 gegründet. Es geht auch um die Professionalisierung der Ausbildung der Gymnasiallehrer im Hinblick auf ihren späteren Beruf. Wenige Monate vor der Rede Lindemanns waren in Bayern die ersten Ausbildungsseminare für Gymnasiallehrer gegründet worden. Auch die „Überbürdungsfrage" – die Überlastung der Schüler mit zuviel Stoff - ist ein die Öffentlichkeit bewegendes Thema. Lindemann versäumt auch nicht, den Satz „Mathematicus non est collega." zu zitieren, der zwar aus dem 18.Jahrhundert stammt, aber das ganze 19.Jahrhundert präsent war und auch am Beginn des 20. nicht vergessen ist.

3) Zum Spannungsfeld zwischen Wissenschaft und Bildung ([B2])

Dass sich die Lindemannsche Festrede im Spannungsfeld zwischen Wissenschaft und Bildung bewegt, ist inhaltlich offenkundig. Aber das ist nicht nur inhaltlich so, sondern das Ereignis „akademische Festrede" als solches fällt in dieses Spannungsfeld. Zur Analyse bietet die allgemeine Wissenschaftsgeschichte u.a. das Modell der „Orte des Wissens" ([O]) an. In diesem Sinn kann man bei dem zur Rede stehenden Ereignis feststellen, dass sich hier mehrere Territorien des Wissens überschneiden, die sonst säuberlich geschieden sind: Zumindest drei beteiligte Territorien kann man benennen:

- den stark abgeschlossenen Arbeitsbereich der Mathematik, aus dem Lindemann für seine Festrede heraustritt,
- den Universitätsbereich, in dem er seine Rede hält, mit dem er auf diese Weise kommuniziert,
- schließlich die gesellschaftliche Öffentlichkeit, denn die Tageszeitungen nehmen Notiz von der Rede und diskutieren die Probleme des Mathematikunterrichts und der Lehrerausbildung ([T], S.224)

Eine weitere Anwendung dieses Modells kann hier keinen Platz finden.

4) Vom Nutzen der Mathematikgeschichte: Zwei Beispiele für den gymnasialen Mathematikunterricht

Lindemann bemühte sich sowohl in seinen Lehrveranstaltungen als auch in Fortbildungskursen für Gymnasiallehrer um die Pflege der euklidischen Geometrie ([T], S.224). Die beiden hier genannten Beispiele passen (auch) zu dieser Absicht.

1.Beispiel: Euklids Beweis des Satzes von Pythagoras (vgl. Abb.1 aus [E], I47)

Euklid betrachtet das halbe Kathetenquadrat EAC und zeigt:

- die Flächengleichheit der Dreiecke EAC und EAB,
- die Kongruenz der Dreiecke EAB und CAG,
- die Flächengleichheit der Dreiecke CAG und FAG,

woraus er die Flächengleichheit des Kathetenquadrats ACDE und des Rechtecks AGHF folgert. Entsprechend für das andere Kathetenquadrat.

Die Besprechung des Euklidschen Beweises gehört durchaus zur Tradition des gymnasialen Geometrieunterrichts, ganz im Gegensatz zur Idee des Geheimen Schulrats Münch, der 1911 das junge Medium Film, das „Kinematogramm", im Unterricht an Schule und Hochschule einführen wollte. Mit seinen Studenten fertigte er aus Tausenden von Einzelbildern Zeichentrickfilme für Mathematik, Physik und Technik an, deren Vorführung beim Publikum großen Anklang fand, wenngleich vereinzelt gesundheitliche Bedenken geäußert wurden sowie die Befürchtung, die Filme könnten das Denken beeinträchtigen ([M]).
Als Vorläufer der dynamischen Geometriesoftware kann man seinen Zeichentrickfilm zum Beweis des Satzes von Pythagoras ansehen, der in der Animation des Euklidschen Beweises besteht. Münch bewerkstelligte diese Animation (vgl. Abb.2), indem er die Dreiecke EAC und FAG über die „Zwischenstationen" EAB und CAG und genügend dicht liegende weitere Zwischenbilder „verband", dabei die Flächentreue der Abbildungen Scherung und Drehung nutzend. Unter dem Schlagwort vom „funktionalen Leben geometrischer Figuren" wollte Münch bei diesen Animationen den Übergang von der „euklidischen Starrheit" zur „neuen Beweglichkeit" augenfällig demonstrieren. Diese Augenfälligkeit stellte sich auch ein, als der Verfasser mit einer 9.Klasse diesen Zeichentrickfilm produzierte, ein unter vielen Gesichtspunkten (mathematisch, mathematikhistorisch, motivatorisch, arbeitsmethodisch) gelungenes Projekt.

2.Beispiel: Ist das Ganze größer als der Teil?

Als Ausgangspunkt für eine mathematikhistorische Betrachtung im Unterricht bot sich die Frage eines Schülers bei der Besprechung der zentrischen Streckung (vgl. Abb.3) an. Der Schüler wunderte sich, dass man die Punkte der Strecke [AB] durch eine zentrische Streckung umkehrbar eindeutig auf die Punkte der Strecke [A´B´] abbilden könne, enthielte letztere doch offensichtlich viel mehr Punkte als erstere!
Damit hatte der Schüler – eine unterrichtliche Sternstunde! – das Problem angesprochen, das Bolzano in seinen Paradoxien des Unendlichen von 1851 ausführlich behandelt ([B1], S.28-29), u.z. in einer sehr ähnlichen Situation. Bolzano betrachtet die beiden Intervalle [0;5] und [0;12] und ordnet deren Elemente durch die Gleichung $5y = 12x$ mit x zwischen 0 und 5 und y zwischen 0 und 12 zu Paaren, „mit dem Erfolge, dass nicht ein einziges der Dinge, aus denen diese beiden Mengen bestehen, ohne Verbindung zu einem Paare bleibt und auch kein einziges in zwei oder mehreren Verbindungen auftritt." ([B1], S.29)

Die Lektüre dieser zwei Seiten einer mathematischen Quelle ist für Schüler tatsächlich ein nachdrückliches Erlebnis, zum Einen, weil Mathematik als etwas unter Nachdenken Gewordenes sichtbar wird, zum Anderen, weil in dem Text die Verwunderung über eine „Eigenheit" deutlich ausgesprochen wird: „Übergehen wir nun zur Betrachtung einer höchst merkwürdigen Eigenheit, die in dem Verhältnisse zweier Mengen, wenn beide unendlich sind, vorkommen kann, ja eigentlich immer vorkommt, die man aber bisher zum Nachtheil für die Erkenntnis mancher wichtigen Wahrheiten der Metaphysik sowohl als Physik und Mathematik übersehen hat, und die man wohl auch jetzt, indem ich sie aussprechen werde, in einem solchen Grade paradox finden wird, dass es sehr nöthig sein dürfte, bei ihrer Betrachtung etwas länger zu verweilen." ([B1], S.28)

Bolzano ist offenkundig nicht bekannt, dass Galilei dieses Problem schon ca. 200 Jahre früher in den „Unterredungen und mathematische Demonstrationen über zwei neue Wissenszweige, die Mechanik und die Fallgesetze betreffend" behandelt hat. Galilei tut das in Dialogform bei der Betrachtung der natürlichen Zahlen und ihrer Quadrate ([G], S.30-32). Dieser Dialog eignet sich vortrefflich für die Aufführung als kleine mathematische Theaterszene, wegen der pädagogischen Penetranz an manchen Stellen durchaus mit Unterhaltungswert.

Hier bietet sich auch der Hinweis auf das 8.Axiom von Euklid an: „Das Ganze ist größer als der Teil" und darauf, dass Dedekind die von Bolzano beobachtete Eigenheit unendlicher Mengen gerade zur Definition von unendlichen Mengen nutzt.

5) Mathematik und Kultur nach „Pisa"

Man kommt nicht umhin, bei der Rede Lindemanns und beim damaligen bildungspolitischen Umfeld an die aktuelle Bildungsdiskussion zu denken, an die Betonung von wirtschaftlichem Nutzen und von Berufsrelevanz, an „Output"-Orientierung und entsprechende Evaluationen. Das sind legitime Forderungen an das Bildungssystem, das schließlich von der Gesellschaft betrieben und unterhalten wird und die ein berechtigtes Interesse an der Effektivität dieses Systems hat. Aber Effektivität im wirtschaftlichen Sinn ist nicht alles, den kulturellen Anspruch darf die Gesellschaft dabei nicht aufgaben. In diesem Sinn kann die Behandlung mathematikhistorischer (allgemein wissenschaftshistorischer) Gesichtspunkte klar machen, dass Mathematik ein lebendiger und unverzichtbarer Teil der menschlichen Geistesgeschichte ist, dass Mathematikgeschichte ein kulturelles Band darstellt. Dazu passend sei mit einem Zitat geschlossen:

> „Wer will was Lebendiges erkennen und beschreiben,
> Sucht erst den Geist herauszutreiben,
> Dann hat er die Teile in der Hand,
> Fehlt leider! Nur das geistige Band."

(Goethe: Faust, 1.Teil, Studierzimmer; Mephisto zu einem Schüler, der bei Faust „was Rechts hieraußen lernen" möchte.)

Abbildungen:

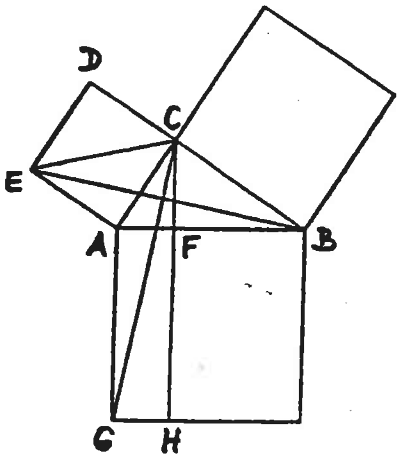


Abb.1

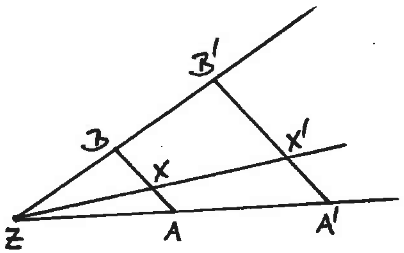


Abb.3

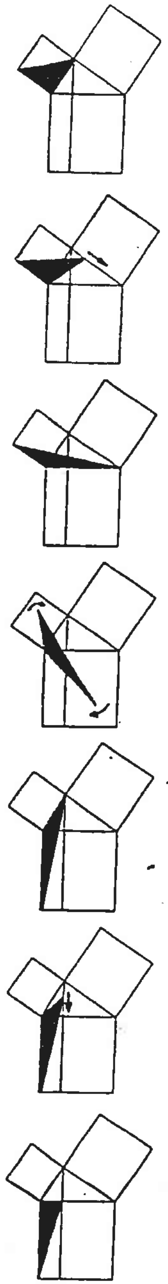


Abb.2

Anmerkungen:

(1) Hier hört man Galileis Diktum von der Mathematik als der Sprache, in der Gott das Buch der Natur geschrieben hat.

(2) Erinnerung an das „more geometrico“ , im 19.Jahrhundert als Exaktheitsanspruch für die gesamte Mathematik oft gefordert!

Literatur::

[E] Euklid: Die Elemente, Darmstadt 1980

[B1] Bolzano, Bernard: Paradoxien des Unendlichen(1851), Darmstadt 1964

[B2] Boehm, Laetitia: Wissenschaft und Bildung – Aspekte zum Verhältnis der beiden Wissensformen in historischen Erfahrungsräumen. In Berichte zur Wissenschaftsgeschichte 23(2000), 83 – 114

[G] Galilei, Galileo: Unterredungen und mathematische Demonstrationen über zwei neue Wissenszweige, die Mechanik und die Fallgesetze betreffend, Darmstadt 1973

[M] Bericht über den Vortrag des Geh.Schulrat Münch: „Über die Verwendung des Kinematographen im mathematischen Unterricht“ auf der 83.Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte 1911. In Päd.Archiv 53 (1911), 663 – 664

[L] Lindemann, Ferdinand: Lehren und Lernen in der Mathematik. Rede beim Antritt des Rektorats der Ludwig-Maximilians-Universität München, München 1904

[O] Ophir,Adi u. Shapin,Steven: The Place of Knowledge – A Methodological Survey. In Science in Context 4(1991), 3-21

[T] Toepell, Michael: Mathematiker und Mathematik an der Universität München - 500 Jahre Lehre und Forschung, München 1996

Dr.Herwig Säckl
Traberweg 1
D-93049 Regensburg

Waltraud Voss, TU Dresden:

Georg Helm – Mathematikprofessor an Polytechnikum/TH Dresden von 1888 bis 1919

Einleitende Bemerkungen

Im Jahre 2006 wird die Stadt Dresden 800 Jahre alt. Das ist ein Anlass, ihrer Persönlichkeiten zu gedenken. An der TU Dresden wird u.a. eine große Datei zu den Studenten und Absolventen bis 1945 vervollkommnet und für die Internetpräsentation vorbereitet, Lebensläufe werden aufgehellt. Georg Ferdinand Helm, über den ich heute sprechen will, studierte an der Dresdner Lehrerabteilung und wirkte mehr als dreißig Jahre als Professor an der TH Dresden, 1910/11 war er ihr Rektor. In seinem Leben und Wirken und in dem seiner Familie spiegeln sich die Zeitläufte wider. Georg Helm war eines von vier Kindern eines Tischlermeisters, der es in Dresden zu solidem Wohlstand gebracht hatte und dessen Ehrenämter bis zum Stadtverordneten reichten. 1881 heiratete der junge Oberlehrer Dr. Georg Helm eine der Töchter von Gustav Zeuner, dem angesehenen Wissenschaftler und Direktor des Polytechnikums. Über seine Frau, aber auch über seine Schwester war Helm mit renommierten Technikern und Juristen verschwägert. Der überwiegende Teil der Verwandtschaft war eher konservativ, doch gab es auch einen Kommunisten und Verfolgten des Nazi-Regimes darunter, den Rechtsanwalt Dr. Rolf Helm, der ein Neffe Georg Helms war. Ein Sohn Georg Helms hingegen war Oberst im 2. Weltkrieg. Die Familiengeschichte Helm-Zeuner ist interessant und durch in ihr aufeinanderprallende Gegensätze auch spannend. Viele ihrer Akteure waren mit unserer Hochschule verbunden, als Studenten, als Professoren, als Mitglieder der Gesellschaft der Förderer und Freunde der TH Dresden, als Ehrensenatoren. Wie geschätzt der Hochschullehrer Georg Helm war, zeigt ein Vorgang am Ende seines Berufslebens. 1919 gehörte Helm zu den über 65-jährigen Professoren, die aufgrund gesetzlicher Bestimmungen emeritiert werden sollten. Seine Studenten wollten das nicht zulassen. Sie wandten sich in einer Petition, die Alwin Walther – der spätere Professor an der TH Darmstadt – verfasst hatte und die von ihm und vielen anderen unterschrieben worden war, unter Umgehung des Rektors direkt an das Ministerium. Den heutigen Studenten der TU Dresden ist der Name „Georg Helm“ durchaus bekannt, wird doch seit 1995 der Georg-Helm-Preis für besonders herausragende Abschlussarbeiten oder Dissertationen vergeben.

Bildungsgang

Der Dresdner Georg Helm (15.3.1851-13.9.1923) erwarb Elementarkenntnisse an der Böttcherschen Privatschule und besuchte darauf drei Jahre die Annenrealschule. Mit deren Reifezeugnis studierte er von 1867 bis 1871 in der Lehrerabteilung der Polytechnischen Schule. Es folgten vier Semester an der Universität Leipzig, an der Helm 1873 die Prüfung für das höhere Schulamt ablegte. In der Leipziger Zeit war er unter der Leitung von Bruhns an der Vermessung der Großenhainer Basis der Europäischen Gradmessung beteiligt. Nach einem weiteren, an der Universität Berlin absolvierten Semester trat Helm am 1. April 1874 seine Stellung an der Annenschule an, der er selber noch wenige Jahre zuvor als Schüler angehört hatte. Als vierzehn Jahre später die Nachfolge der Professur Aurel Voss (/Karl Rohn) am Polytechnikum Dresden beraten wurde, schlug in den Augen August Toeplers, der Mitglied der Berufungskommission war, für Helm auch dessen umfassende Ausbildung positiv zu Buche. In Dresden hatte Georg Helm u.a. bei Oskar Schlömilch Mathematik und Mechanik, bei August Nagel Vermessungslehre und bei Hanns Bruno Geinitz Mineralogie und Geologie gehört und eingeübt. In Leipzig gehörten Scheibner, Neumann, Bruhns, Zöllner und Drobisch zu seinen Lehrern, in Berlin Weierstraß und Kronecker. Geschichtliche, kunstgeschichtliche und philosophische Vorträge hatte Helm an jeder seiner drei

Bildungsstätten belegt. Helms innere Entwicklung und seine spätere wissenschaftliche Arbeitsrichtung wurden aber wohl am meisten von Oskar Schlömilch und Gustav Zeuner bestimmt. Als Dresdner Student gehörte Helm dem 1861 gegründeten „Verein zur Förderung der freien Rede“ an, der späteren Verbindung „Polyhymnia“. Zeit seines Lebens blieb er der Polyhymnia verbunden und war zuletzt ihr Ehrenvorsitzender.[1] Hier wurde der freie Vortrag gepflegt, man behandelte literarische Werke aus Vergangenheit und Gegenwart und versuchte sich selber an Reimen und Gedichten und auch an kleineren Prosaarbeiten, die in der „Vereins-Zeitung“, seit 1872/73 in der „Verbindungs-Zeitung“ erschienen. Die Zeitungen geben ein überraschendes und lebendiges Bild vom idealen Streben der Mitglieder, das sich betont auf die Vervollkommnung der höheren allgemeinen Bildung richtete. Georg Helm hatte den Vereinsnamen „Grau“ wegen seiner Vorliebe für diese Farbtönung, und es heißt, dass er es war, auf den die Vereinsfarbe Grau zurückging.

Höherer Lehrer

An der Annenschule wirkte Georg Helm von 1874 bis 1888. Ihm wurde der physikalische Unterricht von Untersekunda bis Oberprima und der mathematische in Unter- und Obersekunda übertragen. Bevor er 1881 an der Universität Leipzig promovierte, hatte er schon sechs wissenschaftliche Beiträge veröffentlicht, drei davon in „Schlömilchs Zeitschrift“ (Jg. 22, 23, 25), der von seinem Dresdner Hochschullehrer Oskar Schlömilch 1856 begründeten „Zeitschrift für Mathematik und Physik“; bis zu seiner Berufung an das Polytechnikum folgten weitere sechs, darunter 1884 „Berechnung der Rententafeln aus Sterblichkeits- und Invaliditätsbeobachtungen“ (in „Schlömilchs Zeitschrift“), 1885 die programmatische Arbeit „Der physikalische Unterricht auf dem Realgymnasium“ und 1887 das in Leipzig erschienene Buch „Die Lehre von der Energie historisch-kritisch entwickelt. Nebst Beiträgen zu einer allgemeinen Energetik“. Die Annenschule war 1884 Realgymnasium geworden; ihr Physik- und Mathematiklehrer Helm war immerhin so angesehen, dass er vom Königlichen Hof zur Erziehung und gelegentlichen fachkundigen Begleitung der Prinzen herangezogen wurde. Diese Nebentätigkeit dauerte bis 1894 an.

Hochschullehrer und Wissenschaftler

Am 16. Januar 1888 erschien im Dresdner Anzeiger die Nachricht: „Mit Allerhöchster Genehmigung hat das Königliche Ministerium des Cultus und öffentlichen Unterrichts, entsprechend dem Antrage einer von dem Senate des Königlichen Polytechnikums ... gewählten Commission, Herrn Dr. phil. Georg Helm, z. Z. Oberlehrer am hiesigen Realgymnasium, vom 1. April d. J. ab zum außerordentlichen Professor der analytischen Geometrie und mathematischen Physik am Königlichen Polytechnikum ernannt. Mit dieser Berufung ist zugleich die Ernennung des Genannten als Examinator bei den Diplomprüfungen und an der II. Section der Lehrer-Abtheilung verknüpft.“

Dem war ein „Berufungsvorspiel“ vorausgegangen, bei dem sich die Mitglieder der Berufungskommission keinesfalls rasch einig waren, da die Ansprüche der Lehrerabteilung und die der technischen Abteilungen wohlüberlegt gegeneinander abgewogen werden mussten. In den drei ersten Semestern überwogen die Anforderungen aus der Physik, da Helm für den erkrankten Ordinarius August Toepler einspringen musste. Er übernahm dessen Experimentalphysikvorlesung mit vier Wochenstunden und die Oberleitung über das physikalische Laboratorium.[2] Erst im WS 1889/90 konnte sich Helm verstärkt den eigentlichen Aufgaben seiner Professur zuwenden. Er sorgte sich zunächst, „die Modellsammlung zu vervollständigen, welche dazu dient, bei den Vorlesungen über analytische Geometrie die räumliche Anschauung zu unterstützen“. Die Sammlung mathematischer Modelle der TH Dresden geht bis in die Zeit der Technischen Bildungsanstalt zurück. Für 1838 lässt sich der Kauf von 197 verschiedenen Gipsabgüssen in Berlin und Frankfurt/Main nachweisen.[3] Im Jahre 1848 war die Dresdner Sammlung von Traugott

Samuel Franke, dem Vorgänger Oskar Schlömilchs, durch den Ankauf von Modellen beweglicher Olivierscher Flächen bereichert worden, „die Natur, Verwandtschaft und Durchdringung geradliniger Flächen zur Anschauung bringen"; vorher waren solche Modelle nur in Paris, im Conservatoire des arts et métiers, zu finden.[4] Später war die Sammlung mathematischer Modelle durch die Professoren Burmester[5], Papperitz und Rohn erweitert worden. Helm sah zunächst die Anschaffung „eines verstellbaren Fadenmodells des einschaligen Hyperboloids, eines verstellbaren Fadenmodells des hyperbolischen Paraboloids, eines Fadenmodells des Zylindroids" vor, die ein Mechaniker nach seinen Anweisungen herstellen sollte, und erhielt dazu auch die nötigen Mittel bewilligt.[6] Aber nicht nur durch die Erweiterung der Modellsammlung, sondern vor allem durch eine effektive Unterrichtsgestaltung kam Helm den Bedürfnissen der Studenten entgegen. Zunächst hatte er, wie sein Vorgänger, in der analytischen Geometrie den Studierenden die seminaristischen Übungsaufgaben an die Tafel geschrieben. Im Sommersemester 1890 begann er damit, „jedem Studierenden in jeder Übungsstunde ein gedrucktes Exemplar der Aufgaben zu übergeben" und erachtete es generell „als ... Gewinn, durch Ausgabe gedruckter bzw. autographierter Beilagen zu den Vorlesungen oder durch während des Vortrags auszuhängende Tafeln lästigen Zeitverlust zu umgehen".[7]

Seit dem 23. November 1892 war Georg Helm „ordentlicher Professor für Mathematik, analytische Mechanik und mathematische Physik". Als solcher war er in verschiedenen Ämtern und Kommissionen tätig: Als Vorsitzender der Kgl. Kommission für die Prüfung der Feldmesser, Mitglied der Diplom-Prüfungskommissionen für Bau-, Vermessungs-, Maschinen- und Elektroingenieure, Mitglied des Technischen Prüfungsamtes und Oberprüfungsamtes und Mitglied der Prüfungskommission für Lehramtskandidaten.[8]

Neben den Grundvorlesungen für Ingenieurstudenten hielt Helm Spezialvorlesungen vor kleineren Kreisen fortgeschrittener Studierender der Mathematik, der Physik - das waren in der Regel die Lehramtskandidaten höherer Semester - , aber auch des Vermessungsingenieurwesens.

Seit 1906 wurde an der TH Dresden an Stelle der früher getrennten Vorlesungen über Analytische Geometrie und über Differential- und Integralrechnung eine einheitliche viersemestrige Vorlesung über Höhere Mathematik gehalten, die „das für Architekten, Fabrikingenieure und Chemiker Erforderliche aber schon während des ersten und teilweise zweiten Semesters zu bringen" hatte.[9] Aus dieser Aufgabe heraus entstanden Helms „Grundlehren der höheren Mathematik", 1910 in Leipzig herausgekommen und 1914 und 1921 erneut aufgelegt. Fünf der Helmschen Schriften erschienen in Buchform. Neben den „Grundlehren" und der "Lehre von der Energie" waren das die "Grundzüge der mathematischen Chemie" (1894; 1897 unter dem Titel „The principles of mathematical chemistry" in New York erschienen), "Die Energetik" (1898) und "Die Theorien der Elektrodynamik nach ihrer geschichtlichen Entwicklung" (1904). In den Büchern physikalisch-chemischen Inhalts formte Helm seine Auffassungen von der Energie aus. Noch vor Wilhelm Ostwald hatte er seine Ideen des Energetismus als einer naturphilosophischen Richtung dargelegt. Der Begriff „mathematische Chemie" wurde von ihm geprägt; in den „Grundzügen" entwickelte er – anknüpfend an Arbeiten von Williard Gibbs – die Chemie in einheitlicher Linie aus Energiebetrachtungen heraus.

Schon vor der Berufung Georg Helms an das Polytechnikum waren einige seiner Veröffentlichungen der Statistik und dem Versicherungswesen zuzuordnen. Im WS 1890/91 begann Helm in der Tradition von Gustav Zeuner mit Vorträgen zum Versicherungswesen und mit dem Aufbau einer entsprechenden Bibliothek. Diese Aktivitäten sind natürlich auch vor dem gesellschaftspolitischen Hintergrund der 1880/90er Jahre zu sehen. Mit der Installierung der gesetzlichen sozialen Sicherungssysteme in Deutschland – Unfallversicherungsgesetz 1884, Gesetz zur Invaliditäts- und Altersversicherung 1889, weitere Gesetze folgten später – gewann die Rolle des Versicherungswesens an Bedeutung.

Im SS 1896 nahm das Dresdner Versicherungsseminar seine Tätigkeit auf. Die dadurch gegebene Möglichkeit einer bedarfsorientierten Zusatzausbildung an der TH Dresden eröffnete den Lehramtskandidaten – besonders von diesen wurde sie genutzt - eine zusätzliche berufliche Perspektive. Das Versicherungsseminar erhöhte durchaus die Zugkraft der Dresdner Lehrerabteilung. Vorbereitungen für die Hilfspensionskasse der TH und die Prüfung einer Dresdner Innungssterbekasse boten gute Gelegenheit, die Studierenden an praktisch gegebenen Fragen zu üben. Für die aufwendigen Rechenarbeiten stand Helm u.a. auch noch ein altes Arithmometer von Thomas zur Verfügung. Die Rechenmaschine gehörte seinem Schwiegervater; Gustav Zeuner hatte sie am 31. März 1869 von der Schweizer Rentenanstalt geschenkt bekommen, für die er nebenamtlich tätig war. (Über die Familie Helm gelangte sie 1995 als Geschenk des Enkels Klaus Helm an die TU Dresden.)

Im Oktober 1913 beantragte Helm die weitere Ausgestaltung des Seminars. Verzögert durch den Krieg, wurde im Frühjahr 1919 an der TH Dresden der Lehrstuhl für Versicherungsmathematik errichtet, der erste und lange Zeit einzige im deutschen Hochschulwesen, der allein der Versicherungsmathematik gewidmet war.

Helm gehörte zu den Mathematikern und Naturwissenschaftlern, die die Ergebnisse ihrer Wissenschaft stets im großen kulturgeschichtlich-philosophischen und gesellschaftlich-ökonomischen Zusammenhang sahen und die diese vielschichtigen Bezüge auch über den engen Kreis der Hochschule einem breiteren Publikum zu vermitteln verstanden. Das zeigte sich schon in der Antrittsvorlesung, die der junge Professor „Über den Einfluß der Bewegungserscheinungen auf unsere Erkenntnis" hielt. Erwähnt seien auch „Die bisherigen Versuche, Mathematik auf volkswirtschaftliche Fragen anzuwenden", 1887 in einer Hauptversammlung der Isis in Dresden vorgetragen und in deren Abhandlungen veröffentlicht, und der von Rektor Helm in der Aula der TH Dresden zu Königs Geburtstag am 25. Mai 1910 gehaltene Festvortrag „Die Stellung der Theorie in Naturwissenschaft und Technik". Auch Helm sah in der Naturwissenschaftlichen Gesellschaft Isis in Dresden eine geeignete Basis für interdisziplinäres Denken; seine aktive Arbeit in der Isis hatte bereits 1874 begonnen. Er stand sechs Jahre an der Spitze der Gesellschaft und leitete mehrfach ihre mathematische Sektion; 1921 wurde er zum Ehrenmitglied der Isis ernannt.[10]

Am 1. Oktober 1919 in den Ruhestand getreten, führte Helm seine turnusmäßige viersemestrige Vorlesung für das mathematische Grundstudium der Ingenieurstudenten zu Ende und übernahm weitere Aufgaben. Und am Ende schließt sich der Kreis, als er – wie am Anfang seiner Laufbahn – ab Juli 1922 (!) noch einmal die „unterrichtliche Vertretung im Physikalischen Institut der TH ... und die Oberleitung über das genannte Institut" übernehmen muss, nachdem der Ordinarius für Experimentalphysik, Wilhelm Hallwachs, verstorben war. Im November 1922 legte Georg Helm aus gesundheitlichen Gründen seine Ämter nieder, zehn Monate später, am 13. September 1923, starb er „nach langem schwerem Leiden".[11]

Anmerkungen und Quellenverweise:

1 Sie wurde 1927 in Corps Altsachsen umbenannt und schloss sich 1934 mit dem Corps Makaria, hervorgegangen aus dem 1903 gegründeten Mathematischen Verein, zusammen. Der Corps Altsachsen bestand bis 1936, wo er im Zuge der nationalsozialistischen Gleichschaltung aufgelöst wurde. 1950 erstand er in Köln neu, und 1994 kehrte er nach Dresden zurück.

2 (15381; 14, 18-26)

3 (Prog, 1839; 31)

4 (Prog, 1844; 6), (Prog, 1845; 78), (Prog, 1849; 77/78) – Der Erfinder der Modelle war der Pariser Geometrie-Professor Theodore Olivier.

5 (15320; 31)

6 (15381; 18-28)

7 (15382; 16/17, Brief vom 15.6.1890)

[8] (15382; 73)
[9] (Helm, 1921), Vorwort
[10] (Voss, 2003; 91-94)
[11] (15382; 82-97)

Quellenauswahl:

Archivalien
Sächsisches Hauptstaatsarchiv, Ministerium für Volksbildung, Aktennummer: 15320, 15381, 15382
Archiv des Corps Altsachsen: Protokollhefte, Zeitungen der 1870er Jahre

Literatur
Helm, Georg: Die Grundlehren der höheren Mathematik. Zum Gebrauch bei Anwendungen und Wiederholungen zusammengestellt. Neue verbesserte Ausgabe. - Leipzig, 1921
Programm zu den am 24., 25., 26. und 27. März **1839** erfolgenden Prüfungen der Schüler der technischen Bildungsanstalt und der Baugewerkenschule zu Dresden
Programm zu den am 30., 31. März, 1., 2., 3. April **1844** anzustellenden Prüfungen der Schüler der technischen Bildungsanstalt und der Baugewerkenschule zu Dresden
Programm zu den am 15., 16., 17., 18. und 19. März **1845** anzustellenden Prüfungen der Schüler der technischen Bildungsanstalt und der Baugewerken-Schule zu Dresden
Programm zu den am 31. März, 2., 3. und 4. April **1849** öffentlich anzustellenden Prüfungen der Schüler der technischen Bildungsanstalt und der Baugewerkenschule zu Dresden
Voss, Waltraud: Aus der Geschichte der Dresdner Mathematik. - Hamburg 2003

Persönliche Mitteilungen:
Ich danke der Enkelin von Georg Helm, Lore Ehrhardt geb. Helm, und ihrem Gatten für Informationen zur Familiengeschichte Zeuner-Helm.

Verfasserin: Dr. habil. Waltraud Voss, TU Dresden

Die Begründung des Theoretisch-Physikalischen Instituts in Leipzig

Karl-Heinz Schlote (Leipzig)

Während die Physikhistoriker in diesem Jahr mit der Würdigung von Albert Einstein (1879-1955) und Otto Hahn (1879-1968) zu ihrem 125. Geburtstag sowie Wilhelm Weber (1804-1891) zu dessen 200. Geburtstag weitgehend beschäftigt sind und für die Mathematiker neben dem 200. Geburtstag von Carl Gustav Jacob Jacobi (1804-1851) und dem 150. Geburtstag von Henri Poincaré (1854-1912) die 100. Geburtstage von Henri Cartan (geb. 1904) und John H. C. Whitehead (1904-1960) im Mittelpunkt stehen dürften, soll hier an ein Jubiläum erinnert werden, das, so ist zu vermuten, still und unbeachtet vorübergehen wird. Im Herbst dieses Jahr kann das Theoretisch-Physikalische Institut der Leipziger Universität den 100. Jahrestag seiner Gründung feiern. Im folgenden soll diese Institutsgründung etwas näher betrachtet werden.

1. Die Begründung der theoretischen Physik an der Universität Leipzig

Mit der Einrichtung eines Theoretisch-Physikalischen Instituts und der wenige Jahre zuvor erfolgten Umwandlung der außerordentlichen Professur für theoretische Physik in ein Ordinariat hatte die Philosophische Fakultät aus organisatorischer Sicht sehr günstige Bedingungen für das Fachgebiet der theoretischen Physik geschaffen. Kaum eine andere deutsche Universität, außer Berlin, konnte zu diesem Zeitpunkt auf ähnlich gute Voraussetzungen verweisen. Die Institute in Göttingen und Königsberg waren in den 80er Jahren entstanden und entsprachen nicht mehr dem neuesten Stand. Das Leipziger Institut verfügte über einen Hörsaal mit 150 Plätzen sowie eigene Werkstätten und Labors. Es war zugleich, nicht nur wegen der Unterbringung im gleichen Gebäude, fest mit dem Physikalischen Institut verbunden und nutzte u. a. dessen Bibliothek. Die Etablierung des Instituts als „selbständiges akademisches Lehrinstitut" war vom Ordinarius für theoretische Physik Theodor Des Coudres (1862-1926) gemeinsam mit dem Direktor des Physikalischen Institut, Otto Wiener (1862-1927), beim Sächsischen Kultusministerium in Dresden am 6. 6. 1904 beantragt und von selbigem auch genehmigt worden. Damit war die Leipziger Universität in einer Phase, da die theoretische Physik an den deutschen Universitäten begann nach einer Stagnationsphase einen neuen Aufschwung zu nehmen, eine der attraktivsten Forschungsstätten auf diesem Gebiet.

2. Der Neubau des Physikalischen Instituts bis 1904

Aus der Vorgeschichte der Institutsgründung sind zwei Ereignisse hervorzuheben, ohne die es nicht zu der besagten Gründung gekommen wäre: die Einrichtung einer Professur für theoretische Physik und der Neubau des Physikalischen Instituts. Der alte Institutsbau, in dem man im Wintersemester 1873/74 den Lehr- und Forschungsbetrieb aufgenommen hatte, konnte am Ende des 19. Jahrhundert den veränderten Anforderungen nicht mehr genügen. Sowohl die gewaltige Entwicklung der physikalischen Teilgebiete als auch die beträchtlich angewachsenen Studentenzahlen machten eine Erweiterung des Instituts unumgänglich. Der amtierende Direktor des Instituts, Gustav Wiedemann (1826-1899) hatte sich bereits mit der Lösung dieses Problem beschäftigt, verstarb aber 1899, noch bevor er konkrete Schritte eingeleitet hatte. So blieb es dessen Nachfolger O. Wiener vorbehalten, einen Institutsneubau als die sinnvollste Lösungsvariante in die Wege zu leiten und in wichtigen Punkten zu organisieren. Am Rande sei erwähnt, dass zuvor Conrad Röntgen (1845-1923) und Ferdinand Braun (1850-1918) mit ihrer Kritik an den Leipziger Zuständen und der Ablehnung des Rufes nach Leipzig sicher nicht unerheblich für eine günstige Stimmung im Ministerium im Bezug auf erforderliche Baumaßnahmen gewirkt hatten. Dafür spricht auch, dass der zuständige Ministerialdirektor noch bevor Wiener seine Vorschläge unterbreitete, eine Reihe von naturwissenschaftlichen und technischen Instituten besuchte und sich über die Vor- und Nachteile der einzelnen Bauten informierte. Insbesondere besichtigte er auch das damals größte und wohl modernste physikalische Institut, das an der ETH Zürich gebaut worden war. Das neue Institut wurde dann auf einem Areal in der Linnéstraße neben dem Physikalisch-Chemischen Institut errichtet. Für Details über den Bauablauf und die Einrichtung des Instituts sei auf Berichte von Wiener verwiesen.[1]

3. Die Schaffung einer Professur für theoretische Physik

Die Professur für theoretische Physik wurde im Jahre 1894 auf Antrag von G. Wiedemann in Form eines Extraordinariats eingerichtet. In dem Antragsschreiben der Fakultät an das Kultusministerium wurde die Notwendigkeit der Professur damit begründet, dass der Ordinarius für Physik die bestehenden Lehraufgaben nicht mehr alle erfüllen könne. Speziell hinsichtlich des angestrebten „regelmäßigen und vollständigen Cursus über die einzelnen Abschnitte der höheren, bzw. theoretischen Physik" traten erhebliche Defizite auf. Als Folge davon mussten

[1] Wiener, Otto: Das neue physikalische Institut der Universität Leipzig und Geschichtliches. Phys. Zeitschr. 7(1906), S. 1-14; Wiener, Otto: Das Physikalische Institut. In: Festschrift zur Feier des 500jährigen Bestehens der Universität Leipzig. Herausgegeben von Rektor und Senat. 4. Band: Die Institute und Seminare der Philosophischen Fakultät an der Universität Leipzig. 2. Teil: Die mathematisch-naturwissenschaftliche Sektion. Verlag S. Hirzel Leipzig, 1909, S. 24-60

selbst bei den Staatsprüfungen die Anforderungen unter das in der Examensordnung geforderte Niveau gesenkt werden. An vielen anderen Universitäten hat man deshalb schon eine zweite Professur für Physik eingerichtet, als Beispiele nannte die Fakultät Berlin, Göttingen, Strassburg, Breslau, Halle, München u.a. Schließlich wurden in dem Schreiben eine Reihe von Aktivitäten aufgelistet, die bisher zur Milderung des Missstandes unternommen worden waren. So hatten die Professoren der Mathematik, Karl von der Mühll (1841-1912) und Carl Neumann (1832-1925), „auf einem weit überwiegend mathematischen Standpunkt stehende(n) Vorlesungen" über Teilgebiete der Physik gehalten, auch Arthur von Oettingen (1836-1920) und einige Privatdozenten hatten einzelne Kurse beigetragen, doch all das bildete keinen regelmäßigen und vollständigen Kursus. Nach dem Weggang von von der Mühll 1889 nach Basel hatte sich die Situation weiter verschlechtert. Die Berufung eines Extraordinarius für theoretische Physik war somit unumgänglich, wenn die Physikausbildung wieder ein normales Niveau erreichen sollte und als Kandidaten schlug die Fakultät den Privatdozendeten Hermann Ebert (1861-1913) von der Universität Erlangen vor.

Das Ministerium reagierte positiv, wollte aber vor der Berufung die künftige Struktur am Physikalischen Institut geklärt haben. Insbesondere wurde darauf hingewiesen, dass dem Extraordinarius kein eigenes Labor gestellt und die nötigen Finanzmittel erst für den Etat 1896/97 berücksichtigt werden können. In ihrem Antwortschreiben betonte die Fakultät, dass die neue Professur stets als Ergänzung des Ordinariats zu sehen sei und sie keinerlei Einschränkung des Wirkungskreises des Letzteren vorzunehmen wünsche. Der Ordinarius bleibe alleiniger Direktor des Instituts (einschließlich der Laboratorien), der Extraordinarius erhalte lediglich das Recht zur Mitbenutzung, also auch kein eigenes Labor. Bezüglich der Finanzfrage artikulierte die Fakultät den „dringenden Wunsch, daß die Berufung, ..., schon für das bevorstehende Sommersemester erfolgen möge". Eine Verschiebung der Berufung würde zum einen den bestehenden Mangel noch deutlicher hervortreten lassen und zum anderen die Aussichten verschlechtern, die „ins Auge gefaßte Persönlichkeit ... unter so leichten Bedingungen" für Leipzig zu gewinnen. Nur das Fehlen eines geeigneten Kandidaten habe die Fakultät veranlasst, ihren Antrag nicht schon früher zu stellen.[2]

Das Ministerium berief daraufhin Ebert noch zum Sommersemester 1894 als außerordentlichen Professor an die Universität Leipzig. Ebert nahm den Ruf an, wechselte aber bereits im Sommer auf ein Ordinariat an der Universität Kiel. Damit drohte die Gefahr, dass alle Bemühungen und positiven Ansätze ergebnislos blieben. Am 28. Juli 1894 legte die aus den Professoren Wiedemann, Bruns, Lie, und Ostwald bestehende Kommission den Entwurf für den Bericht an das Ministerium vor, der mit geringfügigen Änderung von der Fakultät gebilligt wurde und am

1. August nach Dresden geschickt wurde. Eindringlich wurde die Sicherung der erreichten Fortschritte erbeten: Es erscheint „für das physikalische Studium an unserer Hochschule von der größten Wichtigkeit, daß der von Ebert mit gutem Erfolg begonnene Cursus von Vorlesungen und Übungen keine Unterbrechung erleide, daß daher, wenn irgend möglich, schon für das bevorstehende Wintersemester ein Ersatz für ihn beschafft werde; eine nur provisorische Vertretung im nächsten Semester würde die Facultät dem Hohen Ministerium nur sehr ungern empfehlen.“[3] Auch diesmal beschränkte sich die Fakultät auf die Nennung eines Kandidaten und schlug den in Göttingen tätigen Paul Drude (1853-1906) vor. Bereits am 27. August teilte das Ministerium der Philosophischen Fakultät mit, dass Drude den Ruf angenommen habe und die Stelle zum 1. 10. 1894 antrete.

An dieser Stelle ist noch eine Ergänzung zur Begründung der außerordentlichen Professur für theoretische Physik notwendig. Die Stellungnahme der Fakultät war in sich schlüssig, aber man hatte wohl bewusst, um Auseinandersetzungen zu vermeiden, einen Grund sehr diplomatisch verschleiert. Erst drei Jahre später, als es um die Schaffung einer mathematischen Professur als Ersatz für den aus dem Lehrbetrieb ausgeschiedenen Wilhelm Scheibner (1826-1908) ging, wurde er von dem Astronomen Heinrich Bruns (1848-1919) in einem privaten Schreiben an den Minister formuliert. Bruns schrieb, nachdem er sich über das Nichteinhalten von getroffenen Vorlesungsabsprachen durch Neumann und die dadurch verursachten Störungen im Vorlesungsplan beklagt hatte: „Eine Zeit lang hatte Prof. N. Vorlesungen über theoretische Physik gehalten, und wir wären sehr froh gewesen, wenn er dieses wichtige Kapitel regelmässig vertreten hätte. Statt dessen fing er mit einem Male an, über geometrische Dinge zu lesen, und zwar gerade als Prof. Lie berufen worden war, dessen Lehrauftrag wesentlich auf Geometrie lautete. Infolgedessen blieb der Fakultät nichts anderes übrig, als die Schaffung eines Extraordinariats für theoretische Physik zu beantragen.“[4] Damit wog der im Bericht erwähnte Weggang von der Mühlls doppelt schwer. Neumann hat zwar auch weiterhin physikalische Vorlesungen gehalten, aber nicht im früherem Umfang und nicht so, dass regelmäßig ein systematischer Kurs zur theoretischen Physik zustande kam. Die Eigenheiten eines Mathematikers erlangten also eine beachtliche Bedeutung für die Begründung der theoretischen Physik in Leipzig.

4. Veränderungen im Wechselverhältnis von Mathematik und Physik

[2] (Universitätsarchiv Leipzig (UAL), PA 429 (Personalakte Ebert), Bl 18-19)
[3] UAL, PA 422 (Personalakte Drude), Bl. 3
[4] Sächsisches Hauptstaatsarchiv, Ministerium für Volksbildung, Nr. 10210/17, Bl. 356

Objektiv betrachtet, muss man Neumann sogar dankbar sein, denn die stärkere Beachtung der theoretischen Physik war längs überfällig. Die Leipziger Physiker waren in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts in ihren Forschungen stark experimentell orientiert. Sicher, sie beteiligten sich, wie z. B. Wilhelm Hankel (1814-1899) an den Ansätzen zur theoretischen Durchdringung einzelner Gebiete der Physik, aber sie waren an dem ersten Aufschwung der theoretischen Physik in den 70er und 80er Jahren nicht beteiligt. Man hat diese Entwicklung zwar verfolgt, aber nicht mitgestaltet und war in dieser theoretischen Richtung gegenüber anderen deutschen Universität in Rückstand geraten. Ein deutliches Indiz dafür war die Aufzählung der Universitäten, die vor der Leipziger Alma mater eine zweite Physikprofessur eingerichtet hatten. Die theoretische bzw. mathematische Physik, beide Bezeichnungen wurden in jener Zeit oft noch synonym gebraucht, lag in Leipzig fest in den Händen der Mathematiker, vor allem K. von der Mühll, C. Neumann und Adolph Mayer(1839-1908), aber auch Felix Klein (1849-1925) sind hier zu nennen. Die mathematische Physik erhielt eine klare mathematische Ausprägung, was in dieser Phase aber kaum einen Qualitätsunterschied bedeutete. Die Dominanz der Mathematiker blieb in den 80er Jahren bestehen, u. a. weil Neumann sich aktiv um die Anwendung der potentialtheoretischen Vorstellungen auf einzelne Teilgebiete der Physik bemühte und dabei neue Fragen hervorbrachte. Es rückte aber eine stärkere Orientierung auf die theoretischen Grundlagen der mathematischen Physik in der Vordergrund. Bei vielen Untersuchungen von Neumann, Mayer oder Klein ging es nicht darum, eine Erklärung für ein physikalisches Phänomen zu geben, sondern die mathematischen Mittel zu verbessern bzw. zu begründen. Hier wird die Tendenz nach einem logisch exakten Aufbau der Theorie spürbar, die ja ein markantes Merkmal der Mathematikentwicklung in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts war. So erläuterte etwa Walter von Dyck (1856-1934) 1896 in einer Festrede vor der Königlich-Bayrischen Akademie der Wissenschaften am Beispiel des Dirichlet-Prinzips, dass diese durchaus neue und dem früheren Vorgehen durchaus fremde Betrachtungsweise „von der grössten Bedeutung“ für die Entwicklung der Auffassungen hinsichtlich der Stellung der Mathematik in ihren Anwendungen in der mathematischen Physik war.[5] Dieses Bemühen um eine Präzisierung der mathematischen Methoden war aber eine rein mathematische Aufgabe und zunächst von den physikalischen Anwendungen unabhängig. Um eine Einordnung in den physikalischen Kontext vorzunehmen oder um einige für die mathematische Behandlung interessanten Voraussetzungen zu skizzieren, genügte die Angabe einiger Bezugspunkte. Nicht selten gestaltete sich die mathematische Behandlung der physikalischen Probleme aus der Sicht der Physiker sehr schwierig und kompliziert. Eine derartige Vorgehensweise war für die

[5] Dyck, Walther: Ueber die wechselseitigen Beziehungen der reinen und der angewandten Mathematik. München 1897, S. 22

Mehrzahl der Physiker unverständlich und lieferte vor allem keine Anhaltspunkte für die weitere theoretische oder experimentelle Forschungen.

Unverkennbar begannen hier die Interessen der Mathematiker und Physiker (für einen gewissen Zeitraum) deutlich auseinanderzulaufen. Während die Mathematiker sich in dieser Phase auf die mathematischen Untersuchungen konzentrierten und erst nach deren Abschluss in einem nächsten Schritt die Auswirkungen auf die Anwendungen in den einzelnen naturwissenschaftlichen Disziplinen studierten bzw. studieren wollten, interessierte die Physiker vorrangig eine schlüssige physikalische Erklärung, bei der die exakte mathematische Formulierung zunächst zweitrangig war. Neumann fasste dies 1902 sinngemäß in die Worte, dass sich hier der „kühne Einfall" des Physikers und die „exakte Durcharbeitung" des Mathematikers gegenüberstanden. Dies alles führte zu Veränderungen im Wechselverhältnis von Mathematik und Physik und mündete ein in die Trennung von mathematischer und theoretischer Physik. Es soll jedoch nicht der Eindruck entstehen, als ob diese Trennung negativ zu bewerten sei. Im Gegenteil, sie ist Ausdruck der fortgeschrittenen Disziplinengenese. Die Leipziger Philosophische Fakultät, insbesondere die Physiker und Mathematiker, hatten in einer günstigen Entwicklungsphase wichtige Schritte eingeleitet, um diesen Veränderungen Rechnung zu tragen. Nach der Schaffung der Professur für theoretische Physik hatte man noch vor dem Wechsel in der Leitung des Physikalischen Instituts bei Gesprächen im Ministerium den Boden für eine Umwandlung dieses Extraordinariats in ein Ordinariat bereitet. Speziell der Physiko-Chemiker Wilhelm Ostwald (1853-1932) war dabei aktiv und verfolgte den Plan, mit Ludwig Boltzmann (1844-1906) einen der bedeutendsten Theoretiker nach Leipzig zu holen. Dieses Vorhaben konnte im Jahre 1900 nach dem Weggang von Drude nach Gießen realisiert werden, doch blieb Boltzmann nur zwei Jahre in Leipzig. Die Neubesetzung des Ordinariats erwies sich als schwierig, speziell nachdem Wilhelm Wien (1864-1928) und Drude den Ruf nach Leipzig abgelehnt hatten. In der nachfolgenden Diskussion um geeignete Kandidaten setzte sich dann Wiener als neuer Direktor des Physikalischen Instituts gegen die anderen Kommissionsmitglieder durch und erreichte die Berufung von Theodor Des Coudres zum 1. März 1903.[6]

5. Eine Trendwende

Mit der Berufung Des Coudres wurde eine deutliche Hinwendung zu einer stark an der Experimentalphysik orientierten theoretischen Physik vollzogen. Zu den nicht berücksichtigten

[6] Dieser Berufungsvorgangs ist in: Schlote, Karl-Heinz: Die Wandlung des Carl Neumann. Acta Hist. rerum nat. necnon tech. N. S. 7(2003), S. 143-155 genauer dargestellt worden.

Kandidaten gehörten dagegen mit Arnold Sommerfeld (1868-1951) und Carl Runge (1856-1927) zwei Gelehrte, die die moderne Entwicklungsrichtung verkörperten. Nach wenigen Jahren wurde hier eine erfolgreich begonnene Entwicklung in eine weniger aussichtsreiche Richtung gelenkt. Daran ändert auch die Tatsache nichts, dass eine der ersten gemeinsamen Maßnahmen von Wiener und Des Coudres der schon erwähnte Antrag auf Umwandlung der Abteilung für theoretische Physik in ein selbständiges Institut war. Die Begründung war jedoch rein formaler Art, man benötigte die Bestätigung, um das Institut auch in den offiziellen Dokumenten als selbständig ausweisen zu können. Leipzig gehörte zu den wenigen deutschen Universitäten, die bereits zu diesem Zeitpunkt der theoretischen Physik in einem eigenen Institut eine Heimstatt gaben. In organisatorischer Hinsicht hatte die Leipziger Universität auf dem Gebiete der Physik mit dem Institutsneubau die Rückstände gegenüber anderen Universitäten mehr als aufgeholt und die Etablierung der theoretischen Physik auch nach außen dokumentiert. Doch es war eine theoretische Physik in deutlicher Distanz zur mathematischen Physik. Des Coudres hat den Aufschwung der theoretischen Physik in den folgenden beiden Jahrzehnten, in denen er in Leipzig tätig war, kaum gefördert und mitgestaltet. Dazu war er zu wenig Theoretiker. Boltzmann kritisierte dies übrigens im Februar 1903 in einem Brief an Wiener, als er diesem wünschte, dass „sich Des Coudres ganz gut machen und auch leicht noch tiefer in die Theorie, worunter man nun doch einmal hauptsächlich die Mathematik versteht, einarbeiten wird."[7] Trotz günstiger institutioneller Bedingungen dauerte es noch bis zur Mitte der 20er Jahre ehe Leipzig unter Werner Heisenberg (1901-1976), Peter Debye (1884-1966) und Friedrich Hund (1896-1997) zu einem Zentrum der theoretischen Physik von Weltgeltung aufstieg.

6. Epilog

Das alte physikalische Institut wurde nach einigen Umbauten und Erneuerungen im Frühjahr 1905 von den Mathematikern bezogen. Alle Bestandteile des Instituts mit Unterrichtsräumen, Arbeitszimmern, Sammlung und Bibliothek waren damit erstmals in einem Gebäude vereint und es soll nach Lorey das Erste gewesen sein, das ausdrücklich diesen Namen führte und alle Einrichtungen vereinte, um den gesamten Erfordernissen des mathematischen Unterrichtsbetriebes gerecht zu werden einschließlich der zweckmäßigen Einrichtung eigener mathematischer Horsäle.[8] Mit den Berufungen von Otto Hölder (1859-1937) 1899 und Karl Rohn (1855-

[7] Universitätsbibliothek Leipzig, Nachlass 96 (Nachlass Wiener), Brief Boltzmann-Wiener, 7. 2. 1903

[8] Lorey, Wilhelm: Das Studium der Mathematik an den deutschen Universitäten seit Anfang des 19. Jahrhunderts. (Abhandlungen über den mathematischen Unterricht in Deutschland Herausgeg. von Felix Klein, Bd. III, H. 9) Verlag B. G. Teubner, Leipzig, Berlin 1916, S. 327f.

1920) 1905 zu Ordinarien sowie Felix Hausdorff (1868-1942) 1901 und Heinrich Liebmann (1874-1939) 1904 als Extraordinarien vollzog sich ebenfalls ein Generationswechsel, der jedoch weniger signifikant war als in der theoretischen Physik. Zu dem neuen Mathematischen Institut gehörten außerdem noch der bereits pensionierte Mayer, der von den Vorlesungspflichten befreite Scheibner und der über 70jährige Neumann, der noch aktiv am Vorlesungsbetrieb teilnahm.

Magdalena Hyksová erzählt über dominante Schweine (Photo: Klaus Kohl)

Gedenktage vom 16. bis zum 22. Mai

Ulrich Reich

Fachhochschule Karlsruhe – Hochschule Karlsruhe
Fachbereich Wirtschaftsinformatik
Moltkestr. 30, 76133 Karlsruhe, Germany
E-Mail: ulrich.reich@fh-karlsruhe.de

Welche Geburts- und Todestage bekannter Mathematikerinnen und Mathematiker können auf der internationalen Tagung zwischen dem 16. und 22. Mai 2004 in Miesenbach gefeiert werden? Hier werden solche Gedenktage aufgelistet. Dabei wird des Aufwandes wegen darauf verzichtet, die mathematischen Leistungen dieser 38 Personen zu vermerken. Die wertvollste Hilfe bei dieser Datensammlung war das Internet und hier vor allem die Internetadresse der University von St. Andrews in Schottland: www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Day_files/ bzw. www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians.

16. Mai

Am Tag der Anreise zur internationalen Tagung können wir den 286. Geburtstag von **Maria Gaëtana Agnesi** (1718 geb. in Mailand) und den 183. Geburtstag von **Pafnuty Lvovich Chebyshev** (1821 geb. in Okatovo, Russland) feiern und andererseits mit dem 174. Todestag an **Jean Baptiste Joseph Fourier** (1830 gest. in Paris) und mit dem 69. Todestag an **Hector Munro Macdonald** (gest. 1935 in Aberdeen) erinnern.

17. Mai

Am Montag können wir nur an vier Todestage erinnern, an den 225. Todestag von **Samuel Clarke** (gest. 1729 in London), an den 239. Todestag von **Alexis Claude Clairaut** (1765 gest. in Paris), an den 91. Todestag von **Heinrich Martin Weber** (1913 gest. in Straßburg) und an **Jacques-Louis Lions**, der vor drei Jahren 2001 in Paris verstorben ist.

18. Mai

An diesem Tag häufen sich die Geburtstage. Wir beginnen mit dem 956. Geburtstag von Ghiyath al-Din Abu'l-Fath Umar ibn Ibrahim Al-Nisaburi **al-Khayyami** (geb. 1048 in Nishapur, Persien) und fahren fort mit dem 293. Geburtstag von **Ruggero Giuseppe Boscovich** (geb. 1711 in Ragusa, Dalmatien), dem 154. Geburtstag von **Oliver Heaviside** (geb. 1850 in Camden Town bei London), dem 132. Geburtstag von **Bertrand Arthur William Russell** (geb. 1872 in Ravenscroft, Wales) und dem 90. Geburtstag von **Stefan Schwarz** (geb. 1914 in Nové Mesto nad Vàhom, Slowakei). Gestorben sind **Corrado Segre** vor achtzig Jahren (1924 in Turin), **Selig Brodetsky** vor einem halben Jahrhundert (1954 in England) und **Aleksandr Gennadievich Kurosh** vor 33 Jahren (1971 in Moskau).

19. Mai

Am Mittwoch feiern wir den 172. Geburtstag von **Edmond Bour** (geb. 1832 in Gray, Haute-Saône, Frankreich) und den 85. Geburtstag von **Georgii Dmitrievic Suvorov** (geb. 1919 in Saratov, Russland). Ganz besonders soll erinnert werden an **Alkuin**, den Lehrer Karls des Großen, der vor 1200 Jahren in Tours 804 verstorben ist. Daneben sind vor 180 Jahren **Francis Maseres** (1824 in Reigate, England) und vor 62 Jahren **Sir Joseph Larmor** (1942 in Holywood, Irland) verstorben.

20. Mai

Der 20. Mai ist bei **Henry Seely White** ein markanter Tag. Er ist vor 143 Jahren 1861 in Cazenovia (New York, USA) geboren und vor 61 Jahren in Poughkeepsie (New York, USA) verstorben. Vor 103 Jahren kam **Machgielis Euwe** 1901 in Watergrafsmeer (Holland) zur Welt. Verstorben ist vor 206 Jahren **Erland Samuel Braig** 1798 in Lund, Schweden.

21. Mai

Die „Geburtstagskinder" sind **Albrecht Dürer** mit seinem 533. Geburtstag (1471 in Nürnberg), **Gaspard Gustave de Coriolis** mit dem 212. Geburtstag (1792 in Paris)

und **Edouard Jean-Baptiste Goursat** mit dem 146. Geburtstag (1858 in Lanzac, Frankreich). An den Folgen von Überarbeitung verstarb vor Vollendung seines 34. Lebensjahres **Pierre Laurent Wantzel** vor 156 Jahren in Paris, vor 67 Jahren **Herbert Ellsworth Slaught** 1937 in Chicago, vor 51 Jahren **Ernst Friedrich Ferdinand Zermelo** 1953 in Freiburg / Breisgau und vor 47 Jahren **Aleksandr Ivanovich Nekrasov** 1957 in Moskau.

22. Mai

Am letzten Tag der Tagung können wir den 156 Geburtstag von **Hermann Cäsar Hannibal Schubert** (geb. 1848 in Potsdam), den 139. Geburtstag von **Alfred Cardew Dixon** (geb. 1865 in Northallerton, England) und den 101. Geburtstag von Yves-André Rocard (geb. 1903 in Vannes, Frankreich) feiern. Erinnert wird an **William Spence** mit seinem 189. Todestag (gest. 1815 in Glasgow), an **Julius Plücker** mit dem 136. Todestag (gest. 1868 in Bonn), an **Josip Plemelj** mit dem 37. Todestag (gest. 1967 in Ljubljana, Slowenien) und schließlich an **Irmgard Flügge-Lotz**, die vor dreißig Jahren 1974 in Stanford (USA) verstorben ist.

Jubiläen 2004 und 2005

Ulrich Reich

Fachhochschule Karlsruhe – Hochschule Karlsruhe
Fachbereich Wirtschaftsinformatik
Moltkestr. 30, 76133 Karlsruhe, Germany
E-Mail: ulrich.reich@fh-karlsruhe.de

Ohne Anspruch auf Vollständigkeit und auf Richtigkeit dieser vielen Daten werden Personen aufgelistet, die heuer oder im folgenden Jahr mit ihrem Geburts- oder Todesjahr ein Jubiläum von 50, 100, 150, 200, 250, ..., 2500 Jahren begehen. Teilweise werden Tätigkeiten oder die wichtigsten Forschungsgebiete genannt.

2004

Leon(e) Battista Alberti (28.2.1404 Genua oder Venedig – April 1472 Rom), Künstler, Techniker, Mathematiker und Naturphilosoph,

Alcuin (um 735 York – 19.5.804 Tours oder Hersfeld?), Lehrer Karls des Großen und „Bildungsminister",

Anaximenes von Milet (546 v. Chr.)

Aurelius Augustinus (13.11.354 Thagaste / Nordafrika – 28.8.430 Hippo Regius),

Tadeusz Banachiewicz (1882 Warschau – 1954 Krakau), Astronom,

Franciscus Barocius (Francesco Barozzi) (9.8.1537 Herakleion – 23.11.1604 Venedig), Übersetzer antiker Schriften,

Jacob I Bernoulli (1654 Basel – 1705 Basel) und Daniel II. Bernoulli (1754 – 1834),

Heinrich Karl Theodor Brandt (8.11.1886 Feudingen / Westfalen – 9.10.1954 Halle), darstellende Geometrie und angewandte Mathematik,

Louis Marcel Brillouin (19.12.1854 St.-Martin-de-Melle – 16.6.1948 Melle), mathematische Physik,

Viktor Jakowlewitsch Bunjakowski (16.12.1804 Bar – 12.12.1889 St. Petersburg), Bunjakowskische Ungleichung,

Renato Caccioppoli (20.1.1904 Neapel – 8.5.1959 Neapel), Funktionalanalysis,

Henri Cartan (geb. 8.7.1904 Nancy), Bourbaki,

Johann Castillion / Francesco Melchiore Salvemini (15.1.1704 Castiglione – 11.10.1791 Berlin), Astronom, Kardioide,

John Chamber (1546 Swillington – 1604 Windsor), Astronomie,

Jacob Christmann (1554 Johannesberg / Rheingau – 16.6.1613 Heidelberg), besaß die Bibliothek des Rhaeticus,

Pedro Sanchez Ciruelo (1470 Daroca / Spanien – 1554 Salamanca), Arithmetik und Geometrie,

Julian Lowell Coolidge (28.9.1873 Brookline (Mass.) – 7.3.1954 Cambridge (Mass.)), Geometrie,

Gabriel Cramer (31.7.1704 Genf – 4.1.1752 Bagnols-sur-Cèze), Cramersche Regel,

Leonard Eugene Dickson (22.1.1874 Independence (Iowa) – 17.1.1954 Harlingen (Texas)), Buch „History of the theory of numbers",

Wadim Jewgenjewitsch Djaschenko (30.12.1896 Nishni Nowgorod – 2.7.1954 Kiew), numerische Methoden, Differentialgleichungen,

Ernest Benjamin Esclangon (17.3.1867 Mison – 28.1.1954 Eyrenville (Dordogne)), quasiperiodische Funktionen,

Gerd Faltings (geb. 28.7.1954 Gelsenkirchen),

Enrico Fermi (29.9.1901 Rom – 28.11.1954 Chicago), Physiker,

Ernst Fischer (12.7.1875 Wien – 14.11.1954 Köln), moderne Algebra,

Abbo von Fleury (945 bei Orléans – 1004 Gascogne), Lehrer von Gerbert,

Alexis Fontaine des Bertins (13.8.1704 Clavaison – 21.8.1771 Cuiseaux), Analysis,

Bertrand Gambier (31.8.1879 Villers-Bocage/Somme – 2.2.1954 Paris), Differentialgeometrie,

Wladimir Wasiljewitsch Golubew (3.12.1884 Sagorsk – 4.12.1954 Moskau), analytische Funktionen,

Philip Hall (1904 – 1982),

Georg Hamel (12.9.1877 Düren – 4.10.1954 Landshut), Differentialgleichungen,

Han Yen (um 780 – 804), mathematisches Handbuch,

Hermann der Lahme, Hermann von Reichenau, Hermannus Contractus (18.7.1013 Altshausen – 24.9.1054 Altshausen), Mathematik, Astronomie, Geschichte,

Nikolaus Hofreiter (geb. 8.5.1904 Linz-Urfahr), Zahlentheorie, 1965/66 Rektor der Universität Wien,

Jan Hudde (Mai 1628 Amsterdam – 15.4.1704 Amsterdam), Gleichungen, Gewinnverteilung bei Würfelspielen, Sterbetafeln,

Witold Hurewicz (29.6.1904 Lodz – 6.9.1956 Uxmal / Mexiko)), Homotopietheorie,

Carl Gustav Jacob Jacobi (10.12.1804 Potsdam – 18.2.1851 Berlin), elliptische Funktionen, Zahlentheorie, Differentialgleichungen,

George Birch Jerrard (1804 – 1863),

Ingebrigt Johansson (geb. 24.10.1904 Narvik), Topologie, Geometrie, Logik,

Theodor Franz Eduard Kaluza (9.11.1885 Wilhelmstal – 19.1.1954 Göttingen), mathematische Physik,

Immanuel Kant (22.4.1724 Königsberg – 12.2.1804 Königsberg),

Ljudmila Wsewolodowna Keldysch (12.3.1904 Orenburg – 25.2.1976 Moskau), Theorie der Funktionen reeller Variablen,

Georg Wolfgang Krafft (16.7.1701 Tuttlingen – 18.7.1754 Tübingen), Zahlentheorie, Geometrie, Analysis,

Jakob Friedrich Ladomus (1.11.1782 Bretten – 3.12.1854 Karlsruhe), erster Lehrstuhl für Mathematik an der Polytechnischen Schule in Karlsruhe, „Gründungsrektor", Analysis, Geometrie, Trigonometrie,

Gilbert de la Porée (Gilbertus Porretanus) (etwa 1076 Poitiers – 1154 Poitiers), Logik,

Pierre Alphonse Laurent (18.7.1813 Paris – 2.9.1854 Paris), Variationsrechnung,

Jacques-François Le Poivre (ca. 1704),

Edouard Le Roy (18.6.1870 Paris – 9.11.1954 Paris), Mathematik und Philosophie,

Hans Lewy (20.10.1904 Breslau – 23.8.1988 Berkeley), Differentialgleichungen,

Guillaume François Antoine de L'Hospital, Marquis de Sainte-Mesme (1661 Paris – 3.2.1704 Paris), Nutznießer eines geheimen Abkommens mit Johann I Bernoulli,

Adolf Lindenbaum (12.6.1904 Warschau – September 1941 Vilnius), Mengenlehre und Logik,
Hsiao-Kung Lin (um 581 – 604 in China), Astronomie und Mathematik,
Gino Loria (19.5.1862 Mantua – 30.1.1954 Genua), Geometrie, Geschichte der Mathematik,
Percy MacMahon (26.9.1854 Malta – 25.12.1929 Bognor (England)), klassische Algebra, kombinatorische Analysis und Invariantentheorie,
Karl Peter Heinrich Maruhn (5.12.1904 Chemnitz – 8.2.1976 Gießen), Potentialtheorie,
Jean-Baptiste-Marie-Charles Meusnier de la Place (19.6.1754 Tours – 17.6.1793 Mainz), Differentialgeometrie,
Abraham de Moivre (26.5.1667 Vitry (Champagne) – 27.11.1754 London),
Bernard Nieuwentijt (10.8.1654 Westgraftdijk – 30.5 1718 Purmerend/Nordholland), Infinitesimalrechnung, Gottesbeweise,
Aleksandr Petrowitsch Norden (geb. 24.7.1904 Saratow), Differentialgeometrie und Riemannsche Geometrie,
Georg Simon Ohm (1789 – 1854),
Benjamin Osgood Peirce jun. (11.2.1854 – Beverly (Mass.) – 14.1.1914 Cambridge (Mass.)), Integralrechnung,
Jules-Henri Poincaré (29.4.1854 Nancy – 17.7.1912 Paris), führend auf vielen Gebieten, sehr produktiv,
Dimitrie Pompeiu (22.9.1873 Broscauti – 7.10.1954 Bukarest), Funktionentheorie,
Emil Leon Post (11.2.1897 Augustów (Polen) – 21.4.1954 New York), Logik,
John Henry Pratt (4.6.1804? London – 28.12.1871 Ghazipur (Indien)), erkannte Erde als Sphäroid,
Pythagoras (um 570 – um 497/496 v. Chr.), damit irgendwann 2500. Todestag,
Graf Jacopo Francesco Riccati (28.5.1676 Venedig – 15.4.1754 Treviso), Analysis, insbesondere Differentialgleichungen,
Jacob Ries (1537 - 1604), Sohn von Adam Ries, Rechenmeister in Leipzig,
Johannes Robert Rydberg (8.11.1854 Halmstad – 28.12.1919 Lund), Elemente des Periodensystems,
George Salmon (25.9.1819 Dublin? – 22.1.1904 Dublin), projektive Geometrie und Invariantentheorie,
Wilhelm Schell (31.10.1826 Fulda – 13.2.1904 Karlsruhe), Geometrie,
Karl Heinrich Schellbach (25.12.1804 Eisleben – 29.5.1892 Berlin), Schulmathematik, elliptische Integrale,
Johann Andreas Segner (9.?10.1704 Pozsony (Slowakei) – 5.10.1777 Halle), Kombinatorik, Geometrie,
Paul Samson Tannery (20.12.1843 Mantes – 27.11.1904 Paris), Mathematikhistoriker,
Alan Mathison Turing (23.6.1912 London – 7.6.1954 Wilmslow), universelle Turing-Maschine,
George Jean Marie Valiron (7.9.1884 Lyon – Ende 1954 / Anfang 1955), Funktionentheorie,
Pierre Varignon (1654 Caen – 23.12.1722 Paris), theoretische Mechanik,
Georg Freiherr von Vega (1754? Zagoriza (Jugoslawien) – September 1802 Nußdorf bei Wien), elementares Lehrbuch und 7-stellige Logarithmentafel,

Pierre François Verhulst (28.10.1804 Brüssel – 15.2.1849 Brüssel), Statistik,
Giuseppe Veronese (7.5.1854 Chioggia – 17.7.1917 Rom), Geometrie,
Wilhelm Eduard Weber (1804 – 1891),
John Henry Constantine Whitehead (11.11.1904 Madras – 8.5.1960 Princeton), Topologie und Differentialgeometrie,
Christian Freiherr von Wolff (24.1.1679 Breslau – 9.?4.1754 Halle),
Xenokrates von Chalkedon (396/395 Chalkedon – 314 v.Chr. Athen), Logik

2005

Abraham Adrian Albert (9.11.1905 Chicago – 6.6.1972 Chicago), einer der führenden Algebraiker des 20. Jahrhunderts,
Georgius Agricola (1494 Glaugau – 1555 Chemnitz),
Paul Appell (27.9.1855 Straßburg – 23.10.1930 Paris), Appellsche Polynome und Appellsche Gleichungen,
Jacob I Bernoulli (1654 Basel – 1705 Basel),
Bernard Frénicle de Bessy (ca. 1605 – 1675),
Arne Beurling (3.2.1905 Götenborg – 1986 Princeton?), einer der Begründer der modernen Analysis,
Abu l-Rayhan Muhammad ibn Ahmad al-Biruni (973 – 1055)
Karol Borsuk (8.5.1905 Warschau – 24.1.1982 Warschau), Arbeiten zur Topologie, den Grundlagen der Geometrie und der mehrdimensionalen analytischen Geometrie,
Ismael Boulliau (28.9.1605 Loudun – 25.11.1694 Paris), Astronom und Mathematiker,
Herbert Busemann (geb. 12.5.1905 Berlin), Differentialgeometrie,
Johannes Campanus von Novara (ca. 1205 Novara – 1296 Viterbo)
Cangadeva (1205)
Alfredo Capelli (5.8.1855 Mailand – 28.1.1910 Neapel), arithmetisch-algebraische Probleme,
Conon von Samos (ca. 245 v. Chr.),
August Leopold Crelle (1780 – 1855),
Jean A. Dieudonné (1905 – 1992),
Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (13.2.1805 Düren – 5.5.1859 Göttingen),
Arthur Lee Dixon (27.11.1867 Pickering (Yorkshire) – 28.2.1955 Folkestone), algebraische Geometrie und analytische Zahlentheorie,
Charles Ehresmann (1905 Straßburg – 1979 Amiens), globale Differentialgeometrie,
Albert Einstein (14.3.1879 Ulm – 18.4.1955 Princeton),
Orontius Finaeus (20.12.1494 Briançon – 6.10.1555 Paris), Arithmetik, Geometrie,
Bernard Frénicle de Bessy (1605 Paris – 17.1.1675 Paris), Zahlentheorie,
Hans Freudenthal (geb. 17.9.1905 Luckenwalde), topologische Gruppen,
Nicolaus Fuss (1755 – 1826),
Carl Friedrich Gauß (30.4.1777 Braunschweig – 23.2.1855 Göttingen),
Reiner Gemma Frisius (25.5.1508 Doccum – 25.5.1555 Löwen), Geographie, Astronomie, Arithmetik (Buch mit mindestens 104 Auflagen),

Wasili Leonidowitsch Gontscharow (24.9.1896 Kiew – 30.10.1955 Moskau), Interpolationstheorie und Näherungsfunktionen,
Giovanni Battista Guccia (21.10.1855 Palermo – 29.10.1914 Palermo), diverse einzelne Resultate,
William Rowan Hamilton (4.8.1805 Dublin – 2.9.1865 bei Dublin),
Ding Ju (1355)
Ibn Tibbon, Don Profiat, Don Profeit, Prophatius Judaeus, Jaqob ben Mahir (um 1236 Marseille – 1305 Montpellier), übersetzte Euklids „Elemente“ und „Data“,
Christian Sophus Juel (25.1.1855 Randers – 24.1.1935 Kopenhagen), projektive Geometrie,
Laszlo Kalmar (27.3.1905 Edde – 2.8.1976 Szeged?), Prädikatenlogik,
Wilhelm Kämmerer (geb. 23.7.1905 Büdingen), Entwicklung von Rechenautomaten,
Gottfried Maria Hugo Köthe (25.12.1905 Graz – 30.4.1989 Frankfurt/M), lineare topologische Vektorräume,
Nikolai Mitrofanovich Krylov (1879 – 1955),
Johannes de Lineriis (gest. zwischen 1350 und 1355), astronomische Tabellen,
Wilhelm Lorey (23.1.1873 Frankfurt/M – 3.7.1955 Königstein), Geschichte der Mathematik,
Giovanno Antonio Magini (13.6.1555 Padua – 11.2.1617 Bologna), Mathematiker und Geograph, Gegner Galileis,
Stanislaw Mazur (1.1.1905 Lemberg – 5.11.1981 Warschau), Funktionalanalysis,
Ruth Moufang (10.1.1905 Darmstadt – 26.11.1977 Frankfurt/M), projektive Ebenen,
Sergej Michailowitsch Nikoljski (geb. 30.4.1905 Talizo bei Swerdlowsk), Funktionalanalysis,
Marc-Antoine Parseval des Chênes (27.4.1755 Rosiéres-aux-Salines – 16.8.1836 Paris), Differentialgleichungen,
Rósza Péter geb. Politzer (17.2.1905 Budapest – 16.2.1977 Budapest?), rekursive Funktionen,
Porphyrius (ca. 234 – ca. 305),
Petrus Hispanus Portugalensis (um 1205 Lissabon – 20.5.1277 Viterbo), Logik,
Maximus (Manuel) Planudes (um 1255/60 Nikomedia – um 1305/10 Konstantinopel), Übersetzer von Euklid, 2. byzantinisches Buch über die indische Rechenweise,
Theodor Pöschl (1882 Graz – 1.10.1955 Rimini), angewandte Mathematik,
Porphyrios (eigentlich Malkos oder Malchos) (234 Tyros (Libanon) – 301/305 Rom?), Logik, Kommentare zu Platon,
Franz Rellich (14.9.1906 Tramin – 25.9.1955 Göttingen), Differentialgleichungen,
Franz Reuleaux (30.9.1829 Eschweiler – 20.8.1905 Berlin), Mathematik in der Technik,
Gaspard Clair François Marie Rich de Prony (1755 – 1839),
Karl Rohn (25.1.1855 Schwanheim – 4.8.1920 Leipzig), Geometrie,
Joseph Saurin (1.9.1655 Courthezon – 29.12.1737 Paris), Infinitesimalrechnung,
Victor Schlegel (1843 – 1905),
Lew Genrichowitsch Schnirelmann (2.1.1905 Gomel – 24.9.1938 Moskau), Variationsrechnung, Zahlentheorie,
Karl Schröter (7.9.1905 Wiesbaden – 22.8.1977 Berlin), Logik,
Ludwig Seeber (1793 – 1855),
Nilakantha Somayaji (1455 – 1555)

Emanuel Sperner (9.12.1905 Waltdorf – 31.1.1980 Laufen bei Badenweiler), Algebra, analytische Geometrie,
Otto Stolz (2.7.1842 Hall (Österreich) – 23.11.1905 Innsbruck), Arithmetik, analytische Geometrie, Infinitesimalrechnung, Funktionentheorie,
Jacques Charles François Sturm (15.9.1803 Genf – 18.12.1855 Paris), Sturmscher Satz, Differentialgleichungen,
Tibor Szele (26.1.1918 Debrecen – 5.4. 1955 Debrecen?), Algebra,
Albert William Tucker (geb. 28.11.1905 Oshawa (Kanada)), Operations Research,
Robert Tucker (1832 – 1905),
Varāhamira (etwa 505 Avanti (Indien) – 587 Kapitthala? (Indien)), Astronom und Mathematiker, insbesondere Trigonometrie,
Georges Jean Marie Valiron (1884 – 1955),
Johann Friedrich Weidler (1691? Neuhausen/Thüringen – 1755 Thüringen), Astronomie,
Hermann Weyl (9.11.1885 Elmshorn – 8.12.1955 Zürich), Mathematik und Philosophie,
Paul Wittich (1555? Breslau – 9.1.1587 Breslau), Trigonometrie,
Dai Xu (1805 – 1860),
Laurence Chisholm Young (geb. 14.7.1905 Göttingen), analytische Geometrie,
Zenon von Elea (um 495 Elea – 430 v. Chr.), Beispiel Achilles und Schildkröte,
Leo Zippin (geb. 25.1.1905 New York), Topologie

Literaturhinweise:

Helmuth Gericke: Mathematik in Antike und Orient, Mathematik im Abendland, Wiesbaden 1992
Siegfried Gottwald, Hans-Joachim Ilgauds, Karl-Heinz Schlote: Lexikon bedeutender Mathematiker, Leipzig 1990
Herbert Meschkowski: Mathematiker-Lexikon, Zürich 1980
Michael von Renteln: Die Mathematiker an der Technischen Hochschule Karlsruhe (1825 – 1945), Karlsruhe 2000
Johannes Tropfke: Geschichte der Elementarmathematik, 4. Auflage, Band 1: Arithmetik und Algebra, vollständig neu bearbeitet von Kurt Vogel, Karin Reich, Helmuth Gericke, Berlin / New York 1980
und diverse Recherchen im Internet

Weitere „nichtmathematische“ Jubiläen:

Arnstadt 704, Schleswig 804, Stadt Landshut 1204
Marco Polo (1254 – 1324)
Landshuter = Bayerisch / Kurpfälzischer Erbfolgekrieg 1504,
Götz von Berlichingen eiserne Hand 1504
erste deutsche Euklid-Übersetzung 1555
Eduard Mörike (8.9.1804 – 4.6.1875)
1854 elektrische Glühlampe
4.7.1954 Wunder von Bern

Institute für theoretische Physik Berlin, Göttingen (vor 1882, Neubau 1905)
München 1906,
Königsberg (Mitte 80er Jahre)

Gedenktage (Ergänzung durch Christa Binder):

16.5.: Paul Kuhn (16.5.1901 - ??)

18.5.: Alexander Aigner (18.5.1909 – 7.6.1988)

19.5.: Philipp Furtwängler (21.4.1869 – 19.5.1940)

22.5.: Gustav Kohn (22.5.1899 – 15.12.1921)

Heinrich Löwig (29.10.1904 - ??)
Kalr Strubecker (8.8.1904 – 19.2.1981)
Bela Törtössy (1854 – 1923)
Wilhelm Weiss (3.2.1859 – 18.6.1904)

Henry Mann (27.1.1905 -1.2.2000)
Gyula Valhyi (25.1.1855 – 13.10.1913)
Roland Weitzenböck (26.5.1885 – 24.7.1955)

Nächste Seite: Am Bahnhof Puchberg am Schneeberg steigen wir in den Salamander ein (Photo: Detlef Gronau)

Teilnehmer

* KLAUS BARNER — 128
FB Mathematik-Informatik, Univ. Kassel, D 34109 Kassel
(Am Posthorn 24, D 60486 Frankfurt am Main), Deutschland
Klaus.Barner@uni-kassel.de, klausb@altavista.de

CHRISTA BINDER
Institut für Analysis und Scientific Computing, TU Wien,
Wiedner Hauptstr. 8-10/101, A 1040 Wien, Österreich
christa.binder@tuwien.ac.at

* WOLFGANG BREIDERT — 1
Institut für Philosophie, Universität Karlsruhe,
PF 6980, D 76128 Karlsruhe, Deutschland
Wolfgang.Breidert@philosophie.uni-karlsruhe.de

* MILOŠ ČANAK — 40,117
Brzakova 4, YU 11000 Belgrad, Serbien und Montenegro

LUDWIG DANZER
Institut für Mathematik, Universität Dortmund,
D 44221 Dortmund, Deutschland
Danzer@Math.Uni-Dortmund.de

* PHIL J. DAVIS — 88
Division of Applied Mathematics, Brown University,
Providence, R.I., 02912 USA
Philip_Davis@brown.edu

* GÁBOR DEZSŐ (schriftlicher Beitrag, sh. Filep) — 35
Babes-Bolyai University, Cluj, Rumänien
gdezso@math.ubbcluj.ro

* SERGUI DEMIDOV — 28
Institute for the History of Science and Technology,
Sskii per 1/5, RU 103012 Moscow, Russia

HANNELORE EISENHAUER
Postfach 134, CH 6065 Hasliberg-Goldern, Schweiz
kohl-eisenhauer@bluewin.ch

* GERLINDE FAUSTMANN — 143
Kaisersteing. 6, A 2700 Wiener Neustadt, Österreich
aon.912131060@aon.at

* JASNA FEMPL-MADJAREVIĆ — 57
Ul. Partizanska br. 27/II, Vidirovac,
YU 11000 Belgrad, Serbien und Montenegro
borlja@eunet.yu, jasnaf@net.yu

* LÁSZLÓ FILEP — 16,35
Institute of Mathematics and Informatics,
College of Nyíregyháza, Ungarn
filepl@zeus.nyf.hu

Detlef Gronau
Institut für Mathematik, Universität Graz,
Heinrichstr. 36, A 8010 Graz, Österreich
gronau@uni-graz.ac.at

* Harald Gropp 20
Mühlingstr. 19, D 69121 Heidelberg, Deutschland
d12@ix.urz.uni-heidelberg.de

* Magdalena Hykšová 49
Dept. of Applied Mathematics, Faculty of Transportation Sciences,
Czech Technical Univ., Na Florenci 25, CZ 11000 Prag, Tschechien
hyksova@fd.cvut.cz

* Friedrich Katscher 9,124
Mariahilferstr. 133, A 1150 Wien, Österreich
dr.katscher.vienna@chello.at

Klaus Kohl
Postfach 134, CH 6085 Hasliberg-Goldern, Schweiz
kohl-eisenhauer@bluewin.ch

Gerhard Lindbichler
Senfg. 1/7/3, A 1100 Wien, Österreich
gerhard.lindbichler@chello.at

* Christine Phili 70
Fac. of Applied Math.and Physics, Dep.of Mathematics,
National Technical University, Zografou Campus,
GR 15780 Athen, Griechenland
xfili@math.ntua.gr

Franz Pichler
Schallenbergerweg 7, A 4040 Puchenau, Österreich
pichler@mailbaox.cast.uni-linz.ac.at

* Herbert Pieper 67
Berlin-Brandenburgische Akademie der Wissenschaften,
Alexander-von-Humboldt Forschungsstelle,
Jägerstr. 22/23, D 10117 Berlin, Deutschland
pieper@bbaw.de

* Walter Purkert 104
Hausdorff-Edition, Universität Bonn,
Beringstr. 1, D 53115 Bonn, Deutschland
edtion@math.uni-bonn.de

* Ulrich Reich 62
Kurspalzstr. 14, D 75015 Bretten; Fachhochschule Karlsruhe, FB Wirtschaftsinformatik, Moltkestr. 30, D 76133 Karlsruhe, Deutschland
Familiereich@web.de

Michael von Renteln
Mathematisches Institut I, Universität Karlsruhe,
Englerstr. 2, D 76131 Karlsruhe, Deutschland
Michael.vonrenteln@math.uni-karlsruhe.de

Herwig Säckl 152
Traberweg 1, D 93049 Regensburg, Deutschland
herwsaeckl@aol.com

* Karl-Heinz Schlote 163
Elie-Wiesel-Str. 55, D 04600 Altenburg, Deutschland
schlote@saw-leipzig.de

Peter Schmitt
Fakultät für Mathematik, Universität Wien,
Nordbergstr. 15, A 1090 Wien, Österreich
Peter.Schmitt@univie.ac.at

* Renate Tobies 133
Fraunhoferinstitut für Techno- und Wirtschaftsmathematik,
PF 3049, D 67653 Kaiserslautern, Deutschland
Tobies@mathematik.uni-kl.de

* Waltraud Voss 158
Arbeitsstelle Geschichte der TU Dresden, TU Dresden,
D-01062 Dresden, Deutschland
Waltraud.Voss@web.de

Gerlinde Wussing
Braunschweiger Str. 39, D 04157 Leipzig, Deutschland
wussing_lpz@freenet.de

* Hans Wussing
Braunschweiger Str. 39, D 04157 Leipzig, Deutschland
wussing_lpz@freenet.de

Gäste:

György Führer-Nagy
University Sopron, Ungarn
fuh@emb.nyme.hu

Veit Granzner
A 2344 Maria Enzersdorf, Österreich
veit.granzner@utanet.at

Edmund Hlawka
Institut für Analysis und Scientific Computing, TU Wien,
Wiedner Hauptstr. 8-10/101,
A 1040 Wien, Österreich

Gerhard Kowol
Fakultät für Mathematik, Universität Wien,
Nordbergstr. 15, A 1090 Wien, Österreich
gerhard.kowol@univie.ac.at

Peter Gruber
Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie, TU Wien,
Wiedner Hauptstr. 8-10/104,
A 1040 Wien, Österreich
peter.gruber@tuwien.ac.at

Walter Kuba
Favoritenstr. 14, A 1040 Wien, Österreich
waku@chello.at

Nikolaus Stephanides
Math. Institute, Univ. of Thessaloniki, GR 64006, Griechenland