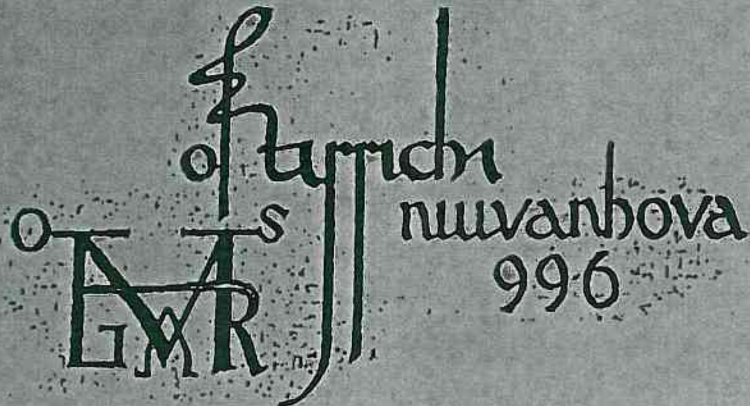
ÖSTERREICHISCHE GESELLSCHAFT
FÜR WISSENSCHAFTSGESCHICHTE

IV. Österreichisches Symposion zur Geschichte der Mathematik

999 JAHRE ÖSTERREICH
– ein Teil der globalen Entwicklung der Mathematik



Österreichische Gesellschaft für Wissenschaftsgeschichte

IV. Österreichisches Symposion zur Geschichte der Mathematik

999 Jahre Österreich
- ein Teil der globalen Entwicklung der Mathematik
in Neuhofen an der Ybbs
bei Amstetten, in Niederösterreich, zwischen Linz und Wien
von Sonntag, 5. November bis Samstag, 11. November 1995

Kurzfassungen der Vorträge

Herausgeber: Christa Binder, Wien

Die Österreichische Gesellschaft für Wissenschaftsgeschichte dankt folgenden Institutionen und Firmen, ohne deren Unterstützung die Durchführung der Tagung nicht möglich gewesen wäre:

dem Bundesministerium für Wissenschaft, Forschung und Kunst,
der Österreichischen Akademie der Wissenschaften,
dem Amt der niederösterreichischen Landesregierung,
der Siemens AG Österreich,
dem Birkhäuser Verlag, Basel,
der Österreichischen Fremdenverkehrswerbung,

sowie der Technischen Universität Wien, insbesondere dem Institut für Analysis, Technische Mathematik und Versicherungsmathematik, dessen Einrichtungen zur Organisation der Tagung unentbehrlich waren.

Wien, im November 1995

Gedruckt mit Unterstützung des Amtes der niederösterreichischen Landesregierung.

PROGRAMM

MONTAG *(6. November 1995)* 9.30 — 12.30

KARL-HEINZ SCHLOTE *(Altenburg)* 1
999 Jahre Österreich -- Bunte Bemerkungen zur Geschichte der Mathematik in den letzten 100 Jahren unter Betonung funktionalanalytischer Forschungen.

CIRCE MARY SILVA DA SILVA *(Vitoria, Brasilien)* 7
Lacroix und Compte: Die Popularisierung der analytischen Geometrie in Brasilien im 19. Jahrhundert.

JASNA MADAREVIĆ *(Beograd)* 14
On the activity of the Seminar on history and philosophy of mathematics of the Serbian Academy of Sciences and Arts.

MICHAEL TOEPELL *(München)* 16
Bemerkungen zur Entwicklung der Mathematik an der Universität München.

MONTAG *(6. November 1992)* 16.00 — 18.30

HARALD GROPP *(Heidelberg)* 21
On the history of configurations II — Austria and the rest of the world.

ANETTE VOGT *(Berlin)* 26
Nicht nur Liese Meitner: Österreicherinnen in Instituten des KWG.

CHRISTA BINDER *(Wien)* 31
Wann ist ein Mathematiker ÖSTERREICHISCH? - einige Bemerkungen über eine Datenbank zu diesem Thema.

EDMUND HLAWKA *(Wien)* 33
Aus meiner Studienzeit.

DIENSTAG *(7 November 1995)* 9.30 — 12.30

HANS KAISER *(Wien)*
Hermann von Kärnten — der erste österreichische Mathematiker?

DETLEF GRONAU *(Graz)* 37
War Paulus Guldin ein Plagiator?

MARIA GRUBER *(Melk)* 47
Philibert Utz. Melker Benediktiner und Mathematiker im 17. Jahrhundert.

WALTRAUD VOSS *(Dresden)*
Gerhard Kowalewskis Wirken an der TU Dresden von 1920 — 1939.

DIENSTAG *(7. November 1995)* 16.00 — 18.30

GEORG SCHUPPENER *(Leipzig)* 52
Jesuiten-Mathematiker an der Prager Ferdinandea 1556 bis 1654.

SERGIO NOBRE *(Rio Claro, Brasilien)*
Valentin Estaciel (1637–1705): Jesuit-Mathematiker in der Kolonalzeit Brasiliens.

PETER L. GRIFFITHS *(London)* 58
The velocity of celestial bodies is determined by Kepler's distance law rather than by Newton's Pricipia.

MILOŠ ČANAK *(Beograd)* 63
Über die Geschichte der Permanenten.

MITTWOCH *(8. November 1995)* 9.30 -- 13.00

Ausflug mit Besichtigung des Stiftes Seitenstetten.

MITTWOCH *(8. November 1995)* 16.00 — 18.30

GERLINDE FAUSTMANN *(Wiener Neustadt)* 69
Österreichische Mathematiker des 18. Jahrhunderts.

JASNA MADAREVIĆ *(Beograd)* 81
Rudolf Steiner, anthroposophical mathematics and its reflexes in Yugoslavia.

NADA RAZPET *(Ljubljana)* 85
Computers in mathematics education.

DONNERSTAG *(9. November 1995)* 9.30 — 12.30

HANS WUSSING *(Leipzig)*
Dresdner Gutachten über die polytechnischen Schulen in Wien und Prag, Anfang 19. Jahrhundert.

RENATE TOBIES *(Berlin)* 88
Physiker als Mitglieder der Deutschen Mathematiker-Vereinigung — unter besonderer Berücksichtigung von Ludwig Boltzmann und weiteren österreichischen Physikern.

IVOR GRATTAN-GUINNESS *(Bengeo, Herts)*
Wie hat Bernhard Russell *the principles of mathematics* (1903) geschrieben?.

PHILIP J. DAVIS *(Providence, R.I.)* 93
Aufklärung, Tod und die Möglichkeit der Verklärung der Dreiecksgeometrie (in englisch).

999 Jahre Österreich - Bunte Bemerkungen zur Geschichte der Mathematik in Österreich in den letzten 100 Jahren unter Betonung funktionalanalytischer Forschungen

Karl-Heinz Schlote (Leipzig)

Wenn die offizielle Landesgeschichte auf eine sogenannte „runde" Anzahl von Jahren zurückblicken kann, wird dies meist zum Anlaß genommen, um sich mit der vorangegangenen Entwicklung auseinanderzusetzen. Dabei reichen die Möglichkeiten der Beschäftigung von einer einfachen Konstatierung der Fakten bis zu einer umfassenden historischen Analyse der Entwicklung. In diesem Sinne sind auch 999 Jahre Österreich ein hinreichender Grund, um das Werden und Wachsen der Mathematik in Österreich genauer zu betrachten. Zu einem solchen Unternehmen sollen hier schlaglichtartig einige Bemerkungen für die Zeit vom Ende des 19 Jhs. bis etwa zur Mitte des 20.Jhs. angeführt werden. Die Beurteilung des aktuellen Standes der Mathematik in Österreich und ihrer Erfolge in den letzten 20-25 Jahren wird bewußt den aktiven Vertretern dieser Disziplin überlassen. Außerdem wird das Thema etwas großzügig ausgelegt, indem einige mathematische Leistungen gewürdigt werden sollen, die von Personen vollbracht wurden, deren Geburtsort zum jeweiligen Zeitpunkt auf dem Territorium des damaligen Staates Österreichs lag. Insbesondere wurden also einige Mathematiker berücksichtigt, die all ihre Entdeckungen außerhalb Österreichs gemacht haben. Die für eine umfassende Behandlung der Problematik wichtigen Fragen, wann ein Mathematiker „österreichisch" ist und was man sinnvollerweise unter der Entwicklung der Mathematik in Österreich verstehen sollte, werden nicht erörtert. Mit ihnen beschäftigen sich bereits andere Vorträge des Symposiums
Unter den eingangs gemachten Prämissen kristallisieren sich 6 Teilgebiete der Mathematik heraus, auf denen besonders intensiv geforscht wurde, und dieses Bemühen führte auch zu international beachteten Erfolgen. Es handelt sich dabei um die Geometrie/Differentialgeometrie, die Zahlentheorie, die Topologie, die Funktionentheorie, die Funktionalanalysis und die Behandlung von Differentialgleichungen. Hinzu kommen noch drei Gebiete, auf denen Einzelpersönlichkeiten außerordentliche Ergebnisse erzielten. Gemessen am Einfluß auf die internationale Mathematikentwicklung sind diese Einzelleistungen den Beiträgen in den obigen sechs Disziplinen ebenbürtig. Von den hier ins Blickfeld gerückten Mathematikern ist zuerst wohl Kurt Gödel mit seinen grundlegenden Sätzen zur Logik zu nennen, etwa den Unvollständigkeitssätzen von 1931 oder der Aussage von 1938, daß im Rahmen der üblichen Mengentheorie Auswahlaxiom und Kontinuumshypothese nicht widerlegt werden können Zum zweiten sei Johann Radon mit seiner Maß- und Integrationstheorie erwähnt. Speziell die Überlegungen zur Umkehrung des Radon-Integrals haben ja über ein halbes Jahrhundert später sehr fruchtbare Anwendungen in der Medizin und anderen Gebieten gefunden. Ein zweites Betätigungsfeld Radons, die Differentialgeometrie einschließlich der Beziehungen zur Variationsrechnung, gehört zu den oben genannten Hauptentwicklungsrichtungen. Drittens müssen die Leistungen von Emil Artin und Walter Feit auf algebraischen Gebiet gewürdigt werden Artin war u a zusammen mit E. Noether und B L. van der Waerden maßgeblich an der Herausbildung der

abstrakten Algebra beteiligt und löste zusammen mit O. Schreier das 17 Hilbertsche Problem, d. i. die Darstellbarkeit der positiv definiten rationalen Funktionen mit reellen Koeffizienten als Quotient von Quadratsummen von Polynomen, nachdem beide zuvor die Theorie der reellen bzw. reell-abgeschlossenen Körper aufgebaut hatten. Weiterhin verallgemeinerte er die Wedderburnschen Struktursätze für Algebren und machte sich um die Linearisierung der Galois-Theorie verdient. Ein großer Teil dieser Ergebnisse und viele weitere Erfolge Artins sind natürlich mit der Zahlentheorie verbunden. Von W. Feit sei hier stellvertretend nur der Satz von Thompsen-Feit aus dem Jahre 1963 erwähnt, der die Auflösbarkeit jeder endlichen Gruppe ungerader Ordnung besagte und zahlreiche neue Forschungen zur Klassifikation endlicher Gruppen stimulierte. Soviel zu den Richtungen, die nur durch eine oder zwei Personen repräsentiert werden. Der Lebensweg dieser vier Mathematiker weist nochmals auf einige Probleme hin, die sich beim Studium der Mathematik in Österreich ergeben können: Radon und Gödel wurden in Tetschen (Decin) bzw. Brünn (Brno), also in Böhmen bzw. Mähren, geboren und wirkten dann längere Zeit in Wien. Dagegen haben Artin und Feit, beide sind in Wien geboren, ihre wissenschaftliche Laufbahn vollständig im Ausland absolviert, wenn man von Artins Studienjahren in Wien absieht. Es stellt sich wieder die Frage, in welchem Umfang und mit welcher Berechtigung man ihre Leistungen zur Mathematikentwicklung in Österreich zählen darf.

In dem hier gebotenen Rahmen ist es nicht möglich, alle sechs als wichtige Forschungsrichtungen genannten Gebiete gleichermaßen ausführlich zu betrachten. Dies soll im folgenden für die Funktionalanalysis geschehen, während die anderen Disziplinen durch die Angabe einiger Hauptvertreter dokumentiert werden sollen. Für die Geometrie/Differentialgeometrie sei an Wilhelm Blaschke, Walter Mayer, Rudolf Inzinger, Georg Pick, Kurt Strubecker, Theodor Vahlen und den schon erwähnten Radon erinnert. Der Name Blaschke spricht für sich, man denke nur an die Schaffung der Integralgeometrie sowie die Beiträge zur Theorie konvexer Körper und zur topologischen Differentialgeometrie. Mayer verfaßte insbesondere mit Adalbert Duschek ein allgemein anerkanntes Lehrbuch zur Differentialgeometrie und ist meist durch die Zusammenarbeit mit A. Einstein seit Ende der 20er Jahre bekannt.

Ein zweiter Forschungsscherpukt war die Zahlenmtheorie. Da mit Edmund Hlawka ein führender Vertreter dieser Richtung und Begründer der österreichischen Schule in der analytischen Zahlentheorie selbst einen Vortrag auf diesem Symposium angekündigt hat, genügen hierzu einige Stichpunkte. Neben den Leistungen Hlawkas sei erinnert an Leopold Gegenbauer, dessen Schaffenszeit primär noch ins 19. Jahrhundert fällt, an Nikolaus Hofreiter, der u. a. 1934 zeigen konnte, daß es unendlich viele reell-quadratische Körper gibt, in denen kein euklidischer Algorithmus existiert, und natürlich an E. Artin. Zur Charakterisierung von Artins Leistungen reicht der Hinweis auf den grundlegenden Ausbau der Klassenkörpertheorie, die Verallgemeinerung zahlentheoretisch bedeutsamer klassischer Funktionen, sog. Artinsche L-Funktion, und Bestätigung zahlreicher Resultate für diese Funktion.

Für die Forschungen über Differentialgleichungen, gewöhnliche wie partielle, und der mit ihnen verknüpften Anwendungen stehen Namen wie Eberhard Hopf, Gustav Herglotz, Franz Rellich und Josef Plemelj. Hopf hat u. a. die Theorie elliptischer Differentialgleichungen sowie die Hy-

dro- und Aerodynamik um grundlegende Resultate bereichert, während Herglotz die Palette der gelösten Anwendungsprobleme vielseitig ergänzte, beispielsweise in seinem dreibändigen Werk zur Integration linearer partieller Differentialgleichungen. Rellich, der elegant abstrakte funktionalanalytische Forschung mit konkreten Untersuchungen über partielle Differentialgleichungen verband, muß wegen seines Auswahlsatzes (1930), der in der Regularitätstheorie bedeutsam ist und die Einbettung des Sobolew-Raumes H^1 in den L^2 regelt, den Satz von Rellich (1940) über die höchstens abzählbar vielen ganzen Lösungen $w(z)$ der Differentialgleichung $w' = f(z, w)$ für eine in w lineare ganze Funktion f und die Aussage über die höchstens zwei Lösungen der Monge-Ampere-Gleichung im elliptischen Fall ($z_{xx}z_{yy} - z^2_{xy} = az_{xx} + 2bz_{xy} + cz_{yy} + g$; $a = a(x,y,z,z_x,z_y)$ analog b, c) genannt werden. In den Untersuchungen Plemeljs, der 1908 das klassische Riemann-Hilbertsche Problem über die Bestimmung eines Systems linearer Differentialgleichungen mit vorgeschriebener Monodromiegruppe gelöst hatte, vereinen sich Fragen der Differentialgleichungstheorie mit denen der Funktionentheorie gleichermaßen, so daß er auch als führender Vertreter für die Forschungsrichtung der Funktionentheorie zu nennen ist. Dies gilt auch für seine bedeutenden Beiträge zur Potential- und zur Uniformisierungstheorie. Außer durch Plemelj und den schon erwähnten Gegenbauer mit seinen Studien über spezielle Funktionen wird die Funktionentheorie durch Walter Rudin, Alfred Tauber und Wilhelm Wirtinger repräsentiert. Als wichtige Einzelleistungen seien Taubers Umkehrung des Abelschen Grenzwertsatzes für Potenzreihen (1897) sowie die Angabe einer komplexen Funktion, deren Realteil vorgeschriebene Randwerte auf dem Kreis annimmt und Wirtingers umfangreiche Untersuchungen über die Thetafunktionen (ab 1895) hervorgehoben.

Ein weiteres Betätigungsfeld österreichischer Mathematiker war die Topologie. Auch hier findet sich mit Karl Menger, Walter Mayer, Heinrich Tietze, Leopold Vietoris und Gottfried Köthe eine Reihe berühmter Mathematiker, deren Leistungen allgemein bekannt und anerkannt sind. Menger entwickelte ab 1921 eine neue Kurven- und Dimensionstheorie, die er in den folgenden Jahren ausbaute und die gegenüber der Urysohnschen Theorie für eine Reihe von Räumen einfacher handhabbar war. W. Mayers Beschäftigung mit topologischen Fragen 1928/29 blieb ein kurzes Intermezzo, das der algebraischen Topologie aber immerhin eine gruppentheoretische Begründung der Homologiegruppen und erste Vorarbeiten zur Kohomologietheorie brachte. Dagegen widmete Tietze sein ganzes Leben der Topologie und war wesentlich am Aufschwung dieser Disziplin beteiligt. So half er maßgeblich mit, viele Grundbegriffe aufzuklären, studierte das Verhältnis verschiedener Trennungsaxiome, von denen eines nach ihm benannt ist und zur Definition der normalen Räume führte, und bewies grundlegende Sätze, wie den Tietzeschen Erweiterungssatz über die Fortsetzung einer beschränkten stetigen Funktion, die auf einer abgeschlossenen Menge eines metrischen Raumes definiert ist, zu einer auf dem ganzen Raum stetigen Funktion. In ähnlichem Rahmen bewegten sich auch die ersten Arbeiten von L. Vietoris zur Topologie, sie enthalten Vorstufen zum Begriff des Filters und der Moore-Smith-Folge. Vietoris wandte sich dann der algebraischen Topologie zu und erwarb sich große Verdienste beim Aufbau einer Homologie- und Kohomologietheorie sowie der Herleitung von Dualitätssätzen (Mayer-Vietoris-Technik). Mit G. Köthe und seinen Studien über topologische Vektorräume ist zugleich der Übergang zur letzten, der angeführten Traditionslinien, zur Funktionalanalysis, gegeben. Wieder waren es fünf namhafte Mathematiker, die wesentliche Akzente in der Entwicklung dieser Disziplin gesetzt haben und gleichzeitig interessante Beziehungen zu anderen mathematischen Teilgebieten herstellten.

Als erster ist der 1875 in Wien geborene Ernst Fischer zu nennen. Mit dem Satz von Fischer-Riesz begründete er 1907 unabhängig von F. Riesz nicht nur die Vollständigkeit und Separabilität des Raumes $L^2(I)$, sondern schuf damit den Prototyp eines normierten Raumes, der die Definition der L_p-Räume nahelegte und den Weg zu einer allgemeinen Theorie normierter Räue ebenete. Die Einführung der L_p-Räume der zur p-ten Potenz integrierbaren Funktionen über einem kompakten Intervall wurde 1910 von F. Riesz vollzogen. 1913 knüpfte dann der Wiener E. Helly an das 1909 von F. Riesz bewiesene Theorem über die Darstellung der stetigen linearen Funktionale auf dem Raum der stetigen Funktionen an und wollte "einen Beweis geben, der .. nur Hilfsmittel benützt, die durch die Theorie der linearen Funktionaloperationen selbst dargeboten werden. ... Und endlich soll eine Anwendung auf die sogenannte Integralgleichung erster Art gemacht werden " /Helly 1913, S. 266/ Die Arbeit enthielt mehrere bemerkenswerte funktionalanalytische Sätze und Ideen. Nicht alle Resultate waren neu, entscheidend war jedoch, daß Helly sie unter dem Blickwinkel des Studiums linearer stetiger Funktionale, oder Funktionaloperationen wie er sie nannte, präsentierte. So formulierte er beispielsweise den Satz von Banach-Steinhaus und das Prinzip der gleichmäßigen Beschränktheit für Funktionale auf dem Raum der stetigen Funktionen C[I] /Helly 1913, S. 268/ sowie einen Hilfssatz, der die Grundidee des Satzes von Hahn-Banach über die Fortsetzung linearer stetiger Funktionale enthielt /Helly 1913, S. 272/

Der Hilfssatz besagte, wenn ein lineares stetiges Funktional auf einem von n Funktionen aufgespannten Teilraum vorliegt, so kann es unter Erhaltung der Norm zu einem linearen stetigen Funktional auf einen von n+1 Funktionen aufgespannten Teilraum fortgesetzt werden. Genau dies ist auch in modernen Beweisen ein Kernstück der Ableitung des Hahn-Banach-Theorems. Ein zweiter wichtiger Schritt ist der Nachweis eines maximalen Elements in der Menge der Fortsetzungen bei überabzählbar vielen Dimensionen. Dieses Problem löste H. Hahn 1927 bei der Verallgemeinerung der Hellyschen Ideen. 1921 publizierte Helly seine zweite bedeutende Arbeit "Über Systeme linearer Gleichungen mit unendlich vielen Unbekannten" /Monatsh. Math Phys. 31(1921), 60 -91/ Er hatte entdeckt, daß infolge der geometrischen Interpretation des Gleichungssystems die entscheidende Lösbarkeitsbedingung das Vorhandensein einer Abstandsfunktion im unendlichdimensionalen Raum ist. Er gab eine abstrakte Definition der Norm und stellte wohl erstmals Beziehungen zu Minkowskis Konvexitätsbetrachtungen her. Hervorzuheben ist wieder die typisch funktionalanalytische Wendung, die Helly dem Problem gab, indem er die Lösbarkeit des Gleichungssystems als Spezialfall der Bestimmung eines linearen beschränkten Funktionals (Operation) auffaßte, das an unendlich vielen vorgegebenen Punkten vorgegebene Werte annimmt. Für den Nachweis einer solchen Operation griff er auf die Überlegungen zur Fortsetzung linearer Funktionale aus seiner früheren Arbeit zurück. Da Helly stets auch sein Ausgangsproblem, die Lösbarkeit eines Gleichungssystems im Blick hatte, wurden all diese Aussagen zwar allgemein, aber meist für Folgenräume ausgesprochen. Insgesamt handelt es sich um wichtige Beiträge zur Herausbildung der Funktionalanalysis, mit denen er sich würdig in die Reihe der Großen dieses Gebietes einreiht. Leider war es ihm in den folgenden Jahren durch widrige Lebensumstände nicht vergönnt, seine Resultate weiter auszubauen.

Einer, der die Hellyschen Ideen fortführte, war Hans Hahn. Er knüpfte direkt an Hellys zweite Arbeit aus dem Jahre 1921 an und publizierte bereits im nächsten Band der gleichen Zeitschrift eine abstrakte Definition der linearen normierten Räume. Die Darstellung ist weiter durchgebildet als bei Helly. Wichtige Fakten wurden klar hervorgehoben und zusammengefaßt an den Anfang gestellt, dabei schränkte sich Hahn von Anfang an auf vollständige Räume ein. Auch er verifizierte einen Satz vom Typ des Banach-Steinhaus-Theorems sowie Aussagen zur Konvergenz von Operatorfolgen. Ein wesentlicher Fortschritt gegenüber Helly ist dann die systematische Angabe von Beispielen für lineare normierte Räume und die Anwendung der Theorie auf diese Räume.

Bei diesen Beispielen wird Hahns reicher Erfahrungsschatz über reelle Funktionen und Integrationstheorie deutlich, Gebiete zu denen er bereits vorher lange erfolgreich gearbeitet hatte. Vier Jahre später griff er dann Hellys Idee zur Fortsetzung linearer Operationen auf, erweiterte sie in einem wesentlichen Punkt und präsentierte eine systematische und ganz abstrakte Herleitung in linearen Räumen. Das Ergebnis ist das berühmte Hahn-Banach-Theorem /Hahn 1927, S. 217/, das S. Banach unabhängig 1929 bewies und dabei eine Verallgemeinerungsmöglichkeit auf lokalkonvexe Räume eröffnete. Auch bezüglich der Dualität setzte Hahn Hellys Ideen fort und vermerkte, daß der duale Raum, bei ihm noch polarer Raum genannt, wieder ein vollständiger linearer Raum ist. Dieudonné bezeichnete die Arbeit von Hahn als die Geburtsstunde der Dualitätstheorie, die erstmals eine eigenständige Bedeutung erlangte.

Eine Fortsetzung fand die angedeutete Traditionslinie unter den aus Österreich stammenden Mathematikern dann in der Person des 1905 in Graz geborenen Gottfried Köthe. Zusammen mit O. Toeplitz publizierte er 1934 die Arbeit "Lineare Räume mit unendlichvielen Koordinaten und Ringe unendlicher Matrizen" /J. reine angew. Math. 171(1934), 193 - 226/ und begann damit seine langjährigen Forschungen zu Folgenräumen oder Koordinatenräumen, wie sie Köthe nannte. Nach Einführung der sogenannten vollkommenen Räume als Räume, die mit ihrem bidualen Raum übereinstimmen, analysierten sie verschiedene Möglichkeiten im Folgenraum einen Konvergenzbegriff mit Hilfe des dualen Raumes zu definieren. Dies bedeutet aber nichts anderes, als mit Hilfe des dualen Raumes eine Topologie im Ausgangsraum festzulegen, und da der Ausgangsraum im Bidual enthalten ist, geht dies analog für den dualen Raum. Damit war prinzipiell der Weg gebahnt, um verschiedene Topologien im dualen Paar zu studieren. Fünf Jahre später, 1939, vervollständigte Köthe seine Studien mit der Definition der schärfsten Topologie, für die noch gilt, daß eine auf einem linearen Teilraum erklärte, im Sinne der Topologie stetige Linearfunktion stets durch eine Stelle des dualen Raumes erzeugt wird. Diese Topologie wird durch die beschränkten, schwach kompakten Mengen im dualen Raum erzeugt. Es ist also genau die Mackey-Topologie im lokalkonvexen Raum und die obige Aussage entspricht dem Satz von Mackey-Arens, den G. Mackey und R. F. Arens 1946 für lokal-

SCHLOTE

konvexe Räume bewiesen haben Damit hatte Köthe teilweise im Zusammenwirken mit Toeplitz für vollkommnene Räume die Dualitätstheorie vollständig entwickelt und zwar in einer Weise, die in den wesentlichen Punkten übertragbar war und die zentralen Aussagen entsprechend akzentuierte. Dies war ein bedeutender Beitrag zur stürmischen Entwicklung der Funktionalanalysis in jenen Jahren. Der große Siegeszug der Dualitätstheorie toplogischer Räume begann etwa 15 Jahre später als diese Resultate in der Distributionentheorie eine wichtige Anwendung fanden.

Die Distributionentheorie ist auch die Brücke, um nochmals an Franz Rellich zu erinnern. Neben den in Verbindung mit der Theorie der Differentialgleichungen erwähnten Ergebnissen stammen von ihm mehrere interessante Arbeiten zur Störungstheorie linearer Operatoren. Diese Forschungen liegen außerhalb der hier skizzierten Traditionslinie, so daß auf sie nicht näher eingegangen werden soll. Obwohl es nicht direkt zur Formierung einer funktionalanalytischen Schule in Österreich kam, ist diese Disziplin eine der Richtungen, zu der Mathematiker aus Österreich einen beachtlichen überdurchschnittlichen Beitrag leisteten, wobei sich Fragen bezüglich linearer Räume und deren linearer Funktionale sowie des dualen Raumes mehr oder weniger zufällig als Kristalisationskeim für diese Forschungen erwies. Mehr kann und sollte mit der gegebenen Darstellung im Sinne einer Anregung für eine detaillierte Analyse aus Anlaß des 1000 Jahrestages der österreichischen Staates nicht gezeigt werden.

Literaturauswahl:

Butzer, P. L. et al: 1980, Eduard Helly (1884 - 1943) - Eine nachträgliche Würdigung Jber. DMV 82(1980), 128-151.

Dieudonné, J.: 1981, History of Functional Analysis. North-Holland Amsterdam, New York, Oxford, 312 p.

Eichhorn, R.: 1985, Vertreter der Mathematik und Geometrie an den Wiener Hochschulen 1900 - 1940. VWGÖ Wien 1985, 741 S.

Hahn, H.: 1922, Über Folgen linearer Operationen. Monatsh. Math. Phys., 32(1922), 3-88

Hahn, H.: 1927, Über lineare Gleichungssysteme in linearen Räumen. Journ. reine angew Math. 157(1927), 214-229

Helly, E : 1912, Über lineare Funktionaloperationen. Österr. Akad. Wiss., Math -Naturw Kl , Bd. IIa, 121(1912), S. 265-297.

Helly, E.: 1921, Über Systeme linearer Gleichungen mit unendlich vielen Unbekannten Monatsh. Math. Phys. 31(1921), 60-91

Köthe, G.; Toeplitz, O.: 1934, Lineare Räume mit unendlich vielen Koordinaten und Ringe unendlicher Matrizen. Journ. reine angew. Math. 171(1934), 193-226.

Köthe, G.; 1938, Lösbarkeitsbedingungen für Gleichungen mit unendlich vielen Unbekannten Journ reine angew. Math. 178(1938), 193- 213.

Köthe, G., 1939, Erweiterung von Linearfunktionen in linearen Räumen. Math. Annalen 116(1939), 719-732

Köthe, G · 1960, Topologische lineare Räume I Springer Berlin, Göttingen Heidelberg 1960, 456 S

Lacroix und Comte: Die Popularisierung der Analytischen Geometrie in Brasilien, im 19. Jahrhundert

Circe Mary Silva da Silva[1]

Zusammenfassung: Der Franzose Sylvestre Lacroix (1765-1843), Dozent an der Ecole Polytechnique von Paris, schrieb mehrere Lehrbücher über verschiedene Sachgebiete der Mathematik. Sie wurden offiziell an Schulen, Gymnasien und Hochschulen in Frankreich verwendet, ebenso fanden sie große Akzeptanz in anderen Ländern. In Brasilien dominierten Lacroixs Lehrbücher über längere Zeit. 1812 übersetzte der Brasilianer José Victorino Santos de Souza die dritte Ausgabe vom Lacroixs Werk, *O Tratado Elementar de Aplicação de Álgebra à Geometria*, das mehr als nur eine einfache Übersetzung darstellt. Dieses Werk wurde bis in die siebziger Jahre bei Mathematik Studiengänge als Standartwerk in Brasilien empfohlen. 1843 veröffentlichte Auguste Comte (1798-1857) das Schulbuch *Traité elémentaire de géométrie analitique a deux e trois dimensions*. Mit der Infiltration des Positivismus in die Militärakademien und Ingenieur Schulen, wurde das Buch von Lacroix über Analytische Geometrie mit der Zeit durch Comtes Werk ersetzt. Diese Arbeit beschreibt und vergleicht beide oben genannte Werke.

Anwendung der Algebra auf die Geometrie von Lacroix

Das "Traité élémentaire de trigonométrie rectiligne et sphérique, et d'Application de l'Algèbre à la Géométrie", dessen erste Auflage 1798 erschien, war das erste Buch, das die Analytische Geometrie auf zwei Dimensionen systematisch behandelte. Von diesem Werk sind im 19. Jhd. siebenundzwanzig Auflagen auf Französisch erschienen, so daß es als empfohlenes Schulbuch an Schulen, Gymnasien, Militärakademien, Pädagogieschulen , usw. verwendet wurde. Diese Auflagen beinhalten praktisch keine Veränderungen.

Um sein Lehrbuch über Analytische Geometrie zu schreiben ließ sich Lacroix von Lagrange und Monge inspirieren. In der ersten Auflage des Buches "Feuilles d'analyse appliqué à la géométrie", 1795, begann Gaspard Monge (1748-1818) mit der Gleichung der Geraden in der Ebene, stellte die Bedingungen zur senkrechten Richtung zwischen Geraden auf, obschon diese Bedingungen in den nachfolgenden Auflagen nicht enthalten waren, wobei in seinem Werk nur die Ergebnisse bezogen auf die Analytische Geometrie auf drei Dimensionen herausgegeben wurden. Lacroix kannte genau die Arbeit Monges, schließlich er war sein Schüler und wurde später sein Kollege. Monge diente Lacroix als Modell zur Darstellung einer Abhandlung der Analytischen Geometrie in der Ebene, aber in Wahrheit hat er sich an Lagrange inspiriert. Lagranges Aufsatz von 1773, mit dem Titel "Analytische Lösungen jegliche Probleme dreieckiger Pyramiden" war dessen Meisterstück über die Art von Geometrie, die Lacroix sich wünschte.

Merkwürdigerweise steht Lacroixs Werk dem von Descartes sehr nah. Er nähert sich der Analytischen Geometrie nicht über das Koordinatensystem, dieses wird erst später eingeführt. Am Beispiel Descartes, zeigt er wie klassischer Probleme der euklidischen Geometrie mit der Hilfe der Algebra gelöst werden können und ebenso wie sie geometrisch gebildet werden. Lacroix wiederholt die Konstruktionen für die elementaren Operationen nach Descartes, im Jahr 1637, wie z.B. für die Quadratwurzel und die Wurzel einer algebraischen Gleichung. Diese Art der Konstruktion taucht bei fast allen Autoren von Lehrbüchern über Analytische Geometrie in 19. Jh. auf.

Es wird sehr viel Wert darauf gelegt, zu zeigen, daß analytische Vorgehensweisen, obwohl sehr wirksam, von geometrischen Konstruktionen ersetzt werden können und diese als eleganter angesehen werden. Scheinbar hat die analytische Methode noch nicht das Durchsetzungsvermögen oder vielleicht, ist die euklidische Tradition noch zu sehr präsent in der Auffassung einer Mathematik, die sich durch ihre "Eleganz" auszeichnen soll.

Nach der Einführung des Koordinatensystems, behauptet der Autor, daß die einfachste aller Gleichungen die Gleichung ersten Grades sei und diese stellt eine Gerade dar.

"Diese Gleichung kann durch **Cy = Ax + B** oder **y = ax + b** dargestellt werden (S.42). Sie entsteht aus der Ähnlichkeit von Dreiecken. Der Koefizient hängt vom Winkel der Geraden AE mit dem Achse AB und im rechtwinkeligen Dreieck APM ab, wobei "**a**" die Tangente dieses Winkels darstellt. Von diesem Zeitpunkt zeigt der Autor den Parallelismus der Geraden, die notwendige Punktzahl zur

[1] Dra.Circe Mary Silva ist Mathematikdozentin des "Departamento de Matemática e Estatística" der Universität von Caxias do Sul, Brasilien.

Bestimmen einer Geraden, die Gleichung der Geraden an zwei Punkten, senkrechte Richtung der Geraden, Entfernung zwischen zwei Punkten, Abhandlung des Schnitts von Geraden und Winkel zwischen zwei Geraden. Anhand des Begriffs der Entfernung zwischen zwei Punkten, leitet er die allgemeine Gleichung des Kreises $x^2 - 2px + p^2 + y^2 - 2py + q^2 = r^2$ ab, und löst das Problem, die Gleichung des Kreises zu bestimmen, die über drei gegebene Punkte geht. Es folgen eine Reihe von Problemen mit Geraden und Kreise, unter anderem, die Fläche des Dreiecks. Um dieses Problem zu lösen stützte sich Lacroix stark auf Lagrange.

Nach der detaillierten Studie über die Geraden, die die Probleme des Kreises miteinschließt, stellt der Autor die Gleichung zweites Grades mit zwei Variablen dar und behauptet, daß die Gleichung des Kreises nicht mehr ist, als ein Sonderfall der Gleichungen zweiten Grades und das dies bezüglich Kurven noch zu bestimmen sei, die den anderen Fällen entsprechen, bei denen die Formel der Gleichung zweiten Grades mit zwei Variablen eingeschlossen ist.

$y^2 + axy + bx^2 + cy + dx = e$

Mit dem Ziel, Kurven zu analysieren, die eine solche Gleichung darstellen, isoliert er das Glied y und ordnet die Kurven nach Gliedern unter der Wurzel.

Die Annäherung über Lacroixs Koordinatentransformationen unterscheidet sich von der 1748 von Euler dargestellten, bei der er trigonometrische Beziehungen anwendet. Hier arbeitet der Autor nur mit Ähnlichkeiten von Dreiecken und schließt jegliche Referenz auf Sinus und Cosinus von Winkeln aus. Lediglich in einer Fußnote erklärt der Autor, daß es nicht schwer sei, die Bezeichnungen m, n, p und q in Sinus- und Cosinusglieder der zwischen den Koordinatenachsen verstandenen Winkeln umzuwandeln, und wir hätten dann die in vielen Werken gefundenen Formeln. Allerdings die "hier adoptierte Form verkürzt die Ausdrücke und besitzt mehr analytische Eleganz," und deshalb wurde sie von Lagrange und Monge vorgezogen, anstelle durch den Gebrauch trigonometrischer Funktionen gemäß Euler, 1748.

Obwohl der Autor geometrische Darstellungen zu Hauf verwendet (76 Figuren), kommt nicht ein numerisches Beispiel der Probleme vor, alle wurden allgemein gehalten, und es gab weder gelöste Beispiele noch vorgeschlagene Probleme.

Wodurch wurde Lacroixs Buch in Brasilien bekannt?

Mit der Ankunft der königlichen portugiesischen Familien in Brasilien, unterzog sich das brasilianische intellektuelle Leben, vor allem das Hofleben (Rio de Janeiro) bedeutenden Veränderungen. Am 13. Mai, 1808 wurde die königliche Druckerei gegründet. Das Schulbuch von Lacroix über Analytische Geometrie wurde von José Victorino Santos de Souza übersetzt und 1812, in Rio de Janeiro gedruckt. Er war auch Dozent der Militärschule von Rio de Janeiro. Der Titel der portugiesischen Übersetzung war "Tratado Elementar de Aplicação de Álgebra à Geometria". Außer dieser Übersetzung sind noch zwei weitere bekannt, die von Manoel Ferreira Guimarães (1777-1838) im Jahre 1821 und von José Saturnino da Costa Pereira (1773-1853) im Jahre 1842.

Im akademischen Milieu in Brasilien wurde Lacroix sehr bekannt. Die Mitglieder der Militärjunta der Königlichen Militärakademie von Rio de Janeiro, welche verantwortlich für die akademische Studiengangorientierung der Akademie waren, wählten die Schulbücher von Lacroix als die am geeignetsten für den Unterricht aus, und für viele Jahre waren diese an der Schule die am meisten empfohlenen und angewandten.

Selbst mit dem Aufkommen anderer populärer Autoren wie Lefebure de Fourcy und Biot (1774-1862), orientierte sich der Unterricht in analytischer Geometrie stärker an die Bücher Lacroixs, vor allem in Frankreich und Deutschland. Da der Unterricht in Brasilien den selben französischen Autoren folgte, kann angenommen werden, daß der Unterricht in Brasilien sich vom französischen nicht wesentlich unterschied. Nach der von mir durchgeführten Analyse mit den in Brasilien verwendeten Schulbüchern im 19. Jh., kann behauptet werden, daß unserer Unterricht dem gleichen Stil anderer Nationen entsprach.

José Victorino Santos de Souza war Dozent der Mathematik an der Königlichen Militärakademie von Rio de Janeiro. Er übersetzte französische Bücher, die 1812 zum erstenmal erschienen und für die Akademieschüler gedacht waren. Der Autor behauptet, er sei mit der Übersetzung des Lehrbuchs von Lacroix beauftragt worden, um es in der königlichen Militärakademie von Rio de Janeiro zu verwenden. Auf Grundlage der Statuten und den gesetzlichen Bestimmungen von 1810, welche die Militärakademie von Rio de Janeiro schufen, wurde ihm nahegelegt, dem Werk Anmerkungen hinzuzufügen: "[...] um möglichen Methoden und neuen Erkenntnissen auf dem Gebiet der Wissenschaft Rechnung zu tragen, habe ich mich entschlossen, dem Anhang der dem entsprechenden Lehrbuch folgt, die notwendige Länge zu geben [...]" (José Victorino, Widmung, ohne Seitenzahl).

Das von José Victorino übersetzte Werk war die dritte Auflage des "Traité élémentaire de trigonométrie rectiligne et sphérique, et d'application de l'algèbre". Von der Übersetzung wurden allerdings die Kapitel über Trigonometrie ausgenommen. Im Text gibt es keine Erklärung über diese Herausnahme. Allerdings erlaube ich mir an dieser Stelle zu vermuten, daß der Übersetzer so vorging, da das Trigonometrietraktat von Legendre bereits 1809 von Manuel Ferreira de Araujo Guimarães 1809 übersetzt wurde, und dieses gemäß als Lehrbuch für die Akademie empfohlen wurde.

Victorinos Version über Lacroix Werk paßt nicht in die Schablone welche allgemein als "Übersetzung" gilt. Die Ursache hierfür liegt daran, daß der Autor wesentliche Änderungen im Werk vornahm. Er ließ nicht nur den gesamten Teil über die Trigonometrie aus, sondern fügte Anmerkungen im Anhang der Originalwerks bei, wobei er im Detail die Analytische Geometrie in drei Dimensionen behandelte. Bezogen auf die Analytische Geometrie der Ebene, blieb Victorino Souza dem Text treu. Allerdings ließ er die Koordinatentransformationen aus, die Lacroix in den Fußnoten bei der Anwendung der trigonometrischen Linien beschrieb. Die Koordinatentransformationen im Raum wurde von Lacroix nicht beschrieben. Der Übersetzer, der im Anhang viel hinzufügte, hätte dieses wichtige Thema miteinschließen sollen, was er jedoch nicht tat und rechtfertigt sich dadurch, daß er ausführt, er habe sie deswegen nicht eingeschlossen, aufgrund des "kleinen Erfolgs, das neue Ideen mitsichbringen so lange die Geister an sie noch nicht gewöhnt sind, oder sie sind nicht notwendig für höhere Anwendungen geworden [...] ich wurde gezwungen, ihre Veröffentlichung zu unterlassen bis bemerkt wird, daß sie fehlen" (Souza, xiii).

Die Grundlagen, die Lacroix auswählte, um an diesen Anhang zu erscheinen sind die Gleichung der Ebene, der Geraden, die Bedingungen des Parallelismus und der senkrechten Richtung zwischen Geraden und Ebenen, sowie eine sehr kurze Referenz auf die Oberflächen zweiten Grades bei drei Variablen, wobei die Gleichung des senkrechten Kegels und die der Kugel dargestellt werden, das Beispiel einer Kurve im Raum bestimmt durch den Schnitt einer Ebene mit einem Zylinder.

Im Anhang ändert Victorino den Text von Lacroix. Es gibt keine Übersetzung mehr, sondern eine neue Abhandlung über das Thema. Es beginnt mit dem Konzept eines Punktes im Raum und beschreibt die Gleichungen verschiedener festen Körper; Kugel, Kreiskegel und die Revolutionsfestkörper, wie der Ellipsoid und der Paraboloid. Im Gegensatz zu Lacroix, der zuvor die Studie der Geraden in der Ebene behandelte, stellt er den Begriff der Entfernung zwischen zwei Punkten im Raum dar. Es folgt eine systematische Studie der Geraden im Raum. Gemäß dem Mongeschen Stil, stellt er die Themen durch die Formulierung des Problems dar: "Finden Sie die Gleichungen einer Geraden, die über zwei gegebene Punkten geht" (§ 129); "Finden Sie die notwendigen Voraussetzungen, damit zwei Geraden im Raum parallel sind" (§ 130); "Finden Sie die notwendigen Voraussetzungen, damit zwei Geraden sich im Raum schneiden, oder, was das selbe bedeutet, zu kennen wenn sie in der selben Ebene existieren und wenn die Voraussetzungen erfüllt sind, ihren Schnittpunkt zu finden" (§ 131). Der Unterschied zwischen beiden Annäherungen ist, daß Victorino die Themen besser systematisiert. Als eine Anwendung der Geradenstudie, verwendet er die Konzepte der festen und beweglichen Geraden, um die Gleichung des allgemeineren Kreiskegels zu bestimmen; so wie er die Anwendung der Gleichung der Geraden bei der Ableitung der Gleichung des Zylinders als Beispiel gibt.

Wenn er zylindrische Oberflächen behandelt, benötigt Victorino folgendes Ergebnis: "In einem geschlossenen Vieleck, ist eine Seite gleich der Summe aller anderen Seiten mal jeweils den Cosinus des Winkels, das sie mit dem ersten bilden"; Anhang (p. 238), welcher nicht aufzeigt wird, behauptet aber, daß dieser in der "Geometrie der Stelle" aufzufinden sei. Die Tatsache, daß er keine Demonstration zeigt, rechtfertigt er wie folgt: "Wir zeigen hier diese Theorie nicht auf, da sie Figuren und Gedankengänge verlangt, die uns jetzt von unseren eigentlichen Objekt nur abbringen würden. Wer möchte, kann diese im entsprechenden Werk und die **Korrelation** der geometrischen Figuren nachschlagen, aus dem wir einige Folgen beschrieben haben, die uns später dazu dienen, wenn wir die Polyeder behandeln." (Victorino, Fußnote, S. 241). Es ist möglich, daß der Autor sich auf dem bekannten Werk von Lazare Carnot (1753-1823), **Géométrie de Position**, bezieht, das 1803 erschien. Es gibt nur wenige Zweifel, daß Victorino Carnots Werk kannte. Sollte dies bestätigt werden, so ist interessant die vom brasilianischen Autor aufgezeigte Aktualität, da die Übersetzung von Lacroixs Buch 1812 erschien, d.h. 9 Jahre nach Carnots Werk.

Erst nach systematischer Studie der Geraden, führt er die Studie der Ebene ein. Mit Einführung der Kurven in den Raum, beschließt Victorino diese zu erneuern wenn auch nur kurz, und schreibt die Gleichungen der Oberflächen in der Form $z = F(x,y)$, $z = f(x,y)$ und $x = F(y)$, $x = F(z)$, $y = F(z)$

In einer Fußnote erläutert er: "Die Buchstaben F und f bedeuten Funktionen der Koordinaten, die Vertrautheit mit dieser Art von Abstraktion ist nützlich (S. 262). Dies ist das einzige Mal in dem der Übersetzer das Wort **Funktion** erwähnt. Selten sind Bücher aus dieser Zeit, die Symbolik der Funktion in den Texten über Analytische Geometrie verwenden. Lacroix, beispielsweise, verwendet diese Terminologie nicht.

Im bezug auf Zeichnungen im Ausgangstext, fügt er einige von Lacroix Figuren bei, jedoch läßt er die auf Trigonometrie bezogenen weg. Die Übersetzung beträgt 275 Seiten, Druckfehlerverzeichnis und Figurentafeln.

Comtes analytische Geometrie

Das Buch "Traité Élémentaire de Gémétrie Analytique a Deux et a Trois Dimensions von Comte wurde im Jahre 1843 publiziert (2. veränderte Auflage, Paris und Rio de Janeiro, 1894).

Wie hat Comte die analytische Geometrie verstanden? Auf der einen Seite steht die Algebra, d.h. die abstrakte Mathematik und auf der anderen Seite die Geometrie, d.h. die konkrete Mathematik. Wie verbinden sich die beiden, um die analytische Geometrie zu bilden? Eine erste Perspektive, die man einnehmen kann, ist, die geometrischen Gegenstände als existierende Wesen oder schon definierte Objekte voraussetzen und man sucht die analytischen Äquivalente für solche Objekte. Mit anderen Worten, man geht von der Geometrie zur Algebra über. Diese Art von Darstellung benutzte Comte im ersten Teil seines Buches. Um die geometrischen Objekte zu analytischen Äquivalenten zu reduzieren, ist es nötig, zuerst die Begriffe von "Lage" und "Form" durch analytische Ausdrücke zu ersetzen. Ein zweiter Begriff, den man braucht, ist der des Abstandes zwischen zwei Punkten. Mit Hilfe dieses Begriffs kann man die bekannten Definitionen der euklidischen Geometrie (Kreis, Parabel usw) in einer analytischen Formel dargestellt werden. Comte illustriert diesen Standpunkt der Darstellbarkeit geometrischer Objekte mit Hilfe der Algebra durch viele Beispiele. Um die Beschreibung der geometrischen Objekten zu vereinfachen, führt Comte den Begriff der Koordinatentransformation ein.

Die zweite Perspektive der analytischen Geometrie, die von Comte betrachtet wurde, ist, wie man von einem analytischen zu einem geometrischen Standpunkt übergehen kann. Mit anderen Worten, man sucht ein geometrisches Äquivalent zu den Gleichungen, oder man versucht die Frage zu beantworten, wie man eine Gleichung geometrisch darstellen kann. Von diesem Ausganspunkt geht Comte von der abstrakten zur konkreten Mathematik über. Auch in dieser Perspektive gibt es Schwierigkeiten. Um diesen Schwierigkeiten aus dem Weg zu gehen, hat Comte verschiedenen Methoden dargestellt, die für das Studium der Kurven von großer Hilfe waren.

Nur wenn man diesen zweiten Standpunkt von Comte betrachtet, welchen er aus den ganz abstrakten Wesen, d.h. nur aus einer analytischen Perspektive gewinnt, kann man seine analytische Klassifikation der Kurven (nach den Anzahl der Termen) verstehen. Die Klassifikation der Kurven nach Comte scheint eigentlich widersprüchlich zu sein, da er ja schon die Koordinaten-transformationen kannte und wußte, daß zwei Gleichungen die gleichen Kurven ($x^4 + y^4 = 1$ e $x^4 + y^4 - 6x^2y^2 = 2$) darstellen, obwohl sie verschiedene Gleichungen haben. Nach dieser zweiten Perspektive, unter welcher Comte die den geometrischen entsprechenden analytischen Äquivalente suchte, formulierte er "Theorien", die diese abstrakten Wesen als geometrische Objekte erkennbar machten. Die Realisierung seines Prinzip (komplementäre Beziehung zwischen Abstraktem und Konkretem) wird durch das Beispiel der Kurven 2. Grades hervorgehoben. Der letzte Teil seiner Darstellung verknüpft alle Begriffe, die schon bei den anderen Teilen vorkommen, und seiner Meinung nach wird durch das Beispiel der Anwendung der analytischen Methoden beim Studium der Kurven 2. Grades der wahre Geist der analytischen Geometrie betont. Gerade durch das Studium der besonderen Kurven 2. Grades entwickelt man das Gefühl für die Harmonie zwischen analytischen und geometrischen Auffassungen.

Comte schläg vor, daß eine Ordnung der Inhalte zu berücksichtigen ist, um die analytische Geometrie zu lernen. Diese Ordnung oder Hierarchie der Inhalte soll keine Änderung erfahren, weil sie die einzige Möglichkeit für ein systematisches Studium ist. Die analytische Methode bleibt dann nur ein Beschreibungsmittel , eine Sprache.

Man merkt, daß das philosophische Prinzip, an dem sich Comte orientiert, auch hier in seinem Werk anwesend ist. Sein Hauptziel konzentriert sich immer auf den Unterricht und das Lernen, und dafür wird er alle seine Bemühungen aufwenden. Durch diesen Plan drückt sich die philosophische Einheit des Ganzen der Geometrie besser aus. Mit anderen Worten: es ist nötig, zuerst die Methode

herzustellen, welche die allgemeinste sein soll, um sie nachher zur besonderen Betrachtungen zu verwenden. Der Plan Comtes ist, durch dieses Werk ein vollständiges System der Geometrie zu erstellen, eine Aufgabe, die bis dahin, seiner Meinung nach, noch nie angegangen wurde.

Obwohl Comte immer betonte, daß das Wesen der Mathematik in der Verallgemeinerung liegt, nimmt er in seiner Betrachtung der Kurven 2. Grades keinen allgemeinen Standpunktem wie Poncelet (1788-1867). Man kann aus seiner Arbeit ersehen, daß Comte über die Entwicklung der analytischen Geometrie seiner Zeit gut informiert war, aber viele wichtige Begriffe wie Funktion, Koordinatentransformation konnte er nicht systematisch weiterentwickeln. Er hebt die Rolle des allgemeinen Funktionsbegriffs heraus, aber benutzt ihn nur nominalistisch, d.h. identifiziert Symbol und Begriff. Aus der Perspektive der Forschung bringt er aber nichts Neues. Comte hatte eine Intuition für das philosophisch "Wichtige", aber mathematisch blieb er immer an der "Peripherie" des Problems. Ein einfaches Beispiel dafür ist das Problem der Fläche eines Dreiecks. Er erkennt die Bedeutung der Formel (Determinante), aber er benutzt sie nicht systematisch in der analytischen Geometrie wie Graßmann (1809-1877) oder Cauchy (1789-1857). Der Stil des Buches von Comte ist sehr "discursive" wie schon Boyer bemerkt hat (Boyer, 1956, 274) und er wiederholt viele Gedanken, aber anderseits schweigt er oder gibt keine Beispiele für wichtige Behauptungen. Zum Beispiel behauptet er, daß durch die Interaktion von Algebra und Geometrie auch die Algebra entwickelt würde, aber er gibt dafür keine Beispiele an.

Die analytische Geometrie perfektioniert die geometrische Wissenschaft durch die Anwendung der analytischen Methoden. Infolgedessen wird diese Wissenschaft auf eine rationale Basis gestützt. Die geometrischen Objekte sind gegeben, das bedeutet sie werden nicht konstruiert, und man muß nur die analytischen Äquivalenten finden, um diese Objekte interpretieren zu können.

Vergleich zwischen der analytischen Geometrie von Comte und Lacroix

Ein Unterschied zwischen Lacroix und Comte besteht darin, daß Lacroix die einzelnen Methoden der analytischen Geometrie immer im Zusammenhang ihrer Anwendungen auf spezielle Probleme behandelt, während Comte erst das Gesamtrepertoire der Methoden entwickelt und zusammenstellt und dann die Anwendungen dieser Methoden auf die verschiedenen Probleme beschreibt.

Die Frage über die Fläche eines Dreiecks: zum Unterschied von Lacroix betrachtet Comte das Problem ganz allgemeine und er stellt die Formel der Fläche in den Koordinaten der Eckpunkte des Dreiecks:

"Je citerai surtout la formule remarquable qui exprime l'aire d'un triangle d'après les coordonnés rectilignes de ses sommets. En partant de la règle géométrique ordinaire, on pourra déduire de ces coordonnées, par des calculs peu compliqués si les axes sont rectangulaires, la base et la hauteur du triangle, d'où résultera finalement 2S=(y'x"-x'y")+(y"x'-x'"y')+(y"x'"-x"y'")." (Comte,1843, 91).

Wobei 2S die, natürlich nicht in der heutigen Form geschriebene, Determinante

$$\begin{vmatrix} x' & y' & 1 \\ x'' & y'' & 1 \\ x''' & y''' & 1 \end{vmatrix}$$

ist.

Comte unterscheidet sich von Lacroix durch die Tendenz vom Raum zu den einzelnen geometrischen Objekten überzugehen, statt umgekehrt von den Figuren zum Begriff des Raumes. Diese Tendenz zieht seine Kritik durch die Betrachtung der Trigonometrie in der analytischen Geometrie.

Lacroix und Lefébure de Fourcy beginnen die Darstellung der analytischen Geometrie mit der Konstruktion einzelner algebraischer Größen und mit dem Gesetz der Homogenität. Laut Boyer war dieses Thema schon "altmodisch" aber sogar Verfasser wie Biot (1774-1862), den er als modern bezeichnet, führte das bei der Betrachtung der analytischen Geometrie ein.

Ein Hauptmerkmal von Comtes Darstellung der Geometrie im Vergleich zu anderen zeitgenössischen Autoren, wie etwa Lacroix, besteht darin, daß Comte sich vor allem auf die Demonstration der Methode konzentriert. Während die anderen Autoren immer von einzelnen

Problemen ausgehen, die sie dann mit verschiedensten, ihnen geeignet erscheinenden Methoden zu lösen suchen, wählt Comte umgekehrt seine Probleme unter dem Gesichtspunkt aus, daß sie es erlauben, eine bestimmte Methode in Aktion zu demonstrieren. Methoden lassen sich eben niemals getrennt von ihren Anwendungen darstellen.

Literaturverzeichnis

BÉZOUT, E. *Mathématiques a al'usage de la Marine et de l'artillerie.* Paris, 1800

________ *Cours de Mathématiques* a l'usage des Gardes du Pavillon, de la Marine et des Élèves de l'Ecole Politechnique, 3. Partie. Paris, 1803.

________ *Cours de Mathématiques* a l'usage des Gardes du Pavillon,de la Marine et des Élèves de l'Ecole Politechnique, suite de la 4.Partie. Paris, 1809.

BIOT, J.B. *Essai de Géométrie Analytique appliqué aux courbes et aux surfaces du second ordre.* Paris: Bachelier, Imprimeur-Libraire, 1834.

BOS, H.J.M Der doppelte Auftakt zur frühneuzeitlichen Algebra: Viète und Descartes. In E. Scholz (Editor), *Geschichte der Algebra.*. Mannheim; Wien ; Zürich: BI- Wiss.-Verlag, 1990.

BOYER, C. *History of Analytic Geometry.* New York: Scripta Mathematica, 1956.

BRUNSCHVICG, L. *Les Etapes de la Philosophie Mathematique.* Paris: Blanchard, 1972.

CAJORI, F. A *History of Mathematical Notations.* London: The Open Court Company, 1928.

CARNOT, L. *Geometrie de Position.* Paris: De L'Imprimiere de Crapelet, 1803.

COMTE, A. *Philosophie prémiere.* Paris: Hermann Editeurs et des Artes, 1975.

________*Cours de Philosophie Positive.* Paris: Bachelier Libraire pour les Mathematiques, 1969.

________ *Traité Élémentaire de Géométrie Analytique a deux et a trois dimensions.* Paris und Rio de Janeiro: Louis Dahl e F. Briguiet, 1894.

DASTON, L. The physicalist tradition in early nineteenth century french geometry. In: *Studies in History and Philosophie of Science,* 1986:17, 269-295.

DESCARTES, R. La Géométrie. In:*Traité Élémentaire de Géométrie Analytique a deux et a trois dimensions.* Paris und Rio de Janeiro: Louis Dahl e F. Briguiet, 1894..

DEVRIES, H. How analytic geometry became a science. In: *Scripta Mathematica* vol.14, 1984.

DIEUDONNÉ, J. *A Formação da Matemática Contemporânea.* Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1990.

EULER, L. *Introduction à L'Analyse Infinitésimale.* Paris : ACL- éditions, 1748.

GRANGER, G. *Filosofia do estilo.* São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1974.

LACROIX, S.F. *Traité élémentaire de trigonométrie rectiligne et sphérique, et d'application de l'algèbre a la géométrie.* Paris:.Mallet-Bachelier, 1863.

LAGRANGE, J.L *Mathematische Elementarvorlesung.* Leipzig: Teubner, 1880.

____________ Lagrange's mathematische Werke: *Über dei Auflösung der numerischen Gleichungen von beliebigen Graden.* Berlin: G. Reimer, 1824.

____________ *Leçons de Calcul de Fonctions.* Paris: Novel Edition, 1806

____________ *Oeuvres de Lagrange.* Paris: Tome Treizième.Gauthier-Villars, 1882.

LAMÉ, G. *Examen des Différentes Méthodes employées pour résoudre les problèmes de géométrie.* Paris: Librairie Scientifique J. Hermann, 1818.

LAPLACE, P. *Philosophischer Versuch über die Wahrscheinlichkeit.* Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft, 1932.

LEIBNIZ, G.W.: *Mathematische Schriften.* Hildsheim: Georg Olms, 1962.

LÜBSEN, H.B.*Ausführliches Lehrbuch der analytischen oder höhern Geometrie zum selbsunterricht.* Hamburg: Verlag von G. Bödecker, 1848.

LUTZ, E. *Analytische Geometrie der Ebene* - Elementares Lehrbuch für höhere Lehranstalten. Leipzig und Berlin: Teubner, 1909.

MAINZER, K. *Geschichte der Geometrie.* Mannheim, Wien, Zürich: Bibliographisches Institut, 1980.

MONGE, G. *Application de L'Analyse a la Géométrie.* Paris: Bachelier, 1850.

NEWTON, I. *The Mathematical Papers of Isaac Newton.* Cambridge: At the University Press 1972 und vol.VII, 1976..

OHM, M. *Die analytische und höhere Geometrie in ihren Elementen. Mit vorzüglicher Berücksichtigung der Theorie der Kegelschnitte.* Berlim: Riemann, 1826.

SALMON, G. *Analytische Geometrie der Kegelschnitte.* Leipzig: Druck und Verlag Teubner, 1873.

SOUZA, J.V. *Tratado Elementar de Applicação de Álgebra à Geometria.* Rio de Janeiro: Impressão Régia, 1812.

SILVA DA SILVA, C. "Positivismus und Mathematikunterricht": Portugiesiesche und französische Einflüsse in Brasilien im 19. Jahrhundert. Diss. IDM. Universität Bielefeld, 1991.

____________ O desenvolvimento da Geometria Analítica e a Influência de Descartes e Euler na Obra de Auguste Comte. In: *Boletim da Sociedade Paranense de Matemática.* 14 1/2 (1993-1994)

STRUIK, D.J. *Abriss der Geschichte der Mathematik.* Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1980.

WUBING, H. *Biographien bedeutender Mathematiker.* Berlin: Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin, 1989.

FORTSETZUNG VON S. 25 (LIT. GROPP)

[8] H. Gropp, On combinatorial papers of König and Steinitz (submitted to Acta Math. Applicanda)

[9] S. Kantor, Die Configurationen $(3,3)_{10}$, Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien, math.-naturwiss. Kl. 84 (1881), 1291-1314

[10] V. Martinetti, Sulle configurazioni piane μ_3, Annali di mat. pura ed applicata 15 (1887), 1-26

[11] T. Reye, Geometrie der Lage I, 2.Aufl. (1876)

[12] T. Reye, Das Problem der Configurationen, Acta mathematica I (1882), 93-96

[13] E. Steinitz, Über die Construction der Configurationen n_3, Dissertation Breslau (1894)

ON THE ACTIVITY OF THE SEMINAR FOR HISTORY AND PHILOSOPHY OF MATHEMATICS OF SERBIAN ACADEMY OF SCIENCE AND ART

The Mathematical Institute of Belgrade was founded in 1947 within the Serbian Academy of Science and Art. Since its very beginnings, the Institute demonstrated a great interest in researches in the field of history of mathematics, mechanics and astronomy. This interest coincided with the appearance of valuable and useful works dedicated to the history of mathematics, which were prepared by some very well known Yugoslav mathematicians. They wrote, for example, about Descartes, Poincaré, Gallileo and others, and these texts were later also published abroad.

Not long after its establishment, the Mathematical Institute began to publish as well, in the classic form, the mathematical science related works. For example, in the 1949-1957 period, Euclid´s "Elements" was published, translated and commented by prof. Anton Bilimović.The papers like Hilbert´s "Bases of Geometry" of 1957, and Lobachevsky´s "Geometric Analysis from the Paralel Lines Theory" of 1951 (transaltion and comments by B. Pteronijević /1875-1954/) have shown that progress in many branches of mathematics is possible only if the classics is studied. With such lasting determinations, and particularly in view of the culturological aspects of mathematics and mechanics, the Scientific Council of the Mathematical Institute of the Serbian Academy of Science and Art (SANU) decided to initiate a permanent Seminar for History of Mathematical and Mechanical Science in December 1981. The first Head of the Seminar was Prof. dr Dragan Trifunović,a full University professor. The first session of the Seminar was held on the 16th of December, 1981 and since then, the sessions have been regularly held every Tuesday, at noon, in the headquarters of the Academy. Since 1993, Prof. dr Rade Dacić has been heading the Seminar.

The papers prepared for the Seminar sessions (average attendance has thus far been around 30, and the total number of sessions held 383) can mainly be classified into 4 general groups falling within the history and philosophy of mathematics and mechanics: the history of mathematics, history of mechanics, philo-

sophy of mathematics and philosophy of mechanics, and general topics.

The Seminar participants have been University professors of the whole former and present-day Yugoslavia, and other scientists, Yugoslav and foreign (from the United States, Russia, etc.).

Efforts made to maintain the activity of this permanent Seminar have been enormous. In addition to its regular activity, the Seminar also initiated a number of projects important for our science, which were already accepted and approved by the Institute´s Scientific Council (under preparation is an ambitious work MATHEMATICS WITH THE SERBIAN PEOPLE to be published in two volumes some time at the close of this century, a permanent serial publication of HISTORY OF MATHEMATICAL AND MECHANICAL SCIENCES of which six volumes have already seen the light of the day by now, the work of Slavik Jablan: "Geometry in the Pre-Scientific Period. Ornament Today", etc.).

Following the usual practice of the historians of science, the Seminar has also marked several important anniversaries, important for the history of mathematics, both general and national. Thus, the Seminar commemorized the deaths of Leonhard Euler, Mihajlo Petrović, Turing, Ferm, Lobachevsky, remembered the births of J. Bull, Tatomir Andjelić, Dimitirje Nedić, etc., and some very important dates, like the 80th anniversary of Einstein´s Special Theory of Relativity, the 220th anniversary of the first mathematical book with the Serbs, the 350th anniversary of Descartes´ "Geometry", the 300th anniversary of Newton´s "Principles", and many others.

The address of the Seminar is:

Seminar za istoriju i filosofiju matematike
Matematički institut SANU
Kneza Mihaila 35
11000 Beograd, Yugoslavia.

Jasna Madjarević
V beogradska gimnazija
Ilije Garašanina 24
11000 Beograd, Yugoslavia

Bemerkungen zur Entwicklung der Mathematik an der Universität München

Michael Toepell (Leipzig/München)

Die 1365 gegründete *Universität Wien* war in ihrer Organisation Vorbild für die 1472 gegründete *Universität Ingolstadt*, die - nach einem Zwischenaufenthalt in *Landshut* (1800-1826) - seit 1826 in *München* beheimatet ist. Es soll die Entwicklung dieser "Tochteruniversität" im Bereich der Mathematik etwas näher untersucht werden.

Der Begriff *Universität* bezeichnet im ursprünglichen Sinn nicht eine Anstalt, sondern die "universitas magistrorum et scolarium", die Gemeinschaft der Lehrenden und Lernenden. Dabei wurde der Aufbau in *Wien*, das damals noch zur Diözese *Passau* gehörte, wesentlich mitgetragen von Dozenten, die vorher an der Universität *Paris* tätig gewesen waren. Nach *Wien* folgten eine Reihe weiterer Universitätsgründungen. Nachdem die kurpfälzische Linie der Wittelsbacher bereits eine erfolgreiche Universität in *Heidelberg* (gegr. 1386) besaß, plante in Altbayern nach dem Aussterben der Ingolstädter Linie **Herzog Ludwig IX. der Reiche** von Niederbayern-Landshut (1417-1479) bereits 1458 die Errichtung einer Universität in der ehemaligen Residenzstadt *Ingolstadt*.

Für die Wahl von Ingolstadt hat vor allem seine günstige, zentrale Lage gesprochen. Die Statuten wurden vornehmlich von der *Leipziger Universität* übernommen. Gemeinsam war den Universitäten die Gliederung in vier Fakultäten. Die Mathematik gehörte zur Philosophischen Fakultät - damals die *Artistenfakultät*. Dabei ging es in der Mathematik um elementare Zahlenlehre, um Arithmetik und etwas kaufmännisches Rechnen; in der Geometrie um die ersten Bücher der Elemente **Euklids** und um Vermessungsgeometrie, die man unter anderem für die Astronomie benötigte. Das Studium an der Artistenfakultät war als Grundstudium für alle Studenten vorgeschrieben - dazu gehörte auch die Mathematik - entsprechend der heutigen *Oberstufe der höheren Schulen*. Die neu gegründete großzügig ausgestattete Universität Ingolstadt erlebte gleich in den ersten Jahrzehnten eine humanistische Blütezeit - mit rund 400 bis 600 Studenten und 40 bis 60 Dozenten.

In Wien, dem Vorbild für Ingolstadt, wurde im 15.Jahrhundert Mathematik und Astronomie über das übliche Vorlesungsprogramm hinaus besonders gepflegt. Das ist zu einem guten Teil auf **Johannes von Gmunden** (* 1380/84 Gmunden am Traunsee, + 1442 Wien), **Georg Peurbach** (* 1423 Peurbach/Oberösterreich, + 1461 Wien) und **Regiomontanus** (Johannes Müller, * 1436 Königsberg in Franken, + 1476 Rom) zurückzuführen. Durch Peurbachs Schüler, den Astronomen und Mathematiker **Regiomontan**, wurde die Trigonometrie zu einem eigenständigen Teilgebiet der Mathematik. Der Historiker Gerhardt spricht von dem damaligen Wien, als "dem alten Brennpunkt mathematischer Bildung in Deutschland".

Einige Magister und der erste Ingolstädter Rektor, **Mendel von Steinfels**, kamen aus *Leipzig*. *Leipzig* war die einzige deutsche Universität, die nicht auf Initiative eines Landesherren, sondern auf Initiative der Magister und Scholaren selbst gegründet wurde.

Der 1473 eingesetzte Rektor der Universität **Johann Tolhopf** lehrte von 1472 bis 1492 Dichtkunst und Mathematik. Doch wurde seine Stelle noch nicht als mathematische Professur angesehen. Die Frühgeschichte der ersten planmäßigen Mathematiklektoren an der Ludwig-Maximilians-Universität konnte erst vor kurzem etwas erhellt werden. Um 1492 entstand mit der Ernennung des Mathematikers und Astronomen **Johann Engel** so etwas wie ein planmäßiges Lektorat. Hieraus ging der 1527 mit **Peter Apian** besetzte mathematische Lehrstuhl hervor.

Peter und **Philipp Apian** sind um die Mitte des 16.Jahrhunderts besonders durch ihre Beiträge zur Arithmetik, Astronomie und Kartographie hervorgetreten. Um 1611 erwarb sich **Christoph Scheiner** durch die Beobachtung der Sonnenflecken einen Namen. 1588 wurde im Zuge der Gegenreformation die Philosophische Fakultät dem *Jesuitenorden* übertragen. Die Theologische Fakultät rückte danach in den Mittelpunkt. Rund 200 Jahre lang wurden die Geschicke der Universität von Jesuiten gelenkt - eine Periode immer wieder aufflammender kirchen- und universitätspolitischer Auseinandersetzungen. Dennoch gibt es bemerkenswerte Beiträge von Mathematikern unter den traditionsbewußten Jesuiten. Das von der Kritik der Aufklärung geprägte Jesuitenbild des 19.Jahrhunderts hat eine Reihe früherer wissenschaftlicher Leistungen besonders der jesuitischen Mathematiker in Vergessenheit geraten lassen.

Im 17.Jahrhundert setzte sich das Beobachten und Experimentieren als Forschungsmethode durch und führte zur Entfaltung der *angewandten Mathematik*. Doch sind diese naturwissenschaftlichen Neuerungen nur langsam in den Universitätsunterricht eingedrungen. In der Zeit der Aufklärung trat der Gesichtspunkt der Nützlichkeit und damit die angewandte Mathematik in den Vordergrund. Das führte dazu, daß die angewandte Mathematik bis zur Gründung der *Technischen Hochschule* 1868 an der Ludwig-Maximilians-Universität eine maßgebende Rolle spielte. Die Grenzen zur Physik waren noch lange Zeit fließend. Eigentlich wurden die Naturwissenschaften erst im 19.Jahrhundert zu selbständigen Disziplinen mit wissenschaftlichem Niveau an der Universität.

Bereits bei der Gründung der *Universität Göttingen* (1737) bestand dort der Grundsatz, daß der Universitätslehrer zugleich Forscher sein sollte. In *München* gehörte **Stahl** zu den ersten Mathematikern, die diesen Grundsatz verwirklichten. Zugleich begründete er die noch heute an der Universität lebendige funktionentheoretische Forschungsrichtung. Die endgültige Abschaffung des zweijährigen allgemeinbildenden Pflichtgrundstudiums (Biennium) im Jahre 1847 und dessen Übernahme durch die höheren Schulen führte dazu, daß nun auch im Universitätsunterricht über neueste Forschungsergebnisse vorgetragen wurde. Zudem stieg durch die Entwicklung und Anerkennung der Technik, der technischen Hochschulen und des Realschulwesens der Bedarf an mathematisch-naturwissenschaftlich geschulten *Lehrern*.

Während die Mathematik in Deutschland zu Beginn des 19.Jahrhunderts noch im Schatten Frankreichs stand, hatte sich das schon bis zur Mitte des Jahrhunderts geändert. In München war es **Desberger**, der die französischen analytischen Methoden und insbesondere die darstellende Geometrie eingeführt hat.

Drei strukturelle Veränderungen kennzeichnen die zweite Hälfte des 19.Jahrhunderts in besonderer Weise:

- Der Übergang von der Lehranstalt zu einer Einrichtung, in der die *Forschung* neben der Lehre den gleichen Stellenwert genießt.
- Der 1868 durch die Gründung der *Technischen Hochschule* hervorgerufene Wandel. Während vorher im 19.Jahrhundert die Anwendungen noch intensiv gepflegt wurden, hat man sich an der Universität nach 1868 von diesem Gebiet zurückgezogen und bis nach 1950 im wesentlichen der reinen Mathematik gewidmet. Dabei bildeten neben der komplexen Analysis die Topologie und die Algebra gewisse Schwerpunkte.
- Der im Beginn des 19.Jahrhunderts eingerichtete Studiengang zur Ausbildung der *Gymnasiallehrer*, der schon bald zur eigentlichen Existenzgrundlage der Universität wurde. 1856 wurde dafür ein *mathematisch-physikalisches Seminar* geschaffen, aus dem später das heutige *Mathe-*

matische Institut hervorging. Der Zweck des Seminars war "die Heranbildung von Lehrern der Mathematik und Physik an höheren Lehranstalten", wobei auf eine wissenschaftlich solide Ausbildung Wert gelegt wurde.

Diese drei Übergänge haben sich nicht unabhängig voneinander vollzogen. Das allmähliche Verschwinden der angewandten Mathematik aus der Universitätsmathematik um die Mitte des 19.Jahrhunderts, wie in Deutschland allgemein beobachtet, wird in München durch die Gründung der Technischen Hochschule besonders deutlich. Aus dem gleichen Grund zeigt sich die allgemeine Hinwendung zur angewandten Mathematik ab 1890 an der Universität München nur in beschränktem Maße - etwa an der Einführung von Kursvorlesungen in darstellender Geometrie.

Seidel und **Bauer** hatten in der zweiten Jahrhunderthälfte, Lindemann, Pringsheim und Voss Anfang des 20.Jahrhunderts wesentlichen Anteil an der wissenschaftlichen Arbeit der Fakultät. Sie haben den Charakter der naturwissenschaftlichen Lehre und Forschung an der Ludwig-Maximilians-Universität mitgeprägt. **Seidel** widmete sich dabei mehr der Analysis, **Bauer** - wie auch sein Nachfolger **Voss** - mehr der Geometrie und Algebra.

Pringsheim, der u.a. Ende der 1860er Jahre in Berlin unter der Ära von **Weierstraß** studiert hatte und dessen vornehmliche Fachrichtung stets weiter verfolgte, gestaltete in München den Ausbau der durch **Stahl** begründeten funktionentheoretischen Richtung. Sein Schüler **Hartogs** war einer der Begründer der komplexen Analysis mehrerer Veränderlicher - einem inzwischen verbreiteten Gebiet. **Hartogs** gehört in der modernen Mathematik zu den bekanntesten Namen der früheren Münchner Schule. **Carathéodory** trat durch seine Beiträge im Bereich der Funktionentheorie und der Variationsrechnung hervor.

Lindemann, der die Transzendenz von π bewies, über 60 Doktoranden hatte und zeitweise Rektor der Universität war, hatte sich in seiner Münchner Zeit besonders auch in Lehre und Verwaltung engagiert. **Voss**, **Pringsheim**, **Tietze** und **Perron** waren Vorsitzende der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. Einen zunehmenden Schwerpunkt an der Universität bilden seit etwa 1910 die *Didaktik* und die *Geschichte der Mathematik*.

In dem Sinne wie Mathematik Ende des 19.Jahrhunderts gelehrt wurde, wird sie im wesentlichen auch heute noch gepflegt. Allerdings ist das Spannungsfeld zwischen Lehre und Forschung im 20.Jahrhundert komplexer geworden Eigene Wissenschaftssprachen, man denke etwa an Logik und Informatik, sind entstanden. Mathematik im weitesten Sinne ist auf dem Wege, zu einer Leitwissenschaft, einem Bezugssystem zu werden. Trotz ihrer hohen Spezialisierung wird zunehmend erkannt, daß Mathematik und ihre Geschichte dennoch bekanntgemacht, teilweise sogar auf allgemein verständlichem Niveau, etwa an Schulen, vermittelt werden muß

Literatur:

Aschbach, J.: Geschichte der Wiener Universität im ersten Jahrhundert ihres Bestehens. 3 Bde. Wien 1865/1877/1888.

Hofmann, Joseph Ehrenfried: Die Mathematik an den altbayerischen Hochschulen. München 1954 (= Abhandlungen der Bayer. Akademie der Wiss. Math.-nat. Klasse. N.F. 62).

Toepell, Michael: Mathematiker und Mathematik an der Universität München - 500 Jahre Lehre und Forschung. Habilitationsschrift München 1992. (Algorismus - Studien zur Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften. Hrsg. v. Menso Folkerts. Institut für Geschichte der Naturwissenschaften München.) (Veröff.i.Vorb.)

Vogel, Kurt. Der Donauraum, die Wiege mathematischer Studien in Deutschland. Mit drei bisher unveröffentlichten Texten des 15.Jahrhunderts. München Fritsch 1973. (Neue Münchner Beiträge zur Geschichte der Medizin und Naturwissenschaften. Naturwissenschaftliche Reihe Bd 3)

On the history of configurations II — Austria and the rest of the world

Harald Gropp
Mühlingstr.19, D-69121 Heidelberg, Germany
email: d12 @ ix.urz.uni-heidelberg.de

1 Introduction

This talk can be regarded as a sequel to the first report on the history of configurations [3] presented in a conference in San Sebastian in Spain in 1990. It contains further details which are not already contained in this first paper as well as some basic facts which are repeated here in order to keep this paper self-contained. Moreover, it describes the general background of the particular history of configurations $(12_4, 16_3)$ which were presented in the *III. Österreichisches Symposion zur Geschichte der Mathematik* in Neuhofen/Ybbs in 1992 [6].

It is essentially based on the contents of a poster which the author presented in poster sessions in the first European Congress of Mathematics in Paris in 1992 and in the International Congress of Mathematicians in Zürich in 1994.

Because of the special topic of the fourth Austrian Symposium in 1995 which discusses 999 years of Austrian history this talk will be focussed on mathematicians who lived or worked in regions of Europe which at the time or in 1876 (the birth year of configurations) belonged to the Habsburg monarchy of Austria-Hungary. This includes Italians like Martinetti who was born before an independent Italian state had been established and Czech mathematicians in the 20^{th} century even if they were born after World War I. Because of the limited length of this paper most of the facts which were already mentioned in [3] and [6] are not repeated here. Furthermore the printed text will not emphasize the particular Austrian development that much.

Definition 1.1 *A configuration (v_r, b_k) is a finite incidence structure with v points and b lines such that*

(1) there are k points on each line and r lines through each point, and
(2) two different points are connected by a line at most once.

A symmetric configuration (v_k, v_k) is shortly denoted by v_k.

>From the point of view of hypergraph theory it is easy to describe configurations as follows.

Remark 1.2 *A configuration (v_r, b_k) is a linear r-regular k-uniform hypergraph with v vertices and b hyperedges.*

2 The early development in highlights

2.1 The definition of Reye

The investigation of configurations as combinatorial objects of their own was started in 1876 when the second edition of Theodor Reye's book *Geometrie der Lage* [11] was published. The German mathematician Reye had been interested in applied mathematics and physics before he joined the ETH Zürich in 1863. The influence of Culmann and Fiedler got him interested in geometry which lead to the first edition of his book in 1867. After two intermediate years in Aachen he became a professor in the newly founded German university in Straßburg in 1872.

In the second edition of his book [11] Reye added a paragraph related to the theorem of Desargues as follows.

> Die den Satz erläuternde Figur verdient Beachtung als Repräsentant einer Gattung von merkwürdigen, durch eine gewisse Regelmässigkeit ausgezeichneten Configurationen. Sie besteht aus 10 Punkten und 10 Geraden; auf jeder der Geraden liegen drei von den 10 Punkten, und durch jeden dieser Punkte gehen drei von den 10 Geraden.

A picture of the Desargues configuration (not the same as in the book of Reye) is shown in Fig.1.

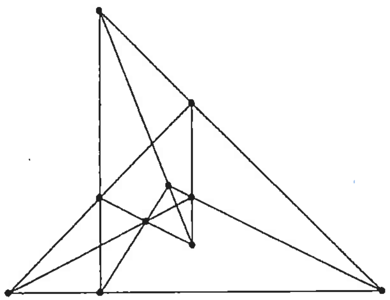


Fig.1.The Desargues configuration 10_3

In a paper of 1882 [12] Reye gave a formal definition as follows.

> Eine Configuration n_i in der Ebene besteht aus n Punkten und n Geraden in solcher Lage, dass jede der n Geraden i von den n Punkten enthält und durch jeden der n Punkte i von den n Geraden gehen.

This definition initiated quite an intensive investigation of configurations throughout the following decades.

2.2 The wrong drawing of Kantor

In the beginning, only those configurations which were drawn in the plane were accepted as "geometric" configurations, the others were called "schematic". Quite soon, however, configurations were regarded as combinatorial structures defined by the axioms given above. It turned out that the configuration 7_3 cannot be drawn with straight lines only. This conflict of being between geometry and combinatorics

can be shown very well in the case of Kantor. For further details concerning the realization of configurations see [7].

Seligmann Kantor was born in Soborten bei Teplitz (now Teplice in the Czech Republic) on December 6, 1857. He studied mathematics and physics in Wien, Roma, Straßburg, and Paris and became a *Privatdocent* in Praha (1881-83 German Technical Highschool, 1883-86 German University). Afterwards he left academic life and lived in Italy.

Fig. 2 was produced in a paper of S. Kantor of 1881 [9] where he published drawings of all 10 configurations 10_3. However, it was proved a few years later by E. Schroeter and after that several times by other mathematicians that the configuration 10_3 in Fig. 2 is the only one which is not realizable over the reals nor over any other field. In fact, the given drawing is not correct. It is not clear whether Kantor himself knew this fact and who is responsible for the wrong drawing.

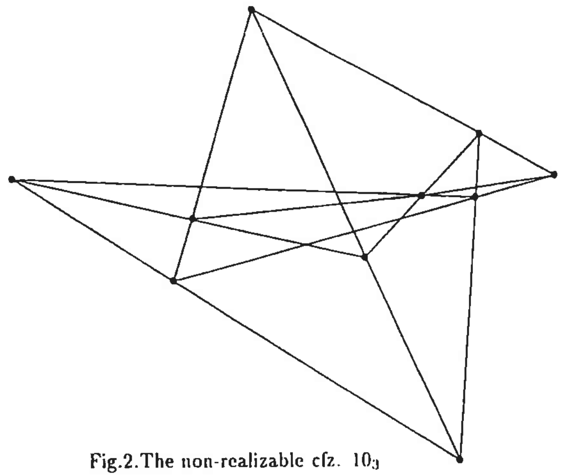


Fig.2.The non-realizable cfz. 10_3

Perhaps in 1881 it was too early to recognize the difference between a "schematic" and a "geometrical" configuration. Maybe Kantor who had determined in this paper that there are exactly 10 nonisomorphic (schematic) configurations 10_3 somehow "forced" them all to be also geometric ones.

2.3 The breakthrough of Martinetti

The Italian mathematician Vittorio Martinetti was born in Scorzalo near Mantova on August 11, 1859. In his paper of 1887 [10] he obtained a remarkable result which prepared the road for the investigation of configurations until recently. Moreover, he is the first who clearly regards configurations as combinatorial objects of their own independent from their geometrical background. His paper contains a recursive construction method for configurations n_3 which Martinetti used to construct all 31 configurations 11_3. In 1887 Martinetti became a professor in Messina and spent the rest of his academic life in Sicily.

2.4 The regular graphs of de Vries

The Dutch mathematician Jan de Vries was born in Amsterdam on March 1, 1858. Apart from many other contributions to configurations he constructed all small cubic graphs (as configurations) in 1889/91. This is described in detail in [5]

2.5 The constructions of Steinitz

After the configurations had become combinatorial structures rather than geometrical ones, of course, there was the question which of them can be drawn in the plane as a system of points and (straight) lines.

Schroeter (see above) had checked that 9 of the 10 configurations 10_3 can be drawn and probably got Steinitz interested in this problem.

Ernst Steinitz studied in Breslau (now Wroclaw in Poland) and Berlin and wrote his dissertation in 1894 in Breslau [13]. It contains two remarkable results. As a preparation for his main result Steinitz proved the graph-theoretical theorem of König of 1914 that a regular bipartite graph has a perfect matching (of course in the language of configurations). His main result says that there is always a drawing for a configuration v_3 with straight lines and at most one "quadratic" line. For further details on the work of Steinitz see [8].

2.6 The incomplete list of Daublebsky von Sterneck

Perhaps the most important "real Austrian" mathematician in the history of configurations was Robert Daublebsky von Sterneck (later only Sterneck). He was born in Wien on April 5, 1871 into a famous Austrian family. He studied in Wien, obtained his Ph.D. there in 1893, held several positions in the university and the technical highschool. He became a professor of mathematics in Czernowitz (today Chernovci in Ukraine) in 1904 and in Graz in 1907.

In his paper of 1895 [1] Daublebsky von Sterneck tried to construct all configurations 12_3 and to determined their number to be 228. He did not use Martinetti's recursive method but a method of his own which is not well described in his paper.

Nearly 100 years later it turned out that the number of nonisomorphic configurations 12_3 is, in fact, 229 (compare [4]). It will be hard to find out why and how Daublebsky von Sterneck missed this 229^{th} configuration. After the other 228 configurations were realized in a paper of Sturmfels and White some years ago a drawing of the configuration no. 229 is shown in Fig. 3 (copied from Dorwart and Grünbaum [2]).

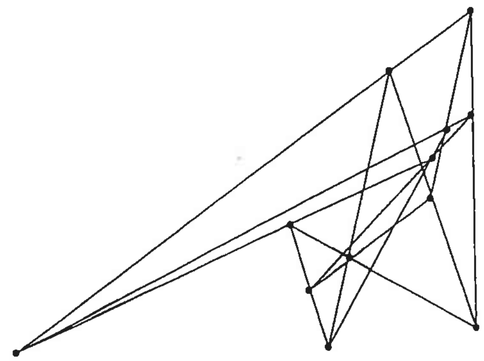


Fig.3.The configuration 12_3 no.229

3 Configurations in the 20^{th} century

The further development in the 20^{th} century cannot be described here in detail. The contributions of Barrau are already mentioned in [6]. The "Austrian tradition" was mainly continued by Bydžovský and his students in Praha, for further details also see [6].

References

[1] R. Daublebsky von Sterneck, Die Configurationen 12_3, Monatshefte f. Math. u. Phys. 6 (1895), 223-255

[2] H.L. Dorwart, B. Grünbaum, Are these figures oxymora?, Math. Mag. 65 (1992), 158-169

[3] H. Gropp, On the history of configurations, in A. Díez, J. Echeverría, A. Ibarra (Eds.), Internat. Symposium on structures in mathematical theories, Bilbao (1990), 263-268

[4] H. Gropp, Configurations and Steiner systems S(2,4,25) II - Trojan configurations n_3, Combinatorics'88, Research and Lecture Notes in Math., Mediterranean Press, Rende (CS), Italy (1991)

[5] H. Gropp, Enumeration of regular graphs 100 years ago, Discrete Math. 101 (1992), 73-85

[6] H. Gropp, The history of configurations $(12_4, 16_3)$, III. Österreichisches Symposion zur Geschichte der Mathematik, Neuhofen/Ybbs (1992), 67-72

[7] H. Gropp, Configurations and their realization, Discrete Math. (to appear)

→ FORTSETZUNG S. 13

Nicht nur Lise Meitner - Österreicherinnen in Instituten der Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft

Annette Vogt (Berlin)

1. Zur Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft und den Anstellungsformen für Wissenschaftlerinnen

Im Vortrag, der auf Archivstudien im Max-Planck-Archiv und im Archiv der Humboldt-Universität zu Berlin basiert, wird - soweit es für das Folgende notwendig ist - die **Geschichte der KWG** mit ihren **Instituten** (Tabelle) **und** den darin beschäftigten **Frauen** skizziert. Dann wird die Art der Anstellung der Frauen als Stipendiatin, Gast, Mitarbeiterin, Abteilungsleiterin und wissenschaftliches Mitglied erläutert. Daran anschließend werden die Mitarbeiterinnen, von denen man zum jetzigen Zeitpunkt weiß, daß sie aus Österreich kamen und mehr oder weniger lange an Kaiser-Wilhelm-Instituten tätig waren, vorgestellt.

2. Lise Meitner - Die große Ausnahme

Natürlich wird die Tätigkeit der bekanntesten Österreicherin in der KWG, der Abteilungsleiterin am KWI für Chemie und ihr wissenschaftliches Mitglied **Lise Meitner** (1878-1968) behandelt. Nach ihrer 1906 in Wien erfolgten Promotion kam sie im selben Jahr nach Berlin. Seit der Gründung der KWG und ihres Instituts für Chemie arbeitete sie ab 1911 dort, zunächst in einer untergeordneten und eher geduldeten Stellung, aber schon bald (1913) wurde sie Abteilungsleiterin, die erste von insgesamt neun (bis 1945) und 1913 auch das erste weibliche wissenschaftliche Mitglied. Zusammen mit Cécile Vogt (1875-1962) waren sie die zwei weiblichen bei ca. 60 wissenschaftlichen Mitgliedern. Am 31.12.1922 habilitierte sie sich an der Philosophischen Fakultät der Berliner Universität, zu der bis 1936 die Naturwissenschaften gehörten, ohne daß sie eine Habilitationsschrift vorlegen mußte! Aber nur 11 Jahre später wurde ihr die venia legendi aberkannt auf Grund der

nationalsozialistischen antisemitischen Politik. Am KWI "durfte" sie bleiben, bis durch den Anschluß Österreichs im März 1938 nicht nur ihre Institutsstellung sondern ihr Leben bedroht wurden. Dank der Hilfe von Kollegen, insbesondere Max von Laues, konnte sie flüchten, aber das bittere Los der Emigrantin blieb ihr nicht erspart. Sie erhielt nur untergeordnete Stellungen und blieb ungerechtfertigterweise selbst in jüngsten wissenschaftshistorischen Publikationen nur die "Mitarbeiterin Otto Hahns".

3. Österreicherinnen an der Berliner Universität

An der Philosophischen Fakultät der Berliner Universität habilitierten sich zwischen 1919 und 1932 insgesamt 12 Frauen, davon 8 zu naturwissenschaftlichen Themen. Neben Lise Meitner waren das auch Hilda Pollaczek-Geiringer-v. Mises (1893-1973) und Gertrud Kornfeld (25.07.1891-?). Die Wienerin **Hilda Geiringer** promovierte hier am 31.07.1917 mit einer Arbeit zur Funktionentheorie und wurde nach längerer Arbeitsuche schließlich am 01.04.1921 Assistentin am neugegründeten Institut für angewandte Mathematik der Berliner Universität. Am 11.11.1927 habilitierte sie sich und wurde erste Privatdozentin für angewandte Mathematik. Wie Lise Meitner wurde ihr im Frühjahr 1933 die Lehrbefugnis von den Nazis entzogen. Sie emigrierte zuerst nach Brüssel, folgte 1934 Richard von Mises nach Istanbul und 1939 in die USA.

Die in Prag geborene **Gertrud Kornfeld** promovierte am 02.07.1915 an der deutschen Universität in Prag und kam nach 1918 nach Deutschland. Die Chemikerin Kornfeld war von 1919 bis 1925 an der TH Hannover und folgte ihrem Lehrer Max Bodenstein (1871-1942) an die Berliner Universität, wo sie sich am 08.06.1928 mit der Arbeit "Der Wirkungsquerschnitt von Gasmolekülen in der chemischen Kinetik" habilitierte. Bodenstein schrieb am 25.01.1928 in einer Beurteilung über sie:
"Frl. Kornfelds wissenschaftliche Produktion (ist - A.V.) eine durchaus erfreuliche und ich kann sagen, dass sie im

wissenschaftlichen Stabe meines Instituts ihren Platz vortrefflich ausfüllt, auch in dem Sinne, dass sie ihre Gedanken gut vorzutragen weiss."
Auch sie wurde von den Nationalsozialisten in die Emigration gezwungen, und auf abenteuerlichem Wege gelang es ihr, sich zu retten. So war sie nach einem Aufenthalt in Großbritannien 1933/1934 an die Universität Wien gegangen, mußte dort aber im Frühjahr 1938 erneut fliehen und konnte sich in die USA retten.

4. Weitere Österreicherinnen an der KWG

Elisabeth Rona (20.03.1890 - Aug. 1981 (1982)) war vom 15.05.1920 bis zum 01.06.1921 als Gast am KWI für Chemie und 1923 wissenschaftliche Assistentin (eine von drei Frauen) am KWI für Faserstoffchemie in Berlin. Von 1927 bis 1938 war sie mit Unterbrechungen am Radium-Institut in Wien tätig. Da sie in Budapest geboren wurde, gelang es ihr, mit einem Besuchsvisum 1939/1940 in die USA zu gelangen, wo sie verschiedene Stellen inne hatte und unter anderem am "Manhattan-Project" beteiligt war. 1978 erschien an der Oak Ridge University, wo sie von 1951 bis 1965 tätig war, ihr Buch "How it came about. Radioactivity, nuclear physics, atomic energy", das auch partiell autobiographische Erinnerungen enthielt. Ihr Todesdatum konnte noch nicht exakt ermittelt werden.

Nora Feichtinger (11.07.1890 - ?) (verh. Volkert) wurde in Salzburg geboren, bestand ihr Abitur in Graz und studierte von 1909 bis 1922 an der Universität Wien unter anderem Botanik und promovierte hier am 21.03.1921. Etwa im Jahre 1924 kam sie ans KWI für Chemie in die Abteilung von Lise Meitner, die sich mit ihr anfreundete, wovon auch die Briefe von Meitner an Otto Hahn zeugen. Nora Feichtinger blieb bis 1932 am Institut, ging zurück nach Wien, wo sie sich vermutlich verheiratete. Ihr weiteres Lebensschicksal ist noch unbekannt.

Die Physikerin Dr. **Jarmila Petrova** (20.05.1900 - ?) war von ca. 1926 bis 1928 am KWI für Chemie und wurde in den Akten als

Gast ("zahlend") aufgeführt, im "Handbuch der KWG" jedoch, das 1928 erschien, als "sonstige Mitarbeiterin".

Schließlich soll noch Dr. **Frieda Rechinger** genannt werden, die 1944 an dem 1939 in Wien gegründeten KWI für Kulturpflanzenforschung, das aber erst 1943 seine Arbeit in Wien aufnahm und 1945 nach Gatersleben verlagert wurde, gearbeitet hat.

5. Erika Cremer - eine künftige Österreicherin

Abschließend soll **Erika Cremer** - eine "künftige Österreicherin" - vorgestellt werden. Erika Cremer am 20.05.1900 in München als Tochter des Universitätsprofessors der Physiologie Max Cremer geboren, promovierte 1927 in Berlin mit der Arbeit "Über die Reaktion zwischen Chlor, Wasserstoff und Sauerstoff im Licht". Sie war die einzige Wissenschaftlerin (von ca. 120), die an drei KWI tätig gewesen war:
1927 - 1933 als "unbesoldete wissenschaftliche Mitarbeiterin" am KWI für physikalische Chemie und Elektrochemie in der Abteilung Polanyi,
1937 / 1938 als Assistentin am KWI für Chemie bei O. Hahn,
1939 - 1940 als Assistentin am KWI für Physik in der Abteilung Wirtz; es war ihre erste "richtig bezahlte" Stelle.
Über ihre Tätigkeit an der KWG schrieb sie:
"Ich habe, ..., an sehr verschiedenen Instituten gearbeitet, war aber nie von der KWG bezahlt, weshalb ich in deren Abrechnungen nicht aufscheine. Die Bemerkung "unbesoldete wissenschaftliche Mitarbeiterin" ist nur eine Bestätigung dafür, daß ich bei der Auflösung des Institutes nach Weggang von POLANYI und HABER auch keinerlei Anrechte mehr hatte, am Institut wissenschaftlich zu arbeiten."

An der Berliner Universität reichte sie 1938 ihre Habilitationsschrift "Bestimmung der Selbstdiffusion in festem Wasserstoff aus dem Reaktionsverlauf der Ortho-Para-Umwandlung"

ein, in der sie auch die Institutionen nannte, die ihr diese Arbeit ermöglichten:
"Herrn Präsident Stark danke ich für die Erlaubnis zur Ausführung der hier beschriebenen Versuche in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, Berlin-Charlottenburg, dem früheren Leiter des dortigen Kältelaboratoriums, Herrn Prof. Dr. W. Meissner, und dem jetzigen Leiter, Herrn Regierungs-Rat Dr. K. Steiner für die gastliche Aufnahme, sowie der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Bereitstellung von Apparaten und Mitteln zur Durchführung der Untersuchung."

Nur sie und die Physikerin Luise Holzapfel (1943 in Physik) habilitierten sich zwischen 1933 und 1945 an der Berliner Universität in einem naturwissenschaftlichen Fach; vergleichend sei an die 8 Damen erinnert, die sich von 1919 bis 1932 in den Naturwissenschaften habilitierten.

1940/1941 wurde sie Dozentin am neu eingerichteten Institut für physikalische Chemie an der Universität **Innsbruck**. Über die Gründe für ihre Berufung nach Innsbruck schrieb sie:
"Die Tatsache, daß ich habilitiert war ermöglichte es, daß ich nach dem Anschluß von Österreich an Deutschland, und der dadurch bedingten Gründung von physikalisch-chemischen Instituten in Österreich, Physiko-Chemiker aus Deutschland geholt werden mußten, ich eine neu gegründete Diätendozentur in Innsbruck erhielt."

Als sie hier 1951 beamtete a.o. Professorin wurde, fühlte sie sich das erste Mal ihren Kollegen gegenüber wirklich gleichberechtigt. 1959 wurde sie schließlich Ordinarius für Physikalische Chemie. Sie erhielt eine Reihe österreichischer Ehren und Auszeichnungen verliehen.

Dr. Annette Vogt, MPI Wissenschaftsgeschichte, Wilhelmstr. 44, D - 10117 Berlin, Tel. 030 / 22667-133, FAX 030 / 22667-299

Annette Vogt
29.9.95

Wann ist ein Mathematiker ÖSTERREICHISCH? – einige Bemerkungen über eine Datenbank zu diesem Thema

Christa Binder

Anstelle eines Vortragsauszuges folgt ein Verzeichnis von Quellen für Biographien von Mathematikern aus Österreich:

ALLGEMEINE NACHSCHLAGEWERKE

Österreichisches biographisches Lexikon

Poggendorf

Dictionary of Scientific Biography (ed. C.C. Gillispie), Scribner, New York, 1970-1980, 16 vol.

Gottwald S. - Ilgauds H.-J. - Schlote K.-H. (Eds.): *Lexikon bedeutender Mathematiker*. Bibliographisches Institut Leipzig, 1990.

DISSERTATIONERN ZUM THEMA

H. Peppenauer: *Geschichte des Studienfaches Mathematik an der Universität Wien von 1848 bis 1900*, Dissertation, Universität Wien, 1953.

R. Einhorn: *Vertreter der Mathematik und Geometrie an den Wiener Hochschulen 1900 1940*, Dissertationen der Technischen Universität Wien, Band 34/I und II. VWGÖ, Wien, 1985.

N. Ottowitz: *Der Mathematikunterricht an der Technischen Hochschule in Wien 1815 1918*, Dissertationen der Technischen Universität Wien, Band 52/I und II. VWGÖ, Wien, 1992.

EINZELNE UNIVERSITÄTEN ODER LÄNDER

A. Aigner: *Das Fach Mathematik an der Universität Graz*, Publikationen aus dem Archiv der Universität Graz, Band 15, 1985.

F. Huter (Ed.): *Die Fächer Mathematik, Physik und Chemie an der Philosophischen Fakultät zu Innsbruck bis 1945*. Veröffentlichungen der Universität Innsbruck, Forschungen zur Innsbrucker Universitätsgeschichte, Band X, Innsbruck (Kommissionsverlag), 1971.

J. Folta: *Social conditions and the founding of scientific school*, Acta historiae rerum naturalium necnon technicarum, Special issue 10, Prague, 1977.

B. Szenassy: *History of Mathematics in Hungary until the 20th Century*, Springer Verlag, 1992.

WEITERE WERKE:

K.-R. Biermann: *Die Mathematik und ihre Dozenten an der Berliner Universität 1810 1933*, Akademie-Verlag Berlin 1988.

P. Duren (Ed.): *A Century of Mathematics in America, Part I, History of Mathematics*, Volume 1, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 1988.

A. Dresden: *The Migration of Mathematicians*, Amer. Math. Monthly 49 (1942), 415 429.

M. Pinl (Unter Mitarbeit von A. Dick): *Kollegen in einer dunklen Zeit, Schluß*, Jahr. Ber. Dt. Math.-Vereinigung 75 (1974), 166-208.

M. Pinl (Unter Mitarbeit von A. Dick): *Kollegen in einer dunklen Zeit, Nachtrag und Berichtigung*, Jahr. Ber. Dt. Math.-Vereinigung 77 (1976), 161-164.

M. Pinl L. Furtmüller: *Mathematicians under Hitler*, Year Book XVIII (Hrsg. R. Weltsch), Publications of the Leo Baeck Institute, London, 131-182, 1978.

N. Reingold: *Refugee Mathematicians in the United States of America, 1933 1941: Reception and Reaction*, Annals of Science 38 (1981), 313-338, reprinted in Duren, 1988, 175-200.

F. Obenrauch: *Geschichte der darstellenden und projektiven Geometrie mit besonderer Berücksichtigung ihrer Begründung in Frankreich und Deutschland und ihrer wissenschaftlichen Pflege in Österreich*, Brünn (Carl Winkler), 1897.

H. Sequenz (Ed.): *150 Jahre Technische Hochschule Wien, Band 1: Geschichte und Ausstrahlungen*, Technische Hochschule Wien, 1965.

WÜRDIGUNGEN UND NACHRUFE IN ZEITSCHRIFTEN (AUSWAHL)

Internationale Mathematische Nachrichten (Österr. Math. Gesellschaft)

Monatshefte für Mathematik

Almanach der Österreichischen Akademie der Wissenschaften

Jahresberichte DMV (Zusammenstellung im Band 82 (1980), 181-192)

Mitgliedergesamtverzeichnis der DMV 1890-1990

IMU Canberry Circular (nur Daten, oft die einzige Quelle für Sterbedaten)

Aus meiner Studienzeit — das erste Jahr 1934/35

Edmund Hlawka, Wien

Anhand der im Folgenden abgedruckten Auszüge aus dem Vorlesungsverzeichnissen meiner ersten drei Semester werde ich einige Bemerkungen über die Mathematiker und Physiker, die ich in diesen Jahren kennengelernt habe machen:

Davor noch kurz einige Daten:

[E. Bukovics (1921 - 1975)]

H. Duschek (1895 - 1957)

Ph. Furtwängler (1869 1940)

K. Gödel (1906 - 1978)

H. Hahn (1879 - 1934)

E. Helly (1884 1942)

N. Hofreiter (1904 - 1990)

H. Hornich (1906 - 1979)

W. Mayer (1887 1948)

K. Mayrhofer (1899 1969)

K. Menger (1902 1985)

K. Strubecker (1904 1991)

H. Thirring (1888 - 1976)

W. Wirtinger (1865 1945)

Der Student Edmund Hlawka

PHYSIK

WS 1934/35

Schweidler E., o. P.: Experimentalphysik I (für Mediziner und Lehramtskandidaten), 5st., Mo. Di. Mi. 11—12.15, Mi. 17—18; gr. Hörs. d. I. und III. phys. Inst., IX., Strudelhofgasse 4. *

„ °Demonstrationsergänzung zur Vorlesung, 1st., Mi. 18—19. *, Lab.-Taxe Inl. S 3 **, Ausl. S 9 ***

„ Mittelschul-Experimentier-Praktikum f. Lehramtskandidaten, 6st., Mo. Di. 13—16; I. phys. Inst. (gegen vorherige Anmeldung). *, Lab.-Taxe Inl. S 6 ***, Ausl. S 18 ***

„ Wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener, täglich; I. phys. Inst. (Gilt als 10st. Nur Fortsetzung, keine Neuaufnahme!) *, Lab.-Taxe Inl. S 24 **, Ausl. S 72 ***

Thirring H., o. P.: Theoretische Optik, 5st., Mo. bis Fr. 8—9; Hs. d. Inst. f. theoret. Physik. *

„ °Seminar für theor. Physik, 1st., n. Ü.; ebendort. *

„ °Proseminar für theor. Physik, n. Ü.; ebendort. *

WS 1934/35

II. Mathematik.

Wirtinger W., o. P.: Einführung in die Differential- und Integralrechnung, 5st., 5mal 9—10; gr. Hörs. d. math. Seminars, IX., Strudelhofgasse 4. *

„ °Übungen zu dieser Vorlesung, 1st., Fr. 11—12; ebendort. *, Institutsbeitr. S 1

„ °Mathematisches Seminar, 2st., Di. Mi. 10—11; Zeichensaal. *, Institutsbeitr. S 2

„ °Mathematisches Proseminar, 1st., Do. 11—12; gr. Hörs. d. math. Inst. *, Institutsbeitr. S 1

„ °Kurs für darstellende Geometrie mit Übungen (Kursleiter Realschulprof. Dr. F. Palm), 3st., Mi. Fr. 15—16.30; gr. Hörsaal. *, Institutsbeitr. S 3

Furtwängler Ph., o. P.: Einführung in die Zahlentheorie, 5st., 5mal 10—11; gr. Hörs. d. math. Sem. *

„ °Übungen dazu, 1st., Sa. 10—11; ebendort. *, Institutsbeitr. S 1

„ °Proseminar, 1st., Di. 11—12; ebendort. *, Institutsbeitr. S 1

„ °Seminar, 2st., Mo. Mi. 11—12; ebendort. *, Institutsbeitr. S 2

Tauber A., em. a. P. (o. P.), Hon.-P.: Versicherungsmathematik, 4st., Di. Do. Fr. 15.30—16.50; Hs. V d. Techn. Hochschule. *

„ °Übungen hiezu (gemeinsam mit Dr. Fanta, a. P. d. Techn. Hochschule), 2st., Mo. 16.30—18; ebendort. *

Menger K., a. P.: Projektive und euklidische Geometrie in axiomatischer Darstellung („Synthetische Geometrie"), 5st., Mo. bis Fr. 11—12; gr. Hs. d. Inst. f. theor. Physik. *

Mayer W., Pd. (a. P.): Beurlaubt.

Berger A., Pd. (a. P.): Versicherungsmathematik nach der kont. Methode, 2st., Di. 17—19; kl. Hörs. d. math. Seminars. *

Helly E., Pd.: Einführung in die Theorie der linearen Operationen, 2st., n. Ü.; kl. Hörs. d. math. Seminars. *

Schrutka L., Pd. (o. P. an d. Techn. Hochsch.): °Seminar für angewandte Mathematik, 1½st., Do. 14.45—16.15; Techn. Hochschule, IV., Karlsplatz 13 (Aufnahme nur nach persönlicher Meldung beim Leiter und Nachweis entsprechender Vorkenntnisse). *

Mayrhofer K., Pd.: Differentialgleichungen, 5st., Mo. bis Fr. 12—13; großer Hörs. d. math. Sem. *

Duschek A., Pd.: Einführung in die analytische Geometrie, 4st., Mo. bis Do. 8—9 (verlegbar auf 12—13); gr. Hörs. d. math. Seminars. *

Gödel K., Pd.: Hat nicht angekündigt.

Hofreiter N., Pd.: Geometrie der Zahlen, 2st., Mo. Fr. 9—10; kl. Hörs. d. math. Seminars. *

Hornich H., Pd.: Algebraische Kurven und Flächen, 2st., Di. Sa. 11—12; kl. Hörs. d. math. Seminars. *

SS 1935

II. Mathematik.

Wirtinger W., o. P.: Einführung in die Differential- und Integralrechnung (Fortsetzung), 5st., 5mal 9—10; gr. Hörs. d. math. Seminars. *

„ °Übungen zu dieser Vorlesung, 1st., Fr. 11—12; ebendort. *, Institutsbeitr. Inl. S 1, Ausl. S 2

„ °Proseminar, 1st., Do. 11—12; ebendort. *, Institutsbeitr. Inl. S 1, Ausl. S 2

„ °Seminar, 2st., Di. Mi. 10—11; Zeichensaal. *, Institutsbeitr. Inl. S 2, Ausl. S 4

„ °Kurs für darstellende Geometrie mit Übungen (Kursleiter Realschulprofessor Dr. F. Palm), 3st., Mi. Fr. 15—16.30; gr. Hörs. d. math. Sem. *, Institutsbeitr. S 3

Furtwängler Ph., o. P.: Einführung in die Algebra, 5st., 5mal 10—11; gr. Hörs. d. math. Sem. *

„ °Übungen dazu, Sa. 10—11; ebendort. *, Institutsbeitr. S 1

„ °Proseminar, 1st., Di. 11—12; ebendort. *, Institutsbeitr. S 1

„ °Seminar, 2st., Mo. Mi. 11—12; ebendort. *, Institutsbeitr. S 2

Menger K., a. P.: Variationsrechnung, 5st., Mo. bis Fr. 11—12 (Mo. u. Mi. n. Ü., verlegbar); gr. Hörs. d. Inst. f. theor. Phys. *

„ Neueres über Bogenlänge und Flächeninhalt (mit Vortragsübungen und Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten), 1st., jeden zweiten Do. 17—19; kl. Hörs. d. math. Sem. *

Helly E., Pd.: Einführung in die Theorie der trigonometrischen Reihen, 2st., n. Ü.; kl. Hörs. d. math. Sem. *

Schrutka L., Pd. (o. P. an d. Techn. Hochsch.): °Seminar für angewandte Mathematik, Fortsetzung, 2st., Do. 14.45—16.15; Techn. Hochschule, IV., Karlsplatz 13 (Aufnahme nur nach persönlicher Meldung beim Leiter). *

Mayrhofer K., Pd.: Partielle Differentialgleichungen mit Anwendungen auf physikalische Probleme, 5st., Mo. bis Fr. 12—13; gr. Hörs. d. math. Sem. *

Duschek A., Pd.: Analytische Geometrie, 4st., Mo. bis Do. 8—9; gr. Hörs. d. math. Sem. *

Gödel K., Pd.: Ausgewählte Kapitel der mathematischen Logik, 2st., n. Ü. *

Hofreiter N., Pd.: Geometrie der Zahlen II, 2st., Mo. Fr. 9—10; kl. Hörs. d. math. Sem. *

Hornich H., Pd.: Einführung in die Riemannsche Geometrie, 2st., Do. Fr. 11—12; kl. Hörs. d. math. Sem. *

WS 1935/36

II. Mathematik.

Furtwängler Ph., o. P.: Theorie der algebraischen Gleichungen, 5st., 5mal 10—11; gr. Hörs. d. math. Sem. *
„ °Übungen dazu, 1st., Sa. 10—11 (verlegbar auf Mi. 11—12); ebendort. *, Institutsbeitr. S 1
„ °Proseminar, 1st., Mi. 9—10; ebendort. *, Institutsbeitr. S 1
„ °Seminar, 2st., Di. Do. 9—10; ebendort. *, Institutsbeitr. S 2
„ °Kurs für darstellende Geometrie mit Übungen (Kursleiter Realschulprof. Dr. F. Palm), 3st., Mi. Fr. 15—16.30; ebendort. *, Lab.-Taxe Inl. S 3, Ausl. S 3

Menger K., a. P.: Analytische Geometrie (euklidische, affine und projektive Geometrie), 4st., Mo. Di. Do. Fr. 12—13; gr. Hörs. d. math. Inst. *
„ °Übungen zur analytischen Geometrie, 1st., Mi. 12—13; gr. Hörs. d. math. Inst. *
„ Einführung in einen neuen Aufbau der Differentialgeometrie, 1st., jeden zweiten Do. 17—19; kl. Hörs. d. math. Inst. *

Mayrhofer K., Pd. (a. P.): Partielle Differenzialgleichungen zweiter Ordnung, 2st., Di. Do. 12—13; kl. Hörs. d. math. Sem. Techn. Hochschule (Lehrkanzel Prof. Kruppa). *

Helly E., Pd.: Nichteuklidische Geometrie, 2st., Fr. 4—6 (verlegbar); kl. Hörs. d. math. Seminars. *

Schrutka L., Pd. (o. P. an d. Techn. Hochsch.): °Seminar für angewandte Mathematik, 1½st., Do. 14.45—16.15; Techn. Hochschule, IV., Karlsplatz 13 (Aufnahme nur nach persönlicher Meldung beim Leiter und Nachweis entsprechender Vorkenntnisse). *

Duschek A., Pd.: Einführung in die Differentialgeometrie, 4st., Di. bis Fr. 8—9; gr. Hörs. d. math. Seminars. *
„ Analytische Geometrie mehrdimensionaler Räume, 2st., n. Ü. *

Gödel K., Pd.: Axiomatik der Mengenlehre, 2st. (Tag, Stunde und Ort der Vorlesung wird später bekanntgegeben). *

Hofreiter N., Pd.: Gruppentheorie, 2st., Mo. Fr. 9—10; gr. Hörs. d. math. Seminars. *

Hornich H., Pd.: Funktionentheorie, 4st., Mo. Di. Do. Fr. 11—12; gr. Hörs. d. math. Seminars. *
„ Grundsätzliche Fragen der Mathematik, 1st., n. Ü. *

Strubecker K., Pd.: Einführung in die geometrischen Gruppen, 2st., Mi. 11 bis 12, Fr. 9—10 (verlegbar); gr. Hörs. d. math. Sem. *
„ Einführung in die neue Kinematik (samt Anwendungen in der höheren Geometrie), 2st., Di. 17—19; Techn. Hochsch. (Lehrk. Prof. Kruppa). *

War Paulus Guldin ein Plagiator?

Detlef GRONAU, Graz

Einleitung.

Die *Guldinsche Regel* liefert Formeln für die Oberfläche und das Volumen von Rotationskörpern. Sie werden noch heutzutage in Vorlesungen über Analysis, zumindest an Technischen Hochschulen gelehrt und lauten wie folgt:

$$O = u \cdot \gamma \quad \text{und} \quad V = u \cdot F.$$

Dabei bedeuten:

- $F \ldots$ der Flächeninhalt der erzeugenden Fläche,
- $\gamma \ldots$ die Länge des Randes der erzeugenden Fläche,
- $u \ldots$ Umfang des Kreises den der *Schwerpunkt* der erzeugenden Fläche beschreibt.

Diese Regeln wurden von GULDIN[1] im II. Buch ([Gu]) seiner *Centrobaryca* veröffentlicht, einem Werk, bestehend aus 4 Büchern die zwischen 1635 und 1641 in Wien erschienen sind. Die Regel ist so formuliert (wir werden im folgenden noch genauer darauf eingehen), daß beide Formeln in einer zusammengefaßt sind:

Quantitas rotanda in viam rotationis ducta, producit Potestatem Rotundam uno gradu altiorem, Potestate sive Quantitate rotata.

Sie wurde von der mathematischen Gemeinschaft mit Begeisterung aufgenommen. So schrieb zum Beispiel *Bonaventura Cavalieri* in einem Brief vom 13.1.1643 an *Torricelli* (frei zitiert nach [U]): ... *Du sollst wissen, daß jener Pater eine wunderschöne Sache entdeckt hat, da sie universell ist für jede körperliche Figur, die durch Drehung um eine Achse entsteht und auch für Oberflächen, die eine Kurve beschreibt, auch von Linien oder Strecken oder Kurven, die durch Drehung um eine Achse erzeugend sind, zu welcher ich mit den Indivisiblen noch nicht gekommen bin ... und diese besteht im Ganzen in dieser Proposition: Wenn man den Schwerpunkt der rotierenden Fläche oder Linie, was es auch sei, gefunden hat und den Umfang des Kreises den der Schwerpunkt bei der Drehung beschreibt, mit der rotierenden Fläche oder Linie multipliziert, ergibt sich der erzeugte Inhalt oder die Oberfläche.* Dann schreibt aber Cavalieri im selben Brief: *Es ist vom Pater kein Beweis gegeben worden, er sagt, nur durch Induktion beweisen zu wollen, und zwar, daß die von diesen resultierenden Schlußfolgerungen mit jenen von Euklid, Archimedes etc. zusammenlaufen.*

Nach einigen (erstaunlich vielen) Jahren wurde entdeckt, daß diese Guldinschen Regeln mit genau dem gleichen mathematischen Inhalt und gleichartiger

[1] *Paulus Guldin, * 12.6.1577, Mels bei St. Gallen, † 3.11.1643, Graz.* Guldin war Lehrer an der damaligen Jesuitenuniversität in Graz.

mathematischer Formulierung bereits in den Werken von *Pappus von Alexandrien (ca. 300 n.Chr.)* und zwar im *VII. Buch seiner Collectiones* vorweggenommen wurden. Es ist nicht verwunderlich, daß dabei auch die Frage aufgeworfen wurde, inwieweit Guldin diese Regeln von Pappus gekannt und evtl. auch übernommen hat. Ausführliche Darstellungen über diesen Fragenkreis findet man etwa bei E. ULIVI [U] und I. BULMER-THOMAS [BT].

Einer der ersten, der die Koinzidenz von Guldins Regeln mit denen von Pappus entdeckte (dies, wie man aus handschriftlichen Vermerken und Briefen schließen kann, etwa zwischen 1673 und 1681) war, nach [U], V. VIVIANI,[2] ein Schüler und Mitarbeiter von Galileo.

Es war anscheinend *Leibniz*, der erstmals in einer *gedruckten mathematischen Abhandlung*, und zwar in den *Acta Eruditorum (1695)*, von der Übereinstimmung der Regeln von Guldin mit denen von Pappus schrieb. In jenem Artikel, der eine Verallgemeinerung der Guldinschen Regeln behandelt, schreibt Leibniz: "*Pappus subindicaverat quod Guldinus expressius ostendit*"[3] (Zitat nach [U]). Die Autorität von Leibniz mag wohl dazu beigetragen haben, daß sich auch weiterhin der Name *Guldinsche Regel* gehalten hat.

Kannte Guldin Pappus' Werke?

Die entsprechende Regel von Pappus über Volumen und Oberfläche rotierender Körper, die weiter unten noch zitiert werden soll, sind im Vorwort zum VII. Buch der *Collectiones* enthalten. Die Collectiones waren zu Zeiten Guldins in mehreren Ausgaben vorhanden. Zunächst gab es ein in griechischer Sprache verfaßtes Manuskript, im Besitze der Bibliotheca Vaticana. Um 1575 verfertigte *Frederico Commandinus* (Urbino, 1509-1575) eine Lateinische Übersetzung der Collectiones, die 1588 in Pesaro posthum gedruckt wurde. Es scheint ein großer Erfolg gewesen zu sein, denn schon im Jahre 1589 gab es eine unveränderte Neuauflage, diesmal mit dem Impressum Venedig (siehe [P1]) und dann auch eine weitere unveränderte Ausgabe in Bologna 1602. Später, 1660, also lange nach dem Tode Guldins gab es eine leicht veränderte Neuauflage, bearbeitet von *Manolessius*. Zur Ergänzung seien noch die Bearbeitungen von *Fredericus Hultsch* [P2], 1876 bis 1878 und von *Alexander Jones* [P3], 1986 erwähnt.

In der historischen Forschung wird nun gerätselt, ob Guldin die Werke Pappus' gekannt hat (dies ist gesichert, da Pappus von Guldin zitiert wird, ja sogar dessen Collectiones, z.B. in [Gu], S. 297) und welche der Ausgaben Guldin wohl gelesen haben mag.

Um die Verwirrung noch zu steigern, gab es eine kleine historische Episode, in der zunächst "bewiesen" werden sollte, daß Guldin nie Pappus' Werke gelesen haben konnte. Das Ganze beruhte auf einem Irrtum des Historikers *Jean Etienne*

[2] *Vincentio Viviani.* * *5.4.1622*, † *22.9.1703*, *Florenz*. Er stellte (1659) das 5. Buch der Kegelschnitte des Appollonius von Perge wieder her und befaßte sich mit den Problemen der Winkeldreiteilung und Würfelverdoppelung.

[3] etwa: *Pappus hat angedeutet, was Guldin deutlich dargelegt hat.*

MONTUCLA (1725-1799). In seinem Werk *Histoire des mathématiques, 2 vols., Paris 1758*, behauptete Montucla, daß in den ersten Pappus-Ausgaben von Commandinus, die entsprechenden Regeln gar nicht enthalten seien. Erst in jener von Manolessius aus dem Jahre 1660, also lange nach Guldins Tod, sei erstmals die Regel von Pappus in lateinischer Sprache zugänglich gewesen. Daß Guldin das griechische Manuskript des Vatikans gelesen habe sei (mit Hinweis auf Guldins 2. Bildungsweg) unwahrscheinlich.

In der zweiten Auflage der *Histoire des mathematiques* aus dem Jahre 1799 revidierte Montucla diesen Fehler. Er schreibt (frei zitiert nach [BT]):

Ich habe mich in der ersten Ausgabe dieses Werkes geirrt, indem ich gesagt habe, daß diese Stelle von Pappus vor der Ausgabe der Collectiones von 1660 nie veröffentlicht wurde: man kann sie gleicherweise in den gleichen Worten in jener von 1588 lesen. Ich weiß nicht, wie ich zu diesem Fehler kam. Man kann nun nicht mehr sagen, daß Guldin dieses Werk des alten Geometers nicht gekannt hat, denn es ist mehrmals in seinen eigenen Werken zitiert worden; ich werde mich dennoch hüten, Guldin des Plagiates anzuklagen, aber es scheint mir schwierig zu sein, ihn davon freizusprechen.

Dieser Irrtum in der ersten Ausgabe von Montucla hat sich allerdings, trotz Korrektur bis in dieses Jahrhundert fortgepflanzt, wie [BT] aufgezeigt hat oder wie man auch in [McD], S. 36 feststellen kann und wird immer wieder dazu verwendet, um Guldin von jedem möglichen Verdacht zu befreien.

Andererseits gibt es auch vehement ausgesprochene Vorwürfe gegen Guldin. So schreibt *D.E. Smith* in seiner *History of mathematics* [Sm] auf Seite 433f.:

Two other Swiss mathematicians of the 17th century deserve mention, - one a genius, the other a plagiarist. The genius was Jobst Bürgi. . . . The other swiss writer was of a different character. He was a professor while Bürgi was a watchmaker; his name has been known for three centuries, while Bürgi's has been almost forgotten; but he was a plagiarist, while Bürgi was a genius. Paul Guldin began his work as a goldsmith. He later entered the Jesuit order, lived for a long time in Rome, and became professor of mathematics at the University of Vienna and later at Gratz. He wrote on physics and mathematics, but is chiefly known for the fact that his name attaches to a theorem of Pappus on the volume af a solid generated by the revolution of a plane about an axis, - a theorem which he included in his works without credit, fully aware that it was in the works of Pappus, to which he is known to have had access.

Eine Kontroverse zwischen D.E. Smith und G.A. Miller wurde in Form von Leserbriefen in SCIENCE, Vol LXIV, August 27, 1926, S. 204-206 veröffentlicht.

Guldin besaß die Commandinus Ausgabe 1589.

Guldin, der eigentlich als Sohn protestantischer Eltern mit dem Vornamen Habakuk hieß und der (nach Krones [Kr]) 1609 zum katholischen Glauben übertrat und nach Fischer [Fi] 1597[4] dem Jesuitenorden beitrat, hielt sich längere Jahre in Rom auf, wurde dann Professor für Mathematik an der Jesuitenuniversität in Graz durch zwei Jahre (1618/19)[5], lehrte dieses Fach dann mit vielem Erfolge in Wien und kehrte dann 1637 wieder nach Graz zurück, um hier seine ganze übrige Lebenszeit als Lehrer zu verbringen ([Kr], S. 387 und [Fi]).

Das Institut für Mathematik der Universität Graz ist im Besitze eines Ölbildes (vermutlich aus dem Jahre 1650), das P. Guldin darstellt. Es ist vermutlich das von Krones [Kr], S. 387 erwähnte Bildnis, das seinerzeit (1886) "an der betreffenden Abteilung der Grazer Collegium-Bibliothek angebracht" worden war. Das Bild enthält folgenden Untertext:

P. PAULUS GULDIN, ex heterodoxe Religiosus, ex aurifabro Mathematicus, ex Adiutore temporali Sacerdos clarus zelo, obsequio epidemicorũ repetitio, vindiciis Clavij imẽsis Centrobarycis Mura Graecij refrenato. Ibidem studiorum afflictationum corporis et morborum beatum finem sortitus est Anno 1643 Ætatis: 67. Societas 42 relictis plurimis libris et instrumentis$_{1650?}$

In Übersetzung:

P(ater) PAULUS GULDIN wurde aus einem Andersgläubgen ein Ordensmann, aus einem Goldschmied ein Mathematiker, aus einem Laienbruder ein Priester. berühmt durch seinen Arbeitseifer, durch den wiederholten Einsatz für Seuchenopfer, als Verteidiger des Clavius, durch seine umfangreichen Centrobarica und durch die gezähmte Mur von Graz. Ebenda gelangte er zum seligen Ende aller seiner Studien, seiner körperlichen Beschwerden und Krankheiten im Jahre 1643 im 67. Lebensjahr, im 42. Jahr seiner Zugehörigkeit zur Gesellschaft Jesu. Er hinterließ sehr viele Bücher und Instrumente.$_{1650?}$ *(Jahreszahl schlecht lesbar.)*

Die in diesem Text erwähnten Bücher sind glücklicherweise erhalten und werden in der Rara Sammlung der Universitätsbibliothek bewahrt, wo sie auch dem interessierten Leser zugänglich sind. Sie bilden den Grundstock der *Bibliotheka Mathematica* (siehe [Se]), die eine sehenswerte Kollektion bibliographischer Raritäten umfaßt. Unter den mehr als 175 (dies ist die ungefähre Anzahl der sicher aus Guldins persönlicher Bibliothek stammenden und noch erhaltenen) Büchern aus Guldins Besitz befindet sich auch mit der Inventarnummer 150[6] die Collectio-

[4] zu den divergierenden Jahreszahlen sei auch noch auf eine weiter unten zitierte Inschrift auf einem Bibliothekswidmungsbild von Guldin verwiesen. Die Zeitangaben von [Fi] sind auch in [Lu] zu finden.

[5] Im Promotionsbuch der Universität Graz befindet sich mit dem Datum 8. August 1618 eine Eintragung, aus der hervorgeht, daß Paulus Guldin in kleinstem Rahmen zum Magister der Philosophie promoviert wurde (siehe [An], P958).

[6] Diese wurde später auf 250 korrigiert. Inwieweit die Inventarnummer auf die Anzahl, bzw. auf das Erwerbungsdatum einen Einfluß hat, konnte nicht geklärt werden. Jedenfalls gibt es auch Inventarnummern über 200 in Guldins persönlicher Bibliothek.

nes in der Commandinus Übersetzung, und zwar die Ausgabe von Venedig 1589. Allerdings, und dies scheint interressant zu sein, trägt das Titelblatt den handschriftlichen Vermerk:

Pisauri 1588, non Venetijs 1589, ubi solùm hoc primum folium impreßum

Ein Handschriftenvergleich ergibt, daß diese Eintragung mit ziemlicher Sicherheit aus Guldins Hand stammt. Guldin besaß also nicht nur die Collectiones von Pappus, sondern hat ihnen auch (zumindest bibliographisches) Interesse zugewendet. Das Buch selbst enthält keine Notizen oder Bemerkungen innerhalb des Textes. Dies trifft auch auf die anderen Bücher aus dem Besitze Guldins, die ich gesehen habe zu. Guldin pflegte anscheinend nur auf dem Titelblatt Vermerke anzubringen.

Die Regel von Pappus:

Diese Regel ist im Vorwort zum Buch VII in [P1] auf Seite 165(Rückseite) enthalten:

[. . .]

Ego autem & à principio in mathematicis versatus, & in materia quæstionum à natura proposita videns omnes commotos erubi, cum & multo meliora ostenderim, & quæ multam afferant vtilitatem.

Sed ne vacuis manibus difficultati huic cessisse videar, hæc legentibus tradam. Perfectorum vtrorumque ordinum proportio composita est ex proportione amphismatum, & rectarum linearum similiter ad axes ductarum à punctis, quæ in ipsis grauitatis centra sunt.

Imperfectorum autem proportio composita est ex proportione amphismatum, & circumferentiarum, & circumferentiarum à punctis, quæ in ipsis sunt centra grauitatis, factarum. Harum circumferentiarum proportio diuiditur in proportionem ducatrum linearum, & earum, quas continent ipsarum extrema ad axes angulorum. continent autem hunc propositiones ferè existentes vna multa, & varia theoremata & linearum, & superficierum, & solidorum omnia simul vna demonstratione, & quæ nondum demonstrata sunt, & que & in duodecimo libro horum elementorum. Itaque habent omnes libri conicorum Appollonij theoremata, vel diagrammata quadringinta octoginta septem, lemmata vero que in ipsa sunt, nonaginta.

In deutscher (mehr oder weniger freier) Übersetzung:

Ich aber bin beschämt, wenn ich alljene erregt sehe, die mit den Grundlagen der Mathematik vertraut sind und mit dem Vorrat an Fragen, die die Natur uns vorlegt, da ich ja viel Besseres versprochen und viel Brauchbareres verkündet habe. Doch um nicht mit leeren Händen zögernd zu erscheinen, teile ich eine Auswahl davon mit. Die Proportion beliebiger Ordnung von vollständig (rotierenden Körpern) ist zusammengesetzt aus der Proportion der rotierenden Figuren und der geraden Linien die von deren Schwerpunkten jeweils zu den Achsen gezogen werden. Die Proportion wiederum von unvollständig (rotierenden Körpern) ist zusammengesetzt aus der Proportion der rotierenden Figuren und den Bögen der von deren Schwerpunkten gemacht wird. Die Proportion jener Bögen *wird aufgeteilt in die Proportion der geführten Linien und dem was sie an extremen Winkeln zu den Achsen beinhalten. Diese Propositionen wiederum, welche ja eigentlich eine einzige ist, enthält viele verschiedene Theoreme, über Kurven, Oberflächen und Volumen, alle gleichzeitig mit einem Beweis, solche die bisher noch nicht bewiesen wurden und solche aus dem zwölften Buch jener Elemente. Und so sind alle vierhundertsiebenundachzig Theoreme oder Diagramme von Appollonius' Bücher über die (Kegel)Schnitte und ferner die neunzig Lemmata, die in jenen sind.*

Ein Beweis dieser Regeln ist in den überlieferten Werken von Pappus bisher nicht gefunden worden.

Die Regel von Guldin:

Diese Regel findet man in [Gu]. Die Seite 147 beginnt mit:

LIBRI II. CAPUT VIII: *147*

3. Regula autem generalis Compositionis Potestatum Rotundarum cuiuscunque gradus hæc est:

Quantitas rotanda in viam rotationis ducta, producit Potestatem Rotundam uno gradu altiorem, Potestate sive Quantitate rotata.

Brevis est hæc Regula, universalis, simplex atque amplissimi usus, omni gradui Potestatum deserviens. Nam etiamsi Primi gradus Potestas nascatur, ex non quantitate, hoc est, ex puncto, & ipsamet Via rotationis, Potestas sit quæ oritur, nihil tamen fit contra hanc Regulam: Punctum enim cum sit nulla quantitas, si illa, hoc est, nihil ducatur in viam rotationis, remanebit & erit Via rotationis ipsa immutata, ex præscripto Regulæ, Potestas ea quæ quæritur, ut patebit Propos: I, Capite sequenti, de cæteris Potestatibus etiam videbimus infra suis locis.

Potest autem hæc Regula accommodari etiam Compositioni Potestatum Directarum: nam id, quod hic vocamus Viam Rotationis, est in Directis Linea aut Via compositionis, ut Num: præcedenti diximus; sic ad compositionem Lineæ Rectæ compositionis, ut Num: præcedenti diximus; sic ad compositionem Lineæ Rectæ præfinita debet esse Via, sive termini à quo, & ad quem fieri debet motus, & hæc ipsa Via sive intervallum inter utrumq; terminum, est Potestas Prima Directa. Hæc Linea recta deinde ducta in Viam compositionis sive motus recti, quæ strictè sumpta, est recta ex centro gravitatis Lineæ movendæ perpendiculariter ad ipsam educta, & terminata à termino Potestatis futuræ, producit Potestatem gradus secundi, quæ est Planum. Hoc denique Planum ductum in viam compositionis, producit Potestatem tertij gradus; est autem hæc via Compositionis pro Tertio gradu, pressè loquendo, perpendicularis è centro gravitatis Plani illius quod diximus, ad ipsum Planum educta, quæ tanta est, quantam Potestas futura expossit. . . .

In deutscher (mehr oder weniger freier) Übersetzung:

3. Eine allgemeine Regel über die Zusammensetzung der Mächtigkeiten beliebigen Grades von rotierenden Figuren lautet:

Eine rotierende Größe auf dem Weg der Umdrehung geführt, erzeugt die um einen Grad höhere rotierende Mächtigkeit, als rotierte Mächtigkeit oder Größe.

Kurz ist diese Regel, allgemein und einfach und vielfältig anwendbar auf Mächtigkeiten aller Grade. Denn wenn auch die Mächtigkeit ersten Grades aus einer Nullgröße, das heißt einem Punkt entsteht, und daselbst der Weg der Rotation als Mächtigkeit entsteht, macht dies doch keinen Widerspruch gegen diese Regel: Ein Punkt ist sicherlich eine Nullgröße, wenn jener, wie es ist als nichts auf dem Weg der Rotation geführt wird verbleibt als die zu untersuchende Mächtigkeit nach der vorgeschriebenen Regel der Weg der Rotation selbst unverändert, wie aus Propos. I des folgenden Kapitels offenbar werden wird. Die übrigen Mächtigkeiten werden wir weiter unten behandeln.

Man kann auch diese Regel auf die Zusammensetzung von in geraden Linien geführten Mächtigkeiten anwenden: . . .

Um diese Regel, nämlich *Quantitas rotanda in viam rotationis ducta, ...* verstehen zu können, muß man auf S. 143 zurückblättern. Dort sind ausführlichst in Definitionen die einzelnen Fachausdrücken erklärt. Zum Beispiel auf Seite 144:

D E F I N I T I O IV.

VIA Rotationis est circumferentia circuli, quam in rotatione describit Centrum gravitatis quantitatis rotatæ, sive terminus Radij rotationis circumlatus.

Dabei ist *Radius Rotationis* in Definition III, sowie die dort verwendeten Begriffe in Definition II und I erklärt. Im Anschluß an die Formulierung der Regel setzt Guldin auf Seite 147 und den Folgeseiten mit mehreren Corollarien fort, die über die Proportionen der Mächtigkeiten von rotierenden Figuren handeln. Etwa: wenn gleiche Größen auf gleichem Wege geführt werden, dann sind auch die erzeugten Mächtigkeiten gleich, sonst ungleich. Oder: werden ungleiche Größen rotiert und sind deren Mächtigkeiten gleich, dann müssen die Rotationswege ungleich sein. Beweise sind allerdings dabei nicht herauszulesen.

Interessant ist noch eine Sentenz auf Seite 297 aus den Centrobarica [Gu]. In den vorangehenden Seiten 295 und 296 erwähnt er mit Lob die alten Mathematiker wie *Hippocrates*, *Pythagoras*, *Erathostenes*, *Archimedes* u.a. und zeigt insbesondere der Person *Euklids* und seinen *Elementen* allergrößte und überschwängliche Wertschätzung. Dann schreibt Guldin:

Constitueramus quidem eodem modo demonstrare quadam à Pappo Alexandrino in Collectionibus Mathematicis allata: sed fruere modo his Laboribus nostris Lector, alios polliceremur largius, nisi constaret ante, tam larga, tam longa promissa solvi non posse, qua vel morbi graves, vel invida fatorum leges, aut ipse qui fata moderatur Deus, citius obsolvet.

Wir hatten uns zwar vorgenommen, auf dieselbe Weise das zu beweisen, was von Pappus Alexandrinus in den Collectiones Mathematices dargestellt wurde: der Leser würde sich an diesen unseren Arbeiten erfreuen und andere mehr würden wir ihm versprechen, wenn nicht von vornherein feststünde, daß ich so langwierige Versprechen nicht einlösen kann, da mich eine schwere Krankheit, ein Schicksalsschlag oder der schicksalslenkende Gott schnell davon entheben wird.

In den unmittelbar darauffolgenden Zeilen erwähnt Guldin wieder Kepler, der in seiner *Stereometria Archimedea* ebenfalls Rotationskörper behandelte, aber dabei nicht, wie Guldin fast hämisch vermerkt, die Anwendung der Methode des Schwerpunktes kannte. Er schreibt in [Gu], S. 297: ... *er hat viele nützliche Dinge* *zu beweisen versucht: aber da er den Gebrauch des Schwerpunktes nicht wußte, schlug er den Weg nicht ein und gab nach einigen Versuchen und Wagnissen auf.*

Auch auf Archimedes nimmt er Bezug und macht den Leser darauf aufmerksam, daß er nur die Ausgabe von Rivaltus (vermutlich jene, gedruckt 1615 in Paris) zur Hand habe, man daher die zitierten Nummern der Propositionen den anderen Ausgaben anpassen möge. Dabei kann man heute feststellen, daß Guldin die Archimedes Ausgabe von Commandinus, Bologna 1565, persönlich besessen hat, und zwar als Addendum an das Werk von F. Commandinus: *LIBER DE CENTRO GRAVITATIS SOLIDORUM* (beide Werke im selben Jahr 1565 beim selben Verleger Benacus in Bologna erschienen) mit der persönlichen Guldin Signatur γ 116. Die Ausgabe von Rivaltus, 1615 ist zwar ebenfalls im Bestand der Grazer Bibliotheca Methematica, scheint aber erst im 18. Jhdt. nach der Josephinischen Reform vom Stift St. Lambrecht nach Graz gekommen zu sein.

Dann schreibt er:

Centri Gravitatis INVENTIONEM instituimus, ut in eo consistas, tanquam in bilance: & aquum de doctrina nostra feras iudicum. USUM deinde Centri tradimus, ut tu mediocritatis hinc modum disceres, qui cognitus, altus est vere ad sapientiam gradus, aureum certe quisquis Centrum Gravitatis medium inquam diligit, secura facile felicitate otietur, hoc verò quidquid Centrum excedit pendet instabili loco.

Aus diesen Worten geht wohl hervor, daß Guldin die Anwendung der Schwerpunksmethode als seine eigene Entdeckung erachtet. Dies betont Guldin auch im Vorwort zum Kapitel VIII, [Gu], Seite 133: *Vsum nirimum proponamus novum* Centri gravitatis; ...

Ein Vergleich:

Wenn man nun die Regeln von Pappus und Guldin miteinander vergleicht, so ergeben sich starke Gemeinsamkeiten. Fassen wir sie zusammen:

1. Das gleiche Ergebnis.
2. Die Einführung des Weges des Schwerpunktes.
3. Die Anwendung der Regel auf drei verschiedene Mächtigkeiten:
   Bei Pappus: "*& varia theoremata & linearum, & superficierum, & solidorum omnia simul vna demonstratione*".
   Guldin betont "*Brevis est hæc Regula, universalis, simplex atque amplissimi usus, omni gradui Potestatum deserviens. Nam etiamsi Primi gradus Potestas nascatur ...*"

Diese Gemeinsamkeiten sind meiner Meinung sehr schwerwiegend. Man vergleiche etwa auch die Formulierung bei Guldin [Gu], S. 133: ... *& Lineas, & Superficies, & Corpora omnia, quæ quoquo modo ex perfecto ac simplici motu circulari, quem nos* Rotationem *appellamus, ortum ducunt: ...*

Die Regel in der Formulierung von Pappus ist vielleicht etwas leichter zu verstehen, läßt aber wegen der Kürze ihrer Darstellungen Interpretationen offen. Guldin gibt dagegen viele umfangreiche oft aber, zumindest für unseren Zeitgeist, komplizierte und überflüssige Zugaben. Wenn man gegen Guldin sprechen

wollte, könnte man sagen, daß Guldin bewußt seine Formulierung "akademisch" verschleiert habe. Um aber mit den inhaltlichen Ausführungen Pappus mithalten zu können, habe Guldin etwa z.B. in den auf 147f angeführten Korollarien das nachgeholt, was Pappus kurz und bündig mit der Formulierung als Proportionen dargestellt hat.

Guldin war sicherlich kein schlechter Mathematiker. Sein Lebenswerk ist umfangreich (siehe [Ba]), wenn auch wenig davon heute noch bekannt ist. Eine Biographie über ihn wäre noch zu schreiben. Es wäre insbesondere lohnenswert, zu untersuchen, ob er wirklich imstande war, ein Theorem in solch einer brillanten Formulierung selbst zu finden. Oft sagt man ja, daß zu gewissen Perioden die Zeit reif ist für neue Entdeckungen. Allerdings kündigen diese sich meist durch Vorarbeiten zu diesen Entdeckungen an. Vorarbeiten für das Volumen von Rotationskörper wurden ja von Archimedes und insbesondere durch Kepler, der ja mit Guldin in regem Briefverkehr stand, erbracht. Ob sie Guldin zu diesen Regeln geführt haben, bleibt dahingestellt.

Guldin scheint überaus korrekt Archimedes, Kepler und auch andere Mathematiker in seinem Buche zitiert zu haben. Hier hat er es dem Leser auch leicht gemacht, indem er ein Register der zitierten Namen anfügt. Guldin spart nicht mit Lob, aber auch nicht mit Tadel, zum Beispiel, wenn er Kepler der mangelnden Exaktheit bezichtigt oder wenn er Cavalieri vorwirft, "als eigene Erfindung veröffentlicht zu haben, was er aus den Schriften von *Souvey* und *Kepler* entnommen habe" (zitiert nach [Ca], Seite 841).

Ich will und kann nicht behaupten, daß Guldin von Pappus abgeschrieben hat. Jedenfalls hätte er dazu die Möglichkeit gehabt und es gibt meiner Meinung viele Indizien dafür. Aber eines glaube ich behaupten zu können: Falls man Guldin nachweisen könnte, daß er die Regeln von Pappus gekannt hat, dann muß man auch als gesichert annehmen, daß er wohl bewußt und nicht durch ein Versehen den Namen Pappus verschwiegen hat. Sei es, daß ihm die Formulierung bei Pappus zu gering war, sei es daß er sich den Ruhm nicht mit einem anderen teilen wollte.

Ich danke meinen Kollegen, Ernst Seidel für viele wertvolle bibliographische und historische Hinweise und Ludwig Reich, der mir beim Verständnis der lateinischen Texte behilflich war.

LITERATUR

[An] **Andritsch, Johann:** Die Matrikeln der Universität Graz. Band 1, 1586-1630. Akad. Druck- u. Verlagsanstalt, Graz-Austria, 1977.

[Ba] **Backer, Augustin et Alois de:** Bibiothèque des écrivains de la Compagnie de Jésus. Liége 1856.

[BT] **Bulmer-Thomas, Ivor:** GULDIN'S THEOREM – OR PAPPUS'S? ISIS. Philadelphia/Penns., Vol. 75, No. 277, June 1985, 348–352.

[Ca] **Cantor, Moritz:** Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, 2. Band. Verlag Teubner, Leipzig 1900.

[Fi] **Fischer, Karl A.F.:** Jesuiten-Mathematiker in der deutschen Assistenz. Archivum Historicum Societatis Jesu. 47(1978), 159-224.

[Gu] **Guldin, Paulus:** PAULI GULDINI SANKTO-GALLENSIS E Societate Jesu, DE CENTRO GRAVITATIS, LIBER SECUNDUS.DE USU CENTRI GRAVITATIS binarum specierum Quantitatis continuæ; SIVE DE COMPOSITIONE ET RESOLUTIONE POTESTATVM ROTUNDARUM. VIENNÆ AUSTRIÆ, Formis Matthiæi Cosmorovij in Aula Coloniensi. Anno à Christo Nato M.DC.XL., Societas Jesu confirmata . . .

[Kr] **Krones, Franz von:** Geschichte der Karl Franzens-Universität in Graz. Verlag der Karl Franzens-Universität, 1886.

[Lu] **Lukács, Ladislaus:** Catalogi Personarum et Officiorum Provinciae Austria S.I., II(1601-1640), Romae, Institutum Historicum SI, 1982.

[McD] **MacDonnell, Joseph:** Jesuit Geometers. No. 11 in Series IV of the Inst. of Jesuit Sources: Studies in Jesuit Topics. Vatican Observ. Found. 1989.

[P1] **Pappus:** PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICAE Collectiones. A FEDERICO COMMANDINO VRBINATÆ In Latinum conuersæ, & Commentarijs Illustratæ. VENETIIS, Apud Franciscum de Franciscis Senensem. M.D.LXXXIX.

[P2] **Pappus:** PAPPI ALEXANDRINI COLLECTIONIS quae supersint E LIBRIS MANU SCRIPTIS EDIDIT latina interpretatione et commentariis instruxit **FRIDERICUS HULTSCH**. VOLUMEN II. insunt librorum VI et VII reliquiae. BEROLINI APUD WEIDMANNOS MDCCCLXXVII.

[P3] **Pappus:** Pappus of Alexandria, Book 7 of the Collection. Part 1. Introduction, Text and Translation. Part 2. Commentary, Index and Figures. Ed. with Transl. and Comm. by **Alexander Jones**. Springer-Verlag, New York etc., 1986.

[Se] **Seidel, Ernst:** BIBLIOTHECA MATHEMATIKA, VON Euclid bis Gauß. Ausstellungskatalog, Universitätsbibliothek Graz, 1985.

[Sm] **Smith, David Eugene:** History of Mathematics. Dover Publ., New York 1958 (reprint).

[U] **Ulivi, Elisabetta:** Il Theorema di Pappo-Guldino: Dimostrationi ed attributioni. Bolletino di Storia delle Scienze Mat., Vol. II (1982) fasc.2, 179-201.

DETLEF GRONAU
Institut für Mathematik
Universität Graz
Heinrichstraße 36
A-8010 Graz

Philibert Utz, Melker Benediktiner und Mathematiker im 17. Jahrhundert

1.Jugendjahre

Philibert (weltlich: Stephan) Utz wurde am 12. September 1621 in Bamberg in Franken geboren. Er war das dritte der elf Kinder des Forstmeisters Martin Utz und seiner Ehefrau Dorothea (geborene Reuter).[1] Seine Kinder- und Jugendjahre verbrachte Stephan Utz vermutlich im Hause seines Vaters in der Langen Gasse 9.[2]

Utz verlegte seinen Aufenthaltsort von Bamberg nach Wien und begann hier im Jahre 1635 an der Universität das Studium der Philosophie.[3] Stellt man sich die Frage nach der möglichen Ausbildung im Bereich der Mathematik, so sind einige Faktoren zu berücksichtigen:

Seit dem Jahre 1623 hatten die Jesuiten das Recht, sämtliche Lehrkanzeln der theologischen und philosophischen Fakultät zu besetzen. An der philosophischen Fakultät waren dies folgende neun: Poetik, Rhetorik, Mathematik, Logik, Physik, Metaphysik, Dialektik, Ethik und Sprachen (Hebräisch und Griechisch).

In der Ausbildung der Jesuiten kam Mathematik ursprünglich überhaupt nicht vor, wurde aber später den Regeln für die ordenseigenen Schulen bzw. für die Universitäten als Teil des Philosophiekanons hinzugefügt. War die Wertschätzung, die der Mathematik im Orden entgegengebracht wurde, auch gering, so gab es doch immer wieder einzelne Ordensmitglieder, die die mathematische Wissenschaft ambitioniert vorantrieben.

Christoph Clavius,[4] Mathematikprofessor am Collegium Romanum setzte sich vehement Angriffen zur Wehr, die der Mathematik die Wissenschaftlichkeit absprachen. Im Prolegomena zu seiner Euklidübersetzung vertritt er die Ansicht, daß „es keinen Zweifel geben kann, daß den mathematischen Wissenschaften der erste Platz unter allen Wissenschaften eingeräumt werden muß". Von seinen zahlreichen Vorschlägen für die „Ratio studiorum", den Studienplan, blieb trotzdem nur Weniges. Obwohl die Mathematik im Ausbildungskonzept der Jesuiten keine große Bedeutung erlangte, gab es doch einzelne Patres, die auf mathematischem Gebiet große Leistungen vollbrachten. Als Beispiel seien zwei Österreicher angeführt, die sich Verdienste erwarben. Christoph Grienberger lehrte schon in der österreichischen Provinz Mathematik und wurde Nachfolger von Christoph Clavius auf dem Lehrstuhl in Rom. Paul Guldin hielt sich ebenfalls einige Jahre in Rom auf und war Mathematikprofessor in Graz und Wien (ab 1627).

[1] Privatkartei des Genelogen Bruno Röttinger, D 1008, Nr. 124.

[2] Hans Paschke, Studien zur Bamberger Geschichte und Topographie, Heft 12, Die Lange Gasse zu Bamberg, Bamberg 1958.

[3] Matrikeln der Universität Wien, IV.Band 1579/II - 1658/59, fol 32b.

[4] **Christoph Clavius**, geboren am 25. März 1538 in Bamberg, trat 1555 in Rom der Gesellschaft Jesu bei, studierte in Coimbra und Rom. Bis zu seinem Tode im Jahre 1612 blieb er Mitglied des Kollegs in Rom und wirkte als Mathematikprofessor. Er war der bedeutendste Jesuitenmathematiker in den ersten Jahrzehnten des Ordens und einer der berühmtesten Mathematiker seiner Zeit überhaupt. Neben seiner Tätigkeit als Professor am Collegium Romanum verfaßte er zahlreiche mathemathische Werke und war maßgeblich an der gregorianischen Kalenderreform beteiligt.

Guldins Nachfolger an der Wiener Universität war P. Carolus Sinnich, der ab dem Jahre 1635 die Vorlesung der Mathematik hielt. Rückschlüsse auf den Inhalt der Vorlesung, und damit auf die Ausbildung des Stephan Utz, läßt eine Handschrift zu, die in der Stiftsbibliothek Melk aufbewahrt wird. Diese Vorlesungsmitschrift, die nach dem Vortrag von P. Sinnich im Jahre 1637 abgefaßt wurde, stammt vom Tiroler Matthias Reichart.[5]
Der Papierkodex, cod. 1065 (olim 713), umfaßt 252 Seiten und ist betitelt: **Geometria Practica**, tradita in Alma Universitate Viennensi, anno Christi MDCXXXVII.

Inhaltsübersicht

Kapitel	Seiten
Grundlegende arithmetische Theoreme, Grundrechnungsarten, Bruchrechnen, Regel der Drei	18
Grundlegende geometrische Theoreme, Konstruktionen von ebenen Figuren,	12
Herstellung und Verwendung des Geometrischen Quadrates und des Quadranten	4
Erklärung von Sinus, Tangens und Secans; graphische Darstellung auf dem Kreis.	10
Messung von Längen, Höhen und Tiefen. Verwendung verschiedener Geräte und Hilfsmittel,... Beispiele aus der Praxis.	40
Messung von Flächen und ebenen Oberflächen	36
Hinweise zur Erstellung und zum Gebrauch der Tabelle (Sinus, Tangens, Secans)	40
Tabelle	45
Praktische Beispiele	34

An der Seitenzahl läßt sich ablesen, daß neben den jeweils kurzen Einführungskapiteln und den Flächenberechnungen das Hauptaugenmerk auf die Trigonometrie und ihre Anwendungen gelegt wurde.

2. Wirken im Kloster

Nach Absolvierung der "Artes liberales" beschloß Stephan Utz, in den Benediktinerorden einzutreten. Sein Ansuchen um Aufnahme in die benediktinische Gemeinschaft im Kloster Melk wurde angenommen. Nach dem vollendeten Probejahr (Noviziat) legte der 23jährige Philibert am 22. Mai 1644 die feierlichen Gelübde ab und weihte sein Leben Gott, dem Orden und dem Haus.[6] Die anschließenden Studien der Theologie schloß er mit ausgezeichnetem Erfolg ab, und am 1. Mai 1650 wurde er zum Priester geweiht.
Seinem Abt, Valentin Embalner, gelang es trotz großer Belastungen und Gefahren, denen das Stift Melk während der Schwedenkriege ausgesetzt war, dem Haus eine solide wirtschaftliche Grundlage zu geben, wesentliche bauliche Veränderungen durchzuführen und auch das geistige Leben anzuregen. Die genaue Beobachtung der klösterlichen Disziplin lag ihm sehr

[5] Matrikeln der Universität Wien, IV Band 1579/II - 1658/59, fol 41a
[6] Profeßbuch des Klosters, unter Abt Valentin Embalner (1637 - 1675)

am Herzen. Er war jedoch auch darauf bedacht, seine jungen Mitbrüder gründlich ausbilden zu lassen.
Die Melker Klosterschule bestand schon seit 1229 und ermöglichte auch Knaben aus armen Verhältnissen eine Schulbildung. Vordringliche Aufgabe der Klosterschule war aber die Nachwuchspflege. Philibert Utz ist der zweite Geistliche, von dem nachweislich bekannt ist, daß er als Lehrer an der Melker Klosterschule gewirkt hatte. In den Jahren davor wurde dies von weltlichen Lehrern, Schulmeistern und ihren Helfern besorgt[7].
„Wegen der höheren Disziplinen, die er tradierte", lehrte Philibert Utz aber hauptsächlich die "Fratres religiosi", seine Mitbrüder. Anfangs wurde er dazu bestimmt Logik vorzutragen, ab 1664 wirkte er als Professor der Philosophie und 1666 auch als Professor der Physik im Haus. Zahlreiche Vorlesungsmitschriften dokumentieren sein Wirken während dieser Zeit.

3. Wirken an der Universität in Salzburg

Abt Valentin gestattete Philibert Utz nach Salzburg an die Benediktineruniversiät zu gehen, wo der Abt selbst seine Studien absolviert hatte. Die Universität, eine Gründung der Gegenreformation, war durch die Zusammenarbeit der bayerischen und schwäbischen Benediktiner im Jahre 1623 ins Leben gerufen worden. Den guten Ruf, den die Salzburger Hochschule schon bald genoß, begründeten Theologen und Juristen.
Im Jahre 1653 wurde Utz zu einem Würdenträgern der Akademie gewählt. Er lehrte Mathematik und aus dieser Zeit stammt das im folgenden behandelte Buch.

Mathesis,
zusammengestellt von P. Philibert,
zur Professur derselben nach Salzburg berufen
im Jahre 1653.
Handschrift im Kloster Melk, 1625 (olim 999)

Dabei handelt es sich um ein **Vorlesungskonzept**, welches Philibert Utz für seinen Vortrag an der Universität Salzburg verwendete. Das Buch im Quartformat (19,3 x 15,5 cm) wurde in lateinischer Sprache geschrieben und umfaßt 118 beidseitig beschriebene Blätter.

Inhaltsübersicht:

Kapitel	Seiten
Vorwort	4
Grundrechnungsarten	
Progressio	
Berechnung der Quadratwurzel	
Berechnung der Kubikwurzel	
Bruchrechnen	28
Einfache Regel der Drei:	
Zusammengesetzte Regel der Drei	
Regula inversa (Indirekte Proportion)	

[7] Konstantin Krumhuber: Handschriftliche Aufzeichnungen zur Geschichte des Melker Gymnasiums und Konvikts.XIX, S. 32. (Archiv des Stiftes Melk).

Regel der Societas (Gesellschaftsregel)	
Regel der Alligation	
Regula falsi	30
Algebra: Einleitung und Bezeichnungen	
Addition und Subtraktion cossischer Zahlen	
Multiplikation und Division	
Regel der Algebra - Aufstellung von linearen Gleichungen	
Reduktion von Gleichungen	
Quadratische Gleichungen	
Biquadratische Gleichungen	38
Rechnen mit irrationalen Zahlen	
Rechnen mit zusammengesetzten irrationalen Zahlen	86
Kurzwiederholung	14
Geometrische Beispiele aus der Praxis	36

Dieses Vorlesungskonzept ist ebenso wie die Wiener Vorlesungsmitschrift eine der wenigen, Arbeiten, die Auskunft über die Mathematikausbildung an den Universitäten in Österreich im 17. Jahrhundert geben können. Daß auch in Deutschland die Situatuion nicht wesentlich anders war, belegt Albert Krayer in seiner Aufarbeitung der Vorlesung von Otto Cattenius an der Universität Mainz aus dem Jahre 1610/11.[8]

Obwohl die Stoffauswahl der Utzschen Vorlesung mit dem aktuellen wissenschaftlichen Ausbildungsstand z.B. in Frankreich oder Italien zu dieser Zeit nicht mithalten kann, so erhält diese Arbeit ihre Aufwertung durch den Umstand, daß die Algebra allgemein für eine Anfängervorlesung eher als zu schwierig eingestuft wurde.[9]

In Salzburg übernahm Philibert Utz im Jahre 1655 auch die Vorlesung der Philosophie und wurde zum Dekan der philosophischen Fakultät gewählt.[10] Aus dieser Zeit stammen zwei philosophische Werke, die unter seinem Namen gedruckt wurden.[11] Auf Befehl seines Abtes kehrte er nach fünfjähriger Tätigkeit in Salzburg wieder nach Melk zurück

Seinen Verdiensten entsprechend wurde ihm 1668 die Verwaltung in Leesdorf zugewiesen. Dieses Gut in der Nähe von Baden, das 1613 vom Kloster Melk zugekauft wurde, war keine Pfarre sondern Wirtschaftshof für die Untertanen des Stiftes in der Umgebung. Philibert Utz widmete sich weiterhin intensiv der Mathematik und verwandten Disziplinen, sodaß für die Verwaltung des Besitzes wenig Zeit blieb. Verschiedene Einrichtungen und Instrumente, die auf die Naturwissenschaften Bezug haben, wurden von ihm angeschafft, verwaltet und verwendet.[12]

[8] Albert Krayer, Mathematik im Studienplan der Jesuiten, Stuttgart 1991, S 47.

[9] derselbe, S 103.

[10] Magnus Sattler, Collectaneen - Blätter zur Geschichte der ehemaligen Benediktineruniversität Salzburg, Kempten, 1890. S694.

[11] *Prometheus naturae rationalis, sive Logica publicis et selectis thesibus exhibita. 4to maj. Salzburg, Druck Joh. Bapt. Mayr 1656.*(Prometheus der rationalen Natur oder Logik, dargelegt in öffentlichen und ausgewählten Thesen, Quartformat, Mai Salzburg, Druck von Johann Bapt. Mayr 1656.)
Basis structurae Physicae, sive traktatus Aristotelico-Thomisticus de principiis corporis naturalis. 4to. Ibidem apud eundem 1657 (Grundlage der physikalischen Struktur oder aristotelisch-thomistischer Traktat über die Grundlehren eines natürlichen Körpers, Quartformat, ebendort bei demselben, 1657 gedruckt.)

[12] Ignaz Franz Keiblinger, Geschichte des Benediktiner-Stiftes Melk, Wien 1851, S 899.

4. Sonstige Werke

Betrachtet man die verschiedenen Themenbereiche, mit denen Philibert Utz sich beschäftigte, so kann man die Vielseitigkeit eines Mathematikers im 17. Jahrhundert bewundern. Im Archiv des Stiftes Melk befindet sich der Nachlaß, der handschriftliche Aufzeichnungen zu folgenden Themen beinhaltet:[13]

° Architektur und Mechanik (Konstruktion von Kammrädern, ...)
° Abhandlung über die Musik
° Predigtkonzepte
° Theologische Abhandlung über die Dreifaltigkeit.
° Horoskope
° Herbarium
° Rezepte für Tinte und ähnliche Dinge des täglichen Bedarfs

Im Kloster existiert noch eine größere Anzahl von Handschriften, die von Utz selbst stammen oder Mitschriften seiner Studenten sind. Davon behandeln 13 Bände Themenbereiche aus Logik, Physik und Mathematik.

Controversistica oder die Art mit Häretikern zu verhandeln, die zum Glauben bekehrt werden sollen. Handschrift im Oktavformat.

Ökonomie der Äcker auf dem Land. Handschrift im Duodezformat.[14]

Die ebenfalls im Nachlaß gefundenen **Briefe** dokumentieren eine rege Korrespondenz mit Johann Pferßmanngg, Schloß Ehrenfels bei St. Leonhard, Kärnten. Darin geht es um den Erfahrungsaustausch bei chemischen Versuchen. Sehr verschlüsselt werden Informationen über Experimente mit "rotem" und "weißem" Salz, deren Ergebnis "sehr leicht flüchtig" ist, weitergegeben.

Auch eine Handschrift im Oktavformat legt Zeugnis von seinem Interesse an der **Alchimie** ab. **Processus de constructione lapidis universalis**. Vorgang bei der Konstruktion eines "allgemeinen" Steines. Im Oktavformat. Handschrift.[15]

Als er seine Vorstellungen über die Erzeugung von Gold Abt Gregor, dem Nachfolger von Abt Valentin, mitteilte, soll ihm dieser geantwortet haben: "Gold verlange ich nicht, ich werde mit dem geschaffenen (im Sinne von erarbeitetem) Silbergeld zufrieden sein."[16]

Am 13. Oktober 1680, dem Fest des Heiligen Koloman, starb Philibert Utz in Leesdorf. Im Rundbrief nach seinem Tod wird er als *ein Musterbild von einem Mann* geschildert , für *den es täglich galt, entschlossen zu handeln. Die Salzburger Universität hörte ihn als Mathematiker und bestaunte ihn als Philosophen, das Kloster sah ihn als Asketen.*

[13] Archiv des Stiftes Melk, Patres, Karton 2.

[14] Historia Universitatis Salisburgensis p. 405.

[15] Martin Kropff, Bibliotheca Melicensis, Wien 1747, S. 516.

[16] Martin Kropff, Bibliotheca Melicensis, Wien 1747, S. 516.

Jesuiten-Mathematiker an der Prager Ferdinandea in den Jahren 1556 bis 1654 - Eine Skizze

von
GEORG SCHUPPENER

Im Jahre 1556 ließen sich im Prager Klementinum, aus Rom zu diesem Zwecke von FERDINAND I. angefordert, zwölf Jesuiten nieder, um dort ein Kolleg mit einer angeschlossenen höheren Lehranstalt zu gründen. Wenige Jahre später (1562) bestätigte FERDINAND I. die Gründung auch formal und verlieh der neuentstandenen Akademie durch Privileg unter anderem das Recht, philosophische und theologische Grade zu verleihen. Die Umstände der Gründung, das Verhältnis zur Karls-Universität und die Entwicklung des Kollegs sowie der nach ihrem Schutzherrn und Initiator **Ferdinandea** genannten Akademie sind vielfach untersucht und beschrieben worden.[1] Eine Sukzessionsreihe derjenigen Jesuiten, die am Prager Kolleg im Klementinum, d. h. an der Ferdinandea, Mathematik lehrten, hat 1978 K. A. F. FISCHER im Rahmen einer größeren Übersicht aufgestellt.[2] Allerdings weist diese Liste mehrere Lücken auf und ist auch deswegen kritisch zu sehen, da FISCHER seine Quellen nur sehr pauschal nennt, wodurch die Verifikation seiner Aussagen sehr erschwert wird. Zudem ist die Zuverlässigkeit der Fischerschen Angaben nicht immer gewährleistet und bietet Ansatzpunkte für Kritik.[3] Mit Hilfe mehrerer Prager Archivalien[4] konnte diese Liste einer Überprüfung unterzogen und dabei in wesentlichen Teilen korrigiert und vervollständigt werden. Insbesondere die Angaben für die Jahre zwischen 1561 und 1593, die bei FISCHER gänzlich fehlen, ließen sich zumindest teilweise ergänzen.
So ergibt sich die folgende überarbeitete Namensliste Prager Jesuiten-Mathematiker von der Gründung des Prager Jesuiten- Kollegs im Jahre 1556 bis zur endgültigen Vereinigung der jesuitischen Akademie mit der Karls-Universität im Jahre 1654: 1556 TILIANUS, JOANNES (?)
1561 BLYSSEMIUS, HENRICUS
1566 VOGT, ALEXANDER
1569ff. keine math. Lehre
1572 VOGT, ALEXANDER

1583 Wiederaufnahme der math. Lehre, N. N.
1589 PISTORIUS, NICOLAUS
1593/94-1594/95 STEPHETIUS, CHRISTOPHORUS
1595/96-1596/97 unlesbar
1597/98 TANNENBERGER, HENRICUS
1598/99-1600/01 nur theolog. Funktionen
1600/01-1604/05 STEPHETIUS, CHRISTOPHORUS
1605/06-1610/11 VANDERBOOM, GEORGIUS
1611/12-1614/15 NARITIUS, IOANNES
1615/16-1616/17 unlesbar
1616/17 nullus
1617/18 SIGISMUNDI, GEORGIUS
1618/19-1621/22 Lehrbetrieb aufgehoben
1622/23 ENGLER, ALBERTUS
1623/24-1625/26 NIMSDORF, IOANNES
1626/27-1629/30 KÖNIG, HIERONYMUS
1630/31 deest
1631/32 KÖNIG, HIERONYMUS
1632/33 WEYER, IOANNES
1633/34 SCHÖNBERGER, GEORGIUS
1634/35-1641/42 MORETUS, THEODORUS
1642/43-1650 CONRADUS, BALTHASAR
1651 BEHM, GEORGIUS, (CONRADUS, BALTHASAR?)
1652/53 SCHLEYER, BENIAMIN
1653/54 STANSEL, VALENTINUS
Vor allem in den ersten Jahren und Jahrzehnten nach der Gründung des Kollegs lassen sich deutliche Schwierigkeiten innerhalb des Lehrbetriebes im Bereich Mathematik erkennen. Obgleich Vorlesungen in Mathematik zum obligatorischen Lehrkanon zählen sollten und IGNATIUS VON LOYOLA in einem Brief vom 12. Februar 1556 an die nach Prag ausgesandten Jesuiten die Gewährleistung mathematischer Lehre ausdrücklich forderte,[5] konnte bis in die 90er Jahre des 16. Jahrhunderts hinein keine kontinuierliche Lehre im Bereich Mathematik angeboten werden. Wie die Quellen belegen, hat es vielmehr immer wieder neue Versuche gegeben, Mathematik als Lehrfach zu etablieren, so beispielsweise 1561, 1566 und 1572, die allerdings jeweils nach kurzer Zeit wieder eingestellt wurden, im Jahre 1569 möglicherweise sogar auf Forderungen seitens der Studenten, die über zu hohe Belastungen

klagten.[6] Die Gründe für das nur sporadische Lehrangebot sind leicht zu erkennen; hauptsächlicher Faktor war das Fehlen entsprechend qualifizierten Lehrpersonals, nicht nur auf Grund der Gründungsphase des Prager Kollegs im speziellen, sondern auch deshalb, weil der erst wenige Jahre zuvor gegründete Orden selbst sich noch in der Aufbauphase und gleichzeitig in lebhafter Expansion befand, folglich die personelle Ausstattung insgesamt noch mangelhaft war.

Ab Ende des 16. Jahrhunderts jedoch wurde die mathematische Lehre weitgehend kontinuierlich gewährleistet, wenn auch einzelne Unterbrechungen zu erkennen sind. Diese konnten aber nicht grundsätzlich daran rühren, daß sich Mathematik als Lehrfach der jesuitischen Akademie etabliert hatte und in den Jahren bis zur Union der beiden Prager Universitäten im Jahre 1654 schließlich ein Niveau erreichte, das über das an der konkurrierenden Karls-Universität hinausging, wie in einer mathematischen Handschrift aus der Carolina selbstkritisch bemerkt wurde.[7]

Unter „Mathematik" als Lehrfach an der Ferdinandea ist dabei inhaltlich ein relativ weites Spektrum zu verstehen, das nicht nur die Inhalte des Quadriviums, nämlich Arithmetik, Geometrie, weiterhin Astronomie und mathematische Musiktheorie, umfaßte, sondern speziell im pragmatischen Bereich weit darüber hinausgriff und dabei Topographie, Geodäsie, Chronologie, Militärtechnik sowie Architektur einschloß. Alle diese Gebiete wurden, eindeutig nachweisbar am Aufbau der Lehrbücher, der Mathematik zugeordnet, wobei die Schwerpunktsetzung vom jeweiligen Professor abhing.

Vor allem in den letzten Jahrzehnten vor der endgültigen Universitätsvereinigung in Prag 1654 lehrten mehrere zumindest im damaligen Kontext nicht unbedeutende Mathematiker an der Ferdinandea, von denen hier zwei kurz vorgestellt werden sollen, THEODOR MORETUS und VALENTIN STANSEL.

MORETUS, am 9. Februar 1602 in Antwerpen geboren, tritt 1618 noch relativ jung in den Jesuiten-Orden ein und beginnt sein Noviziat. Innerhalb des Ordens erfährt er auch seine mathematische Ausbildung und arbeitet unter anderem mit GREGOR VON ST. VINCENT zusammen. In den Jahren 1628/29 wirkt er als Professor für Mathematik in Münster. Die Jahre 1629 bis 1632 hält er sich als Gehilfe von GREGOR VON ST. VINCENT in Prag auf,[8] bekleidet aber kein offizielles Lehramt; eine entsprechende Tätigkeit als Mathematik-Professor am Prager Klementinum ist erst ab 1634 (bis 1642) nachweisbar. Zwischenzeitlich lehrt er 1632/33 Physik am Kolleg in Olmütz. Schließlich hat er ab 1659 bis zu seinem Tode am 6. November 1667 die mathematische Lehre am Breslauer Kolleg inne.[9] Die mathematische Vielseitigkeit von MORETUS wird bereits bei einem Überblick über die Titel seiner Werke deutlich; sie reicht von der Rezeption traditioneller, d. h. insbesondere antiker Autoren über die Untersuchung mathematisch- physikalischer Probleme der Optik bis hin zur Beschäftigung mit aktuellen astronomischen Fragen. Dabei ist insgesamt, genannt sei hier nur seine mathematische Abhandlung über künstliche Brunnen, eine deutliche Orientierung an der Pragmatik erkennbar.[10]

Vergleichbares gilt auch für die mathematischen Werke von VALENTIN STANSEL. STANSEL, 1621 in Olmütz geboren, tritt wie MORETUS in jungen Jahren in den Jesuiten-Orden ein, nämlich am 1. Oktober 1637 in Brünn, und beginnt dort sein Noviziat. Ab 1641 studiert er an der Philosophischen Fakultät, ab 1650 dann an der Theologischen Fakultät der Prager Ferdinandea. Nachdem er zuvor schon in verschiedenen Lehrämtern gewirkt hat, wird er 1653 Professor für Mathematik am Klementinum bis 1654. In den Jahren 1655/56 kehrt er an seinen Geburtsort Olmütz zurück und wirkt am dortigen Kolleg ebenfalls als Mathematik-Professor. 1656/57 lehrt er in Lissabon, betätigt sich als Astronom in Evora und reist schließlich zur Mission nach Brasilien aus, wo er im Kolleg von Bahia bis zu seinem Tode am 18. 12. 1705 als Missionar und Professor für Mathematik tätig ist.[11] STANSEL, dessen Wirkungsschwerpunkt vor allem in der Astronomie liegt, gilt daher auch als einer, wenn nicht gar als *der* erste Mathematiker Brasiliens.

Obwohl die mathematischen Leistungen beider bezüglich ihrer zeitgenössischen Bedeutung und Wirkung im allgemeinen anerkannt sind, steht eine Würdigung en detail noch aus.

Quellen

[1] Vgl. dazu z. B. die folgenden Werke:

KROESS, ALOIS: Geschichte der Böhmischen Provinz der Gesellschaft Jesu, Bd. 1, Quellen und Forschungen zur Geschichte, Literatur und Sprache Österreichs und seiner Kronländer 11; Wien 1910 (Verlag der Buchhandlung Ambr. Opitz Nachfolger)

KROESS, ALOIS: Geschichte der Böhmischen Provinz der Gesellschaft Jesu, Bd. 2, 1. Abteilung, Quellen und Forschungen zur Geschichte

Österreichs und der angrenzenden Gebiete 15; Wien 1927 (Verlag Mayer & Comp.)

KROESS, ALOIS: Geschichte der Böhmischen Provinz der Gesellschaft Jesu, Bd. 2, 2. Abteilung, Quellen und Forschungen zur Geschichte Österreichs und der angrenzenden Gebiete 15; Wien 1938 (Verlag Mayer & Comp.)

TOMEK, WENZEL WLADIWOJ: Geschichte der Prager Universität; Zur Feier des fünfhundertjährigen Gründung derselben; Prag 1849 (Druck der k. k. Hofbuchdruckerei von Gottlieb Haase Söhne)

ÜBERBACHER, PHILIPP: Die Gründung des Prager Jesuitenkollegs, in: FALKNER, ANDREAS, und IMHOF, PAUL (Hrsg.): Ignatius von Loyola und die Gesellschaft Jesu 1491-1556; Würzburg 1990 (Echter), S. 359-373

[2] FISCHER, KARL ADOLF FRANZ: Jesuiten-Mathematiker in der deutschen Assitenz bis 1773, in: Archivum Historicum Societatis Iesu 47 (1978), S. 182f.

[3] Vgl. hierzu z. B. KRAYER, ALBERT: Mathematik im Studienplan der Jesuiten; Die Vorlesung von Otto Cattenius an der Universität Mainz (1610/11), Beiträge zur Geschichte der Universität Mainz, Bd. 15; Stuttgart 1991 (Franz Steiner Verlag), S. 44 (Anm.)

[4] Hs. Nationalbibliothek Prag I A 1,

Hs. Nationalbibliothek Prag I A 54,

Hs. Nationalbibliothek Prag XXIII C 105/1,

Hs. Archiv des Nationalmuseums Prag 1355,

Hs. Zentrales Staatsarchiv Prag, Fond JS, IIIo-422, Clem 19/1,

Hs. Zentrales Staatsarchiv Prag, Fond JS, IIIo-422, Clem 19/2,

Hs. Zentrales Staatsarchiv Prag, Fond HS, IIIo-444, Clem 19/6,

Hs. Strahov-Bibliothek DC III 21,

Hs. Strahov-Bibliothek DG III 19.

[5] Freundlicher Hinweis von Prof. PETER KNAUER SJ (PTH St. Georgen/Frankfurt).

[6] Vgl. Hs. Zentrales Staatsarchiv Prag, Fond JS, IIIo-422, Clem 19/1 („Nota 2."), f. 4v

[7] Vgl. Hs. Nationalbibliothek Prag, V H 4, f. Irv

[8] Vgl. KROESS, ALOIS: Geschichte der Böhmischen Provinz der Gesellschaft Jesu, Bd. 2, 2. Abteilung, a. a. O., S. 652.

Der entsprechende Zeitraum ist biographisch bislang nur unzureichend belegt.

[9] Vgl. Sommervogel, Carlos: Bibliothèque de la Compagnie de Jésus, Bd. 5; Brüssel, Paris 18942 (Oscar Schepens, Société Belge de Librairie und Alphonse Picard, Libraire des Archives nationales et de l'École des Chartes), Sp. 1318ff.

und vgl. ROOSES, MAX: Moretus (Théodore), in: Biographie Nationale, publiée par l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique, Bd. 15; Brüssel 1899, Sp. 260f.

und vgl. FISCHER, KARL ADOLF FRANZ: Jesuiten-Mathematiker in der deutschen Assistenz bis 1773, a. a. O., S. 210,

und vgl. Hs. Nationalbibliothek Prag XXIII C 104/6, S. 3454.

[10] Eine Übersicht über die meisten seiner Werke gibt SOMMERVOGEL. (Vgl. SOMMERVOGEL, CARLOS: Bibliothèque de la Compagnie de Jésus, Bd. 5, a. a. O., Sp. 1318ff.)

[11] Vgl. ČORNEJOVÁ, IVANA, und FECHTNEROVÁ, ANNA: Životopisný Slovník Pražské Univerzity; Filozofická a teologická fakulta 1654-1773; Prag 1986 (Univerzita Karlova), S. 434f.,

vgl. FISCHER, KARL ADOLF FRANZ: Jesuiten-Mathematiker in der deutschen Assistenz bis 1773, a. a. O., S. 218,

vgl. WYDRA, STANISLAUS: Historia Matheseos in Bohemia et Moravia cultae; Prag 1778, S. 52f.

The Velocity of Celestial Bodies is determined by Kepler's Distance Law rather than by Newton's Principia by Peter L Griffiths

Kepler can be regarded as an Austrian Mathematician

Even though Kepler was born in Germany in 1571 and also died in Germany in 1630 , he spent virtually the whole of his adult life in Graz (1594 - 1601) Prague (1601 - 1612) , and Linz (1612 - 1625) .
It is therefore perfectly reasonable for him to be regarded as Austrian .

Please note that many of the ideas in this paper are original and therefore not acceptable as answers to examination questions .

Johannes Kepler (1571 - 1630) in the course of his life discovered five laws relating to the orbit and velocity of planetary bodies .

1 Distance Law during the orbit (or Marginal Distance Law)

2 Average Distance Law

3 Elliptical shape of orbits

4 Sun is situated at one of the Foci

5 The unreliable Area Law for time taken to cover a particular distance along the orbit

1 Kepler states his distance law during the orbit (or marginal Distance Law) as follows in the introduction to Astronomiae Nova page 52 (Donahue)

" For if the Earth is moved , it has been demonstrated that the increases and decreases of its velocity are governed by its approaching towards and receding from the Sun . And in fact the same happens with the rest of the planets ; they are urged on or held back according to the approach toward or recession from the Sun ".

What Kepler just failed to recognise was that the marginal velocity (or velocity over a very small distance) of an elliptically orbiting celestial body is measured by the square root of the quotient of a constant k (reflecting units of measurement) divided by r the distance from the Sun focus .

viz. marginal velocity $= \sqrt{\dfrac{k}{r}}$.

This formula is in agreement with Kepler's later Average Distance Law

$$\frac{V_A}{V_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}}$$

Where
V_A is the average velocity of planet A
V_B is the average velocity of planet B
r_A is the average distance of planet A from the sun focus
r_B is the average distance of planet B from the sun focus

The same units of measurement will be used so the k s will divide each other to equal 1 .

This square root relationship is further confirmed by the much later data of Halley's comet .
The maximum velocity of Halley's comet is now known to be about 130,000 mph at perihelion . The velocity is also known to be about 92,000 mph at the orthogonal side of the apsides . The relationship 130,000 / 92,000 is approximately $\sqrt{2} = 1.41$

This corresponds to the fact that the distance along the orthogonal to the Sun is approximately twice the distance from the sun at perihelion .

Even though Kepler did not believe that comets moved in elliptical orbits , nevertheless Halley's successful prediction in 1705 that the comet of 1682 would appear in 1738 was a remarkable confirmation of the general principle that celestial bodies moved in elliptical orbits at a predictable average velocity .

2. Kepler's Average Distance Law , which is that the ratio of the times taken by any two planets to complete their orbits is equal to the ratio of their average distances from the Sun to the power $\frac{3}{2}$, where the average distance of the Earth from the Sun is assumed to be 1 unit .

This average distance law is demonstrated in Kepler's Harmonice Mundi (1619) pages 356 - 360

3. A planet's orbit is elliptical according to the Introduction to Astronomia e Nova page 68 (Donahue)
" By most labourious proofs and by computations on a very large number of observations , I discovered that the course of a planet in the heavens is not a circle but an oval path , perfectly elliptical " .

4. The elliptical orbits of planets are round the Sun situated at one of the foci of the ellipse .
Kepler describes the orbit of a planet in Epitome Astronomiae Copernicanae (1618) page 382 as follows
" How would you describe the orbit of any planet ....
And if the orbits are elliptical as in diagram PERI which have two quasi centres A , L which we call foci , and in one of the foci A , the Sun itself is situated as the centre of the universe...... "

5. The unreliable Area Law on page 377 of the Epitome Astronomiae Copernicanae (1618)

Simplification of Kepler's Average Distance Law

Kepler's Average Distance Law can be related not just to the time taken by two planets to complete their respective orbits but also to their relative velocities .

Let t_A be the time taken by planet A to complete on orbit

Let t_B be the time taken by planet B to complete on orbit

Let r_A be the average distance of planet A from the Sun (it will be noted that because of the Sun being located at the focus r_A will also measure the length of planet A's semi major axis) .

Let r_B be the average distance of planet B from the Sun (it will be noted that because the Sun is located at the focus r_B will also measure the length of planet B's semi major axis) .

Then according to the average distance law in Kepler's Harmonice Mundi (1619) pages 356 - 360 ,

$$\frac{t_A}{t_B} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^{\frac{3}{2}} .$$

This equation for the average distance law can be simplified as follows

$$\frac{t_A}{t_B} = \left(\frac{2\pi \quad r_A}{2\pi \quad r_B}\right)^{\frac{3}{2}}$$

i.e.

$$\frac{2\pi \quad r_A}{2\pi \quad r_B} \times \left(\frac{2\pi \quad r_A}{2\pi \quad r_B}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{t_A}{t_B}$$

$$\frac{2\pi \quad r_A}{t_A} \times (2\pi r_A)^{\frac{1}{2}} = \frac{2\pi \quad r_B}{t_B} \times (2\pi \quad r_B)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Average velocity of planet A} = \text{Average velocity of planet B} \times \left(\frac{2\pi \quad r_B}{2\pi \quad r_A}\right)^{\frac{1}{2}} .$$

Kepler's average distance law can therefore be simplified into

$$\frac{\text{Average velocity of planet A}}{\text{Average velocity of planet A}} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{a_B}{a_A}\right)^{\frac{1}{2}} .$$

r_A and r_B the average distance of the planets A and B from the sun also measure the actual distances of the planet from the sun when the planets are located at the intersection of the semi minor axis with the elliptical curves .

Because the sun is situated at the focus of the orbiting planet the average distance of the planet from the sun happens to be the same length of the semi major axis .

Newton's Inverse Square Law a refutation

According to Newton's Principia (Cajori edition 1934) , Newton says the following about his inverse square law .

Bk I page 197 prop L X X I V theorem X X X I V
" The same things supposed , I say that a corpuscle situated outside the sphere is attracted with a force inversely proportionally to the square of its distance from the centre " .

Bk I I I page 415 Prop V I I I Theorem V I I I
" In two spheres gravitating towards the other , if the matter in places on all sides round about and equidistant from the centre is similar the weight of either sphere towards the other will be inversely as the square of the distance between their centres " .

 According to R T Glazebrook in the biography of Newton in the Dictionary of National Biography
" According to Newton's views , every particle of matter in the universe attracts every other particle with a force which is inversely proportional to the square of the distance between them " .

The so-called proof of the Inverse Square Law is to be found in Newton's Principia (1934 Cajori edition) Bk I section III proposition XI problem VI (pages 56 - 57) which is fallacious . The reason for the fallacy is that proposition XI is based (page 57) on section II proposition I (page 40) whereby centripetal forces are assumed to be applied to convert a straight line orbit into an elliptical orbit .

In addition the basis for much of the argument in section II proposition I is the fallacious Area Law for the time taken , which is particularly inappropriate for the elliptical orbit in proposition XI

According to Cohen , I . B. in his biography of Isaac Newton in the Dictionary of Scientific Biography page 61
Newton arrived at the Inverse Square law by combining two formulae

$$\frac{\text{Kepler's Distance Law}}{\text{Galileo's falling bodies law}}$$

Kepler's Inverse Distance Law and Galileo's falling bodies law can be combined as follows

Kepler's Inverse Distance Law

Let r be the distance of the orbiting body from the sun focus
Let t be time taken to travel distance r .
Let k be a constant reflecting the units of measuring distance and time

Let velocity $v = \frac{r}{t}$

$$\frac{r^3}{t^2} = k$$

$$\frac{r^2}{t^2} r = k$$

$$\left(\frac{r}{t}\right)^2 = \frac{k}{r}$$

$$v^2 = \frac{k}{r}$$

Galileo's / Huygens's Falling Bodies Law

A positive relationship is shown between velocity (v) and distance fallen (r)
Let t be time taken to travel distance r .
Let k be a constant reflecting the units of measuring distance and time

Let velocity $v = \frac{r}{t}$

$$\frac{v^2}{r} = k$$

$$v^2 = k \ r$$

Kepler's Inverse Distance Law $v^2 = k / r$ can be divided by Galileo's Falling Bodies law $v^2 = k\,r$ to produce

$$\frac{v^2}{v^2} = \frac{1}{r^2} .$$

being the so-called inverse square law , an important part of Newton's law of universal gravitation .

Newton and his successors completely misinterpreted the constant k reflecting the units of measurement. Newton incorrectly supposed that that the constant k was a gravitational constant. Indeed Newton's concept of gravitation seems to be mainly based on this misinterpretation.

If a change of the force of gravitation were required, it would not be reflected in a change to the constant k, it would be reflected in a change to the root or power. This is something which Isaac Newton and his successors have completely failed to recognise.

Velocity is determined by the relationship between at least two celestial bodies, and is inversely related to the square root of the distance between the bodies.

This inverse relationship of velocity to the square root of distance between the bodies may mean either that 1) The velocity is determined by the distance or that 2) The distance is determined by the velocity.

If the distance is determined by the velocity, then the velocity itself could be determined by some other force such as mass. In this respect, the Newtonian concept of inertia could be correct. Inertia is the measure of the resistance to a change of velocity and is usually regarded as directly related to mass.

Kepler's distance law could relate to the fact that celestial bodies of high mass such as Jupiter position themselves at a greater distance from the sun than celestial bodies of lower mass such as Mercury. Kepler's distance law therefore applies without regard to mass because velocity is inversely related to mass which is directly related to distance than the sun focus. Hence velocity will be inversely related to distance from the sun focus.

Kepler's distance law applies as much to Mercury as to Jupiter, planets of entirely different mass.
In relation to Earth, Mercury's mass is 0.055 : 1
whereas Jupiter's is 317.89 : 1.

Kepler did not need to identify gravitation, although gravitation is tacitly taken into account in the power in Kepler's distance laws. One of Newton's errors in Principia was the failure to recognise that the gravitation was a power not a multiplier.

The area law treats gravitation as a multiplier instead of a power. The inverse square law arises from combining Galileo's falling bodies law with Kepler's distance law without recognising that the definition of distance in one law is the reciprocal of the definition of distance in the other law. Newton's first law of motion is wrong in that all known orbits of celestial bodies are elliptical, not straight lines.

The one law which passes all the theoretical and observation tests is Kepler's distance law which operates regardless of gravitation, mass, and the application of forces.

Far from being an improvement on Kepler's discoveries Newton's Principia is a set back to our understanding of the Planetary system.

We do not know all the answers to the problems of the universe. It is however important that we clarify and interpret correctly what we do know to provide us with a firm basis for trying to understand the unknown.

As a first step apart from the theory of inertia relating to mass, Newton's Principia must be rejected and instead we must revive most of the the principles discovered by the Austrian astronomer and mathematician, Johannes Kepler.

UBER DIE GESCHICHTE DER PERMANENTEN

Miloš Čanak, Ljubomir Pretić, Beograd

Es sei $A=(a_{ij})$ - eine Matrix der Dimensionen $m\times n$. Man definiert die Permanente von A als

$$\mathrm{Per}(A)=\sum_{\sigma} a_{1\,\sigma(1)}\cdot a_{2\,\sigma(2)}\cdot\ldots\cdot a_{m\,\sigma(m)}\,, \qquad (1)$$

wobei die Summation alle eindeutige Abbildungen aus $\{1,2\ \ldots\ m\}$ in $\{1,2\ \ldots\ n\}$ übergeht. Die Folge $(a_{1\sigma(1)}, a_{2\sigma(2)},\ldots, a_{m\sigma(m)})$ nennt man die Diagonale und Produkt $a_{1\sigma(1)}\cdots a_{m\sigma(m)}$ Diagonalprodukt von A. So stellt Per(A) die Summe der Diagonalprodukte von A dar. Zum Beispiel, für die Matrix

$$C=\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4\\ 2 & 1 & 5\\ -1 & 2 & -2\end{bmatrix} \quad \text{gilt} \quad \mathrm{Per}(C)=3\cdot1\cdot(-2)+3\cdot5\cdot2+2\cdot2(-2)+2\cdot5(-1)+4\cdot2\cdot2+4\cdot1(-1)=18\,.$$

Die Permanenten wurden fast gleichzeitig/1812/ von Binet [1] und Cauchy [2] eingeführt. Binet gab die Formeln für die Ausrechnung der Permanenten von der Matrizen $m\times n$ im Falle $m\le n\le 4$.

Leicht sieht man dass für die Matrix A der Dimensionen $2\times n$ die Formel

$$\mathrm{Per}(A)=\sum_{s\neq t} a_{1s}\cdot a_{2t} \qquad (2)$$

gilt. Gleichzeitig gilt

$$\prod_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} = \sum_{s,t=1}^{n} a_{1s}a_{2t} = \sum_{s\neq t} a_{1s}a_{2t} + \sum_{s=1}^{n} a_{1s}a_{2s}\,.$$

Daraus folgt

$$\mathrm{Per}(A)=\prod_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} - \sum_{s=1}^{n} a_{1s}a_{2s} \qquad (3)$$

was die Binetsche Formel für $m=2$ darstellt. Diese Formel wurde viel Jahr später von Ryser 1963/siehe [3] / für beliebige Matrizen $m\times n, m\le n$ verallgemeinert.

Im XIX Jahrhundert wurde 20 Arbeiten über die Permanenten gedruckt, wobei man verschiedene Identitäten zwischen den Determinanten und den Permanenten bewiesen hat. Die wichtigste Ergebnisse stellen die Sätze von Borchardt/1855/, Cayley/1859/ und Muir/1882/ für die Quadratmatrizen dar.

<u>Satz 1/Borchardt C.W. [4] /</u>: Es sei A - eine Matrix n-ter Ordnung mit den Elementen $a_{ij}=(s_i - t_j)^{-1}$. Dann gilt

$$\mathrm{per}(A)\det(A) = \det(A^{(2)}) \qquad (4)$$

wobei $A^{(2)}=A*A$ - die Matrix mit den Elementen a_{ij}^2 ist.

<u>Satz 2/Cayley A. [5] /</u>: Es sei $A=(a_{ij})$ - eine Matrix dritter Ordnung/$a_{ij}\neq 0$/ und es sei $A^{(-1)}$ - die Matrix mit den Elementen a_{ij}^{-1}. Dann gilt

$$\operatorname{per}(A)\cdot\det(A) = \det(A^{(2)})+2(\prod_{ij} a_{ij})\cdot\det(A^{(-1)}) \quad . \tag{5}$$

In seiner grossen "Theorie der Determinanten in der historischen Entwicklung" hat Muir einen Überblick aller Arbeiten über die Permanenten, die bis 1920 Jahr erschienen, gegeben. Muir hat auch verschiedene Identitäten zwischen den Determinanten und den Permanenten untersucht. In seiner ersten Arbeit über die Permanenten hat er den folgenden Satz bewiesen.

<u>Satz 3 /Muir T. [6] /</u>: Es seien $A=(a_{ij})$ und $X=(x_{ij})$ - gegebene Matrizen n-ter Ordnung. Dann gilt

$$\operatorname{per}(A)\cdot\det(X)=\sum_{\sigma\in S_n}\varepsilon(\sigma)\det(A * X_\sigma) \tag{6}$$

wobei $\varepsilon(\sigma)$ - Signumfunktion ist und $A * X_\sigma$ - Hadamardsches Produkt darstellt. Gleichzeitig koinzidiert die i-te Zeile der Matrix X_σ mit der $\sigma(i)$-ter Zeile der Matrix X .

Am Anfang des zwanzigsten Jahrhunderts erzielten Muirhead, Polya, Schur und van der Waerden grosse Fortschritte mit ihren neuen Ideen und Ergebnisse.

Es sei eine geordnete Menge $\alpha=(\alpha_1 \ldots \alpha_n)$ von n nichtnegativer, reellen Zahlen gegeben. Schreiben wir diese Zahlen in der Form einer nichtwachsenden Folge $\alpha_1^* \geqslant \alpha_2^* \geqslant \cdots \geqslant \alpha_n^*$. Man sagt dass die geordnete Menge $\alpha=(\alpha_1 \ldots \alpha_n)$ durch die Menge $\beta=(\beta_1 \ldots \beta_n)$ majoriert wird wenn die Bedingung

$$\alpha_1^*+\cdots \alpha_k^* \leq \beta_1^*+\cdots+\beta_k^* \tag{7}$$

für jede $k=1 \ldots n$ gilt. Man bezeichnet es mit $\alpha \prec \beta$.

Muirhead/1903/ hat den folgenden Satz bewiesen.

<u>Satz 4/Muirhead R.F. [7]/</u>: Es sei $c=(c_1 \ldots c_n)$ eine geordnete Menge der positiven Zahlen und es seien $\alpha=(\alpha_1 \ldots \alpha_n)$ und $\beta=(\beta_1 \ldots \beta_n)$ geordnete Mengen der nichtnegativen ganzen Zahlen. Es seien weiterhin $A=(c_i^{\alpha_j})$ und $B=(c_i^{\beta_j})$ gegebene Matrizen. Die Bedingung

$$\operatorname{per}(A) \leq \operatorname{per}(B) \tag{8}$$

gilt dann und nur dann wenn $\alpha \prec \beta$.

Viele Probleme für die Permanenten sind ziemlich kompliziert im Bezug auf die entsprechenden Probleme für die Determinanten. Darum hat Polya1913/siehe [8] /die Frage über den Zusammenhang zwi-

schen Determinanten und Permanenten gestellt. Er suchte eine Transformation T die die Permanenten in die Determinanten verwandelt, dh.

$$\operatorname{per}(T(A)) = \det(A) \quad , \quad \forall A \in S \quad . \tag{9}$$

Dabei suchte er solche Transformation, die jedem Element der Matrix das Vorzeichen + oder - zuschreibt. Zum Beispiel kann man auf der Menge S aller Matrizen M_2 zweiter Ordnung die Transformation

$$T\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & -a_{12} \\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix} \tag{10}$$

einführen, die der Relation (9) genügt. Polya hat gezeigt, dass für $n \geqslant 3$ keine Transformation dieser Art existiert.

Dieses Ergebnis wurde von Marcus und Minc 1961/siehe [11]/ auf die allgemeinen linearen Transformationen verallgemeinert. Dadurch sehen wir, dass es unmöglich ist, die Probleme der Permanententheorie mittels der Determinantentheorie zu lösen.

Schur/1918/war der Gründer einer neuen Richtung in der Permanententheorie. Er hat den Begriff der verallgemeinerten Matrizenfunktionen/Schursche Funktionen/auf den Quadratmatrizen eingeführt. Betrachten wir die Matrizen $A=(a_{ij})$, die zur Menge der komplexen Matrizen n-ter Ordnung gehören. Es sei H - eine Untergruppe der symmetrischen Gruppe S_n und $\chi : H \to C$ - eine Funktion auf H. Man definiert die Funktion

$d_\chi^H : M_n(C) \to C$ durch folgende Relation

$$d_\chi^H(A)=\sum_{\sigma\in H}\chi(\sigma)\prod_{i=1}^{n} a_{i\,\sigma(i)} \quad . \tag{11}$$

Wenn χ ein nichttrivialer Homomorphismus $H \to C$ ist, so stellt d_χ^H die sgn. Schursche Funktion dar. Im Falle $H=S_n$ und $\chi=\varepsilon$ /Signumfunktion/ reduziert sich d_χ^H auf die Determinante. Im anderen Falle $H=S_n$ und $\chi=1$ erhält man eine Permanente. Schur hat auch den folgenden Satz bewiesen:

<u>Satz 5/Schur I. [9] /</u>: Ist A eine positive semidefinite hermitsche Matrix, so gilt

$$\det(A) \leq \operatorname{per}(A) \quad . \tag{12}$$

In der Geschichte der Permanenten brachte die Hypothese von van der Waerden /1926/ eine Fülle von neuen Arbeiten und Ergebnissen. Der Verfasser suchte zuerst den minimalen Wert der Permanentenfunktion auf der Menge Ω_n aller zweifach stochastischen

Matrizen.Es sei J_n - die Matrix mit den Elementen 1/n .Wenn S zu Ω_n gehört und $S \neq J_n$, so gilt/nach Meinung von Waerden/

$$\text{per}(S) > \text{per}(J_n) = n!/n^n \qquad (13)$$

/siehe [10] /.

Von 1926 bis 1959 wurde kleine Zahl neuer Arbeiten zur Permanententheorie geschrieben.Aber von 1959 bis 1981 hat man grosses Interesse gezeigt und ungefähr 200 Arbeiten zur Waerdensche Hypothese veröffentlicht.Marcus und Newman [12] haben diese Hypothese für alle zweifach stochastische Matrizen dritter Ordnung bewiesen.Weitere sukzessive Verbesserungen und Verallgemeinerungen gaben Marcus,Minc [13],Sasser,Slater [14],Eberlein [15],Friedland [16],Rothaus [17],Bang [18] ua.

Dieses Problem wurde vollständig von Egoričev 1980/siehe[19]/ gelöst.Zum Beweis der Hypothese nützte er die Theorie der gemischten Diskriminanten von A.Aleksandrov.Unabhängig von ihn,hat Falikman [20] ein Jahr später das gleiche Ergebnis bewiesen.

In der neusten Zeit entwickelt sich diese Theorie sehr schnell und ihre Ergebnisse gaben dabei:

1. Marcus,Minc,Tverberg,Djoković/Probleme der Unterpermanenten/,
2. Marcus,Minc,May,Botta,Gibson/Eigenschaften der Transformationen von Permanenten/,
3. Ryser,Nikolai,Tinsley,Mendelson,Minc,Metropolis,Stein/Permanenten der (0,1)- Matrizen/,
4. Marcus,Gordon,Minc,Perfect,Brualdi,Newman,Lieb,Baum,Eagon, Brenner,Djoković/Ungleichungen für die Permanentenfunktionen/,usw.

In dieser Arbeit spricht man noch über die folgenden Themen:

1. Berechnungsmethoden von Permanenten,
2. Ergebnisse der russischen Verfassern zu dieser Theorie,
3. Hypothesen und ungelöste Probleme,
4. Einige Anwendungen der Permanenten,
5. Eine Anwendung der Permanenten in der mathematischen Musiktheorie.

-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-

L I T E R A T U R

[1] Binet J.P.M.,"Mémoire sur un système de formules analytiques et leur application à des considérations géometriques",J.Ec.Polyt. 9/1812/,Cah.16,280-302.

[2] Cauchy A.L.,"Mémoire sur les fonctions qui ne peuvent obtenir que deux valeurs égales et de signes contraires par suite des transpositions opérées entre les variables qu'elles renferment", J.Ec.Polyt.10/1812/,Cah.17,29-112.

[3] Ryser H.J.,"Combinatorial Mathematics",Math.Assoc.Amer.1963.

[4] Borchardt C.W.,"Bestimmung der symmetrischen Verbindungen vermittelst ihrer erzeugenden Funktion",Monatsb.Akad.Wiss.Berlin 1855,165-171.

[5] Cayley A.,"Note sur les normales d une conique",Crelle's J. 56,1859,182-185.

[6] Muir T.,"On a class of permanent symmetric functions",Proc. Roj.Soc.Edinburgh 11/1882/,409-418.

[7] Muirhead R.F.,"Some methods applicable to identities and inequalities of symmetric algebraic functions of n letters",Proc. Edinburgh Math.Soc.21/1903/,144-157.

[8] Polya G.,"Aufgabe 424",Arch.Math.Phys./3/,20,1913,271.

[9] Schur I.,"Uber endliche Gruppen und Hermitesche Formen",Math. Z.1/1918/,184-207.

[10] Van der Waerden B.L.,"Aufgabe 45",Jber.Deutsch.Math.Verein. 35/1926/,117.

[11] Marcus M.,Minc H.,"On the relation between the determinant and the permanent",Illinois J.Math.5/1961/,376-381.

[12] Marcus M.,Newman M.,"On the minimum of the permanent of a doubly stochastic matrix",Duke Math.J.26/1959/,61-72.

[13] Marcus M.,Minc H.,"Some results on doubly stochastic matrices",Proc.Amer.Math.Soc.76/1962/,571-579.

[14] Sasser D.W.,Slater M.L.,"On the inequality $\sum x_i y_i \geq (1/n)\sum x_i \cdot \sum y_i$ and the van der Waerden conjecture",J.Combinatorial Theory 3/1967/,25-33.

[15] Eberlein P.J.,Mudholkar G.S.,"Some remarks on the van der Waerden conjecture",J.Combinatorial Theory 5/1968/,386-396.

[16] Friedland S.,"Matrices satisfying the van der Waerden conjecture",Linear Algebra and Appl,8/1974/,521-528.

[17] Rothaus O.S.,"Study of the permanent conjecture and some of its generalizations",Israel J.Math.18/1974/,75-96.

[18] Bang T.,"Matrixfunktioner som med et numerisk lille deficit viser v.d.Waerdens permanenthypothese",Proc.Scandinavian Congress, Turku,1976.

[19] Egoričev G.P.,"Rešenie problemi Van der Vardena dlja permanentov",Institut fiziki im.L.V.Kirenskogo SO AN SSSR,1980.

[20] Falikman D.I.,"Dokazateljstvo gipotezi Van der Verdena o permanente dvaždi stohastičeskoi matrici",Matem.zametki,t.29,vip.6, s.931-938.

- -

Anschrift: Prof.Dr.Miloš Čanak
11000 Beograd
Brzakova 4
Prof.Dr.Ljubomir Protić
11000 Beograd
Dr.Nike Miljanića 1
Jugoslawien

Österreichische Mathematiker des 18. Jahrhunderts

1. Einleitung

Bei der Suche nach österreichischen Mathematikern des 18. Jahrhunderts wurden ca. 50 Persönlichkeiten gefunden. In diesem Vortrag werden Leben und Werke jener Mathematiker erläutert, die in der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts an der Universität Wien wirkten.

2. Historischer Überblick

Königin **Maria Theresia** regierte seit **1740**, ihre ersten Regierungsjahre wurden von den Erbfolgekriegen überschattet. Trotzdem schenkte sie den Universitäten ihre Aufmerksamkeit und befahl die Errichtung von Schulen in allen Pfarrgemeinden. Für die Offiziersausbildung wurde im Jahre **1752** die Mariatheresianische Militärakademie in Wiener Neustadt errichtet. Im selben Jahr wurde die erste Universitätsreform durchgeführt, bei der die Anzahl der Lehrkanzeln reduziert wurde. Der "cursus philosophicus" umfaßte die Lehrkanzeln Physik, Ethik, Logik und Mathematik. Seit dem Studienjahr 1751 wurden die Anfangsgründe der Mathematik von **Karl Scherffer** vorgetragen. Ab 1757/58 wurden Mathematik und Mechanik durch **Joseph Walcher** gelehrt. Ziel der Ausbildung war die Heranbildung praktisch denkender Menschen, wissenschaftliche Leistungen waren nicht erwünscht.

Trotz persönlicher Bedenken stimmte Maria Theresia im Jahre 1773 der Auflösung des Jesuitenordens zu. Das Vermögen dieses aufgelösten Ordens lieferte die Mitteln zu einer großen Schulreform. Mit der Erlassung der "Allgemeinen Schulordnung" vom 6. Dezember **1774** wurde allgemein der Elementarunterricht eingeführt. In den Städten entstand 1774 die Bürgerschule als Vorläuferin der Hauptschule, und die Universitäten wurden reformiert.[1] Zur Errichtung einer Akademie der Wissenschaften, deren Organisationsentwurf bereits im Jahre 1714 Kaiser Karl VI. durch Gottfried Wilhelm Leibniz während seines Aufenthaltes in Wien vorgebracht wurde, konnte sich Maria Theresia nicht bewegen lassen. Auch die Anregung zur Akademieerrichtung durch den Astronomen Maximilian Hell im Jahre 1764 fand keinen Anklang.[2] Durch die Errichtung einer Akademie der Wissenschaften sah sich vorallem der Buchdrucker Trattner in seiner Existenz bedroht. Der abermalige Vorschlag vom 11. Dezember 1775, "mit dem Astronomen Pater Maximilian Hell, dem Physiker Carl Schaerffer, den Mathematikern Paul Mako, Direktor Joseph Nagel und Hauptmann Leopold Unterberger, endlich mit Professor Jacquim die Akademie ins Leben treten zu lassen"[3], fand wieder keine günstige Aufnahme.

Bei der zweiten Universitätsreform im Jahre **1774** wurden die Lehrgebiete völlig neu systematisiert und zehn Professuren festgesetzt.

Im ersten Jahrgang des dreijährigen Philosophiestudiums wurde Logik, Metaphysik und Elementarmathematik unterrichtet. Der zweite Jahrgang hatte Physik und angewandte Mathematik als Lehrinhalte, im dritten Jahrgang wurden die übrigen Wissenschaften

---

[1]Gerlinde Faustmann, Österreichische Mathematiker um 1800 unter besonderer Berücksichtigung ihrer logarithmischen Werke. (gedr. Diss. Wien 1994) S. 32, 33.

[2]Joseph Feil, Versuche zur Gründung einer Akademie der Wissenschaften unter Maria Theresia. (Wien 1860) S. 54

[3]Alfred v. Arneth, Geschichte Maria Theresias. (Wien 1879) 9. Band S. 265

vorgetragen. Die mathematischen Vorlesungen wurden von Baron **Georg von Metzburg** nach dem Buch "*Mathematische Anfangsgründe*" von Abraham Gotthelf Kästner (1719 - 1800) vorgetragen. Das Niveau dieser Vorlesungen entsprach nicht einmal dem der heutigen AHS.

Nach Maria Theresias Tod im Jahre **1780** wurde **Joseph II.** Alleinherrscher der gesamten österreichischen Erblande. Unter ihm erfuhr die philosophische Fakultät noch weitere Einschränkungen. Die Lehrpläne wurden zugeschnitten und auf praktische Brauchbarkeit ausgerichtet.[4] Joseph II. und seine Nachfolger bis 1848 legten mehr Wert auf die Heranbildung tüchtiger, praktischer Beamte, Ärzte und Seelsorger. Sie benötigten aber weniger Gelehrte und Forscher. Im Jahre 1786 wurde der Magistergrad abgeschafft, Studierende der philosophischen Fakultät konnten den Doktorgrad der Philosophie erwerben.

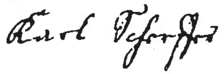
Joseph II. starb nach zehnjähriger Alleinregierungszeit im Jahre **1790**, sein jüngerer Bruder **Leopold II.** wurde der Nachfolger.

Dieser hatte sich zu einer konservativen Politik entschlossen, ohne allerdings alle Maßnahmen des verstorbenen Kaisers aufzuheben. Im Jahre 1790 wurde von Freiherr von Martini für Kaiser Leopold II. eine neue Studienordnung ausgearbeitet, die aber keine tiefgreifenden Veränderungen brachte.

An der philosophischen Fakultät wurden folgende mathematische Vorlesungen gehalten:

1. Die Elementarmathematik wurde im ersten Jahrgang der Philosophie von Metzburg und ab 1798/99 von **Remigius Döttler** nach Metzburgs Lehrbuch vorgetragen
2. Die angewandte Mathematik wurde ebenfalls im zweiten Jahrgang nach demselben Lehrbuch gelehrt.
3. Für den 3. Jahrgang wurde die praktische Geometrie von Prof. **Johann Wilhelm Bauer** vorgetragen.
4. Die höhere Mathematik wurde nach Karstens Lehrbegriffe der gesamten Mathematik gelehrt und in einem dreijährigen Kurs von Herrn Prof. **Franz Xaver von Kesaer** für diejenigen vorgetragen, die nach zurückgelegten philosophischen Studien sich weiter der Mathematik widmen wollten.[5]

3. Biographien

3. 1.  [6] (Karl Scherffer)

Er wurde am 3. November **1716** in Gmunden in Oberösterreich geboren.[7]

Nachdem er das Gymnasium und die Humanitätsklassen in Steyr beendet hatte, trat er im Jahre **1732** in den Orden der Gesellschaft Jesu ein.

In Graz hörte er die Philosophie und kam **1739** nach Krems, wo er die erste Humanitätsklasse unterrichtete. In den Jahren **1740** und **1741** studierte er in Wien bei seinem berühmten

[4] Faustmann, Österr. Mathem., S. 36, 37, 38.
[5] Universitätsschematismus 1792, S. 49, 51, 54.
[6] Acta S. J. Fasc. 6, Nr. 987
[7] Taufbuch der Pfarre Gmunden.

Ordensgenossen Erasmus Fröhlich (1700 - 1758) Mathematik und mit ihr verwandte Wissenszweige.[8]

Für kurze Zeit war er Lehrer für Humanitätsklassen in Judenburg. Die theologischen Studien absolvierte er in Graz von **1742 - 1747**. Das dritte Probejahr legte er **1748** in Judenburg ab, am 2. Februar **1750** erhielt er die Priesterweihe.[9]

Dann wurde er in Graz Magister der Philosophie, Lehrer der Mathematik und Aufseher der Sternwarte. Diese Stelle gab er allerdings noch im selben Jahr auf, da es ihm an nötigen Instrumenten fehlte, und er daher keine Beobachtungen durchführen konnte.[10]

In diesem Jahr wurde er Mitglied der philosophischen Fakultät an der Wiener Hochschule und ein Jahr später öffentlicher **Lehrer** der Anfangsgründe der **Mathematik und Physik**. Da er als Lehrer besonderes Geschick zeigte, wurde er von seinen Ordensoberen zum Mathematiklehrer für jene Mitbrüder erwählt, die später an den verschiedenen Ordenskollegien oder anderen Lehranstalten Mathematik unterrichteten.

In den Jahren **1749 - 1766** erschienen von ihm **Lehrbücher** der **Physik**, **Metaphysik**, **Logik**, **Astronomie** und **Mathematik** im Druck.

1759 war er gemeinsam mit Liesganig bei der Vermessung des Meridians tätig.

Nach Auflösung des Jesuitenordens wurde er am 28. Jänner **1774** als **ordentlicher Lehrer** der **höheren Mathematik** mit einem jährlichen Gehalt von 600 fl. an der Wiener Hochschule angestellt.[11] Als man ihm die Professur der Mathematik verlieh, wurde ihm Wolff's "Elementa matheseos universae" als Lehrbuch angewiesen. Dieses voluminöse Werk schien ihm aber nicht als geeignet, Sinn und Liebe für die abstrakte Wissenschaft zu wecken. Er verwendete daher "**Lectiones Elementares Mathematicae**" von De la Caille nach seiner eigenen **Bearbeitung**. Außerdem führte er als erster an der Wiener Hochschule die Newtonsche Philosophie ein.[12] Während seiner Professorentätigkeit verfaßte er einige **Abhandlungen** über **Physik**, **Astronomie**, **geographische Projektionen** und **sphärische Geometrie**.

Im Jahre **1778** prüfte er Metzburgs Anleitung zur Mathematik und fand es als Lehrbuch für die Mathematikvorlesung geeignet.[13]

Bis zu seinem Tod war er an der Wiener Universität tätig.

Er starb am 25. Juli **1783** um 3 Uhr Nachmittag im alten Zimmentierungsamt Nr. 887 in der neuen Welt an bösartigem Fieber.[14]

3. 2. Joseph WALCHER

wurde am 8. Jänner **1719** in Linz geboren und in der Stadtpfarre Linz getauft. In den Geburtsmatriken der Stadt Linz scheint er unter dem Namen Josef

[8] Wurzbach, Lexikon, Bd. 50, S. 214.
[9] unveröffentlichtes Manuskript von Maria Gruber, Loosdorf
[10] Wurzbach, Lexikon, Bd. 50, S. 214
[11] A. d. Uni. Fasc. I, Lit S (M) Nr. 32
[12] Wurzbach, Lexikon, Bd. 50, S. 216
[13] A. d. Uni. Fasc. I, Nr. 2, Nr. 194
[14] A. Wien, Totenbeschauprotokoll 1783

Andreas Walckher auf. "Als Eltern sind Daniel und (Maria) Elisabeth, geb. Dorfer angegeben. Sie hatten am 11. August 1716 in Linz geheiratet. Vater Daniel, von Beruf Schneider, verstarb 54-jährig am 17. Juni 1734. Seine Witwe, die Schneidermeisterin Maria Elisabeth, heiratete am 24. Jänner 1735 Leonhard Schauer."[15] Joseph hatte noch sieben jüngere Geschwister. Sein älterer Bruder wurde am 14. Februar 1718 geboren, verstarb aber bereits am 26. Februar desselben Jahres wieder. Auch er war auf den Namen Josef Andreas getauft worden.[16]

Mit 18 Jahren trat er in den Orden der Gesellschaft Jesu ein. Er studierte Theologie und betrieb mit besonderem Eifer Mathematik und ihre verwandten Wissenszweige.[17] Er unternahm kleinere Reisen durch die österreichischen Erbländer, wobei er sein besonderes Augenmerk auf den Bau der Straßen und die Konstruktionen hydraulischer Maschinen richtete.

Später unterrichtete er in Graz Hebräisch, nach der Graduierung zum Magister der Philosophie lehrte er am Lyzeum in Linz Mathematik. Dort weckte er in seinem Schüler Leopold Unterberger, dem späteren Mathematikprofessor und General-Feldzeugmeister, eine Vorliebe für Mathematik und Naturlehre.[18]

Im Jahre **1748** erhielt er die Priesterweihe. Sein erstes gedrucktes Werk erschien im Jahre **1753** in Linz mit dem Titel **"Grundriß der Logik"**.

Mit seinem Schüler Unterberger reiste er später nach Wien und verschaffte ihm bei Hofrat Greller eine Hofmeisterstelle.[19]

In Wien **lehrte** er **Mathematik** an der Theresianischen Ritterakademie und von **1757** bis **1773** auch an der **Universität**. Neben seiner Tätigkeit an der Universität bildete er sowohl im Militär- als auch im Zivilstand mehrere tüchtige Fachleute aus und besorgte zusätzlich in der Vorstadt Margarethen an Sonn- und Feiertagen den nachmittägigen Gottesdienst.[20]

Im Jahre **1759** erschien in Wien sein zweites Werk mit dem Titel: **"Kurzer Inhalt der mechanischen Kollegien"**. Von diesem Werk erschienen 1767 und 1776 jeweils neue Auflagen.

Nach Auflösung des Jesuitenordens im Jahre **1773** erhielt er die Stelle des Navigationsdirektors am Donaustrom, die er 10 Jahre ausübte. Danach wurde er Assessor bei der obersten Baudirektion sowie bei der Hofbaukommission. Über seine wichtigsten Bauten, die er mit großer Umsicht und Geschicklichkeit leitete, sind auch einige von ihm verfaßte Bücher im Druck erschienen.

Im Jahre **1787** wurde er gemeinsam mit Joseph Liesganig (1719 - 1799), Maximilian Hell (1720 - 1792), Paul Mako (1724 - 1793), Anton Pilgram (1730 - 1793), Georg Ignaz

[15] Mitteilung vom Archiv Linz vom 29. 8. 1995

[16] Ebd

[17] Constant von Wurzbach, Biographisches Lexikon des Kaisertums Österreich, (Wien 1884), Bd. 52, S. 159.

[18] Johann Ritter von Rittersberg, Biographie der ausgezeichnetsten verstorbenen und lebenden Feldherrn der k. k. österreichischen Armee aus der Epoche der Feldzüge 1788 - 1821 (Prag 1828) S. 191.

[19] J. Hirtenfeld, Der Militär Maria Theresien Orden und seine Mitglieder (Wien 1857) Bd. III, S. 453

[20] Wurzbach, Lexikon, Bd. 52, S. 159

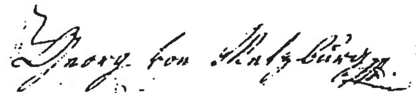
Metzburg (1735 - 1798) und Wilhelm Bauer (1743 - 1825) als Doktor in die philosophische Fakultät aufgenommen.[21]

Zehn Jahre später erhielt er die Lehrkanzel der Mechanik und Hydraulik an der Theresianischen Ritterakademie und die Aufsicht über das mechanische Museum.

1802 wurde er Direktor der mathematischen und physikalischen Wissenschaften an der Wiener Hochschule.

Er war auch "Probst zu Bellifontis de Valie in Gutta in Hungaria".[22]

Am 29. November **1803** starb er in Wien an Brustwassersucht.[23]

3. 3.  [24](Georg von METZBURG)

Er wurde am 24. Juni **1735** in Graz als Sohn des steirischen Landrechtssekretärs Christoph Augustin Freiherr von Metzburg und Maria Katharina von Hitzelberg geboren.

Am 17. Oktober **1751** trat er in den Orden der Gesellschaft Jesu ein, in dem er die philosophischen und theologischen Studien mit dem Doktorat beendete. Mit besonderem Eifer wendete er sich der Mathematik zu und bereitete sich auf eine Mission nach China vor.

Nach erhaltener Priesterweihe am 2. Februar **1769** wurde er dem Direktor der Wiener Sternwarte als Mitarbeiter zugeteilt. Im selben Jahr erschienen von ihm in Wien eine **Übersetzung** der **Experimentalphysik von Newton** aus dem Englischen ins Lateinische sowie ein Rechenbuch mit dem Titel **"Elementa Arithmeticae regularis seu vulgaris"**.

Am 3. Februar **1771** promovierte er zum Doktor der Philosophie, im gleichen Jahr wurde er zum **Professor für Elementarmathematik** an der Universität Wien ernannt.[25]

Seine Professorentätigkeit unterbrach er im Jahre **1773**, als er Jakob Liesganig in Galizien bei der Ausmessung des östlichen Teiles unterstützte.

Nach der Auflösung des Jesuitenordens kam er nach Wien zurück, wo ihm am 22. 1. **1774** das Amt eines ordentlichen Lehrers der Mathematik zugeteilt wurde.[26] Er wurde somit **Walchers Nachfolger** auf der Lehrkanzel für Mathematik. Dieses Amt bekleidete er 25 Jahre

Ein weiteres gedrucktes Werk mit dem Titel **"Praxis geometrica ex principiies Geometriae deducta"** erschien **1777** in Wien, seine 7 Bände der **"Institutiones mathematicae"** wurden in den Jahren **1775** bis **1790** ebenfalls in Wien verlegt. Von diesem Werk erschienen 3 weitere Auflagen sowie eine deutsche Übersetzung. Das Titelblatt davon zeigt folgende Abbildung:

[21] Universitätsschematismus 1786.

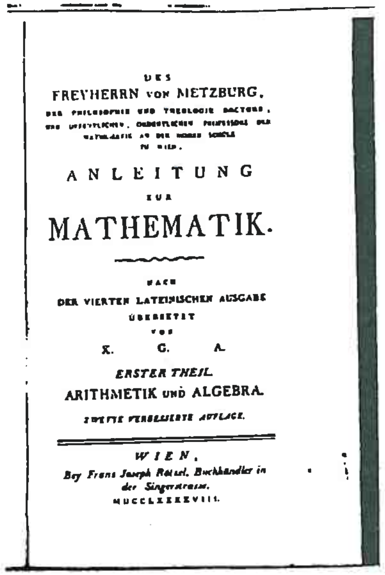
[22] Universitätsschematismus 1803

[23] A. Wien, Totenbeschauprotokoll 1803

[24] Acta S. J. Fasc. 6, Nr. 874

[25] D. Joanne Josepho Locher, Speculum Academicum Viennense (Wien 1777)

[26] A. d. Uni. Fasc. I Lit S (M) Nr. 32


DES
FREYHERRN VON METZBURG,
[illegible]
ANLEITUNG
ZUR
MATHEMATIK.
NACH
DER VIERTEN LATEINISCHEN AUSGABE
ÜBERSETZT
VON
X. G. A.
ERSTER THEIL.
ARITHMETIK UND ALGEBRA.
ZWEYTE VERBESSERTE AUFLAGE.
WIEN,
Bey Franz Joseph Rötzel, Buchhändler in der Singerstrasse.
MDCCLXXXVIII.

Dieses Werk ist in 7 Teile gegliedert, in denen Arithmetik und Algebra, ebene Geometrie und die Lehre von den Kurven, Trigonometrie und praktische Geometrie mit Beispielen aus der Vermessung Galiziens, Mechanik und Hydrostatik, Aräometrie und Hydraulik, Optik und Astronomie behandelt werden. In der Vorrede dieses Werkes schreibt er: "*Ich habe daher, bey dem Entwurfe dieser Anfangsgründe, die Methode, welche mir die leichteste schien, gewählet, die vorkommenden Sätze durch mehrere Beyspiele erläutert, und auch alles, was dunkel oder schwer seinen könnte, durch viele erklärende Anmerkungen zu heben gesuchet.* .."

Laut "Dekret der kaiserl. königl. Majestät Maria Theresia vom 20. Oktober 1778 mußte die Mathematik des Wolff" durch dieses Buch ersetzt werden, und es durfte auch kein anderes Schulbuch als Grundlage für die mathematischen Vorlesungen verwendet werden.[27]

Im Jahre 1782 wurde die von ihm neu ausgeführte Postkarte der k. k. Erbländer von Mansfeld gestochen und auf 4 Regalbögen herausgegeben.[28]

Ab dem Jahr 1772 wurde er mit der Ausmessung von Ostgalizien betraut.[29]

1788 war Metzburg **Dekan** der philosophischen Fakultät der Universität Wien.[30]

Im Jahre 1793 übernahm er nach anfänglichen Schwierigkeiten Pilgrams Verlassenschaft. Auf Kosten und Auftrag der niederösterreichischen Stände setzte er Pilgrams Arbeiten fort und fertigte eine handgezeichnete Karte von Niederösterreich an. Da er seit **1793** auch

[27]A d Uni Fasc I. Nr. 2. Nr. 194.
[28]Franz Graffer, Österreichische National Enzyklopadie III (Wien 1835). S. 662
[29]Gräffer, Österr. Nat. Enz. III. S. 662.
[30]Wiener Universitätsschematismus 1792 - 1806

gleichzeitig die Vermessung von Westgalizien leitete, wurde seine Arbeit an dieser Karte stark beeinträchtigt.[31]

Neben der Kartenerstellung fertigte er auch einige Stadt- und Klosteransichten an, von denen 26 in der Topographischen Sammlung der niederösterreichischen Landesbibliothek aufbewahrt sind. **1776** wurde ihm die ganze Leitung des "*Mappirungsgeschäftes von Westgalizien*"[32] anvertraut.

Im Jahre **1797** begann er mit einer Zeichnung der einzelnen Dekanate, die aber nicht vollendet wurde. Neun Karten sind davon im niederösterreichischen Landesarchiv vorhanden. Das Kartenprojekt wurde nach seinem Tod vom Professor der Astronomie und Vorsteher der Universitätssternwarte Abbé Franz Triesnecker (1745 - 1817) und dem Ingenieur Nicolaus Kellermann fortgesetzt.[33]

Er starb am 3. Mai 1798 um 11 Uhr "im Paßischen Haus Nr. 667 in der Bischofgasse an Übersetzung der rheumatischen Materie des Gehirns."[34]

3. 4. Franz Xaver von KESAER wurde am 27. April 1740 in Wien geboren.

Nach dem Studium der Theologie wurde er Weltpriester und beschäftigte sich hauptsächlich mit Mathematik.

Im Jahre **1778** kam in Wien eine "**Abhandlung über die Lehre von den Parallellinien**" heraus.

In diesem Werk geht er vor allem auf das Parallelenaxiom ein und führt viele Sätze aus Euklids geometrischen Anfangsgründen ohne Beweis an.

In Borns physikalischen Arbeiten ist von ihm noch im Jahre **1783** eine Abhandlung "**Über die Centralkräfte**" erschienen.[35]

Im Jahre **1787** wurde er als Doktor der Philosophie in die philosophische Fakultät aufgenommen.[36] Für Studierende, "*welche nach zurückgelegten philosophischen Studien sich ferner dieser Wissenschaft zu widmen gedenken*"[37], trug er in einem dreijährigen Kurs vormittag von 11 Uhr bis 12 Uhr die **höhere Mathematik** nach Karstens Lehrbegriffe der gesamten Mathematik vor.

Gemeinsam mit Metzburg und Bauer nahm er ab dem Jahre **1791** an der Kollegialversammlung der philosophischen Fakultät teil.
Im Jahr **1792** wurde er zum **Professor der höheren Mathematik** an der Wiener Universität ernannt.

[31]unveröffentlichtes Manuskript von Maria Gruber, Loosdorf
[32]Gräffer, Österr. Nat. Enz. III., S. 662
[33]Ebd.
[34] A. Wien, Totenbeschauprotokoll 1798.
[35]Wurzbach, Bd. 11, S 199
[36]Univ. Schematismus 1787 - 1788
[37]Ebd.

Er starb am 29. Dezember 1804[38] in Wien.

3. 5. **Johann Wilhelm BAUER** wurde im Jahre **1743** geboren.

1771 war er Lehrer an der St. Stephansschule, im Jahre **1774** unterrichtete er an der Normalhauptschule bei St. Anna.

Ab dem 5. Februar **1777** erhielt er die Erlaubnis, **außerordentliche Vorlesungen** über die Anfangsgründe der Mathematik in deutscher Sprache, wöchentlich 3 Stunden, an der Wiener Universität zu halten[39]. Laut einem Dekret vom 4. Juli 1778 erhielt er dafür eine jährliche Renumeration von 400 fl.[40]

1778 wurde er Beisitzer der Studienhofkommission und Direktor der k. k. Normalhauptschule bei St. Anna. Im gleichen Jahr erschien in Wien sein erstes gedrucktes Werk mit dem Titel: **"Sätze aus der Mathematik"**.

Am 23. 11. **1779** promovierte er zum Dr. phil. und hielt Vorlesungen über praktische Geometrie und Trigonometrie 3 mal pro Woche, nämlich am Montag, Mittwoch und Samstag von 10 Uhr bis 11 Uhr, für die Hörer der Philosophie im 3. Jahrgang.[41]

In den Jahren **1784/85** und **1796/97** war er Prokurator der Rheinischen Nation.[42]

1786 gab er sein Lehrbuch mit dem Titel: **"Vollständige Abhandlung der mathematischen Wissenschaften nach der einzigen wahren Lehrart"** in Wien heraus.

Im Studienjahr **1790/91** war er **Dekan** der philosophischen Fakultät, **1807** wurde er zum Senior der Fakultät ernannt. Er zog sich 1809 vom Lehramt zurück.

Kaiser Franz I. verlieh ihm am 16. 6. **1814** *"Zur Belohnung der während eines langjährigen Lehramtes sich gesammelten Verdienste, den Titel eines k. k. Rathes"*[43].

Am 17. 4. **1817** wurde ihm um 11 Uhr im großen Saal der Universität die goldene Verdienstmedaille samt Kette verliehen.

Seine Tochter Kunigunde Bauer stellte im Jahre **1818** den Antrag, ihren Vater mit dem Prädikat "Edler von" in den Adelsstand zu erheben. Diese Anrede wurde aber nie gebraucht. Es ist daher anzunehmen, daß das Gesuch nicht bewilligt wurde.

1821 wurde er als Direktor der Normalhauptschule bei St. Anna mit vollem Gehalt und Personalzulage in den Ruhestand versetzt.

Er starb am 13. Februar **1825** in Wien in der Johannesgasse Nr. 975.[44]

---

[38]A. Wien, Totenbeschauprotokoll 1804
[39]A. d. Uni. Fasc I. Nr. 2. Nr. 166, 5. 2. 1777
[40]A. d. Uni. Fasc I. Lit B. Nr. 9. 4. 7. 1778.
[41]Univ. Schematismus 1792 - 1806
[42]Silvia Adamek, Der Lehrkörper der philosophischen Fakultät von 1800 - 1848. Ungedr. Diss. a. d. geisteswissenschaftl. Fak. 1984. S. 13
[43]Adamek, Diss. S. 13
[44]A. Wien, Totenbeschauprotokoll 1825

3. 6. **Remigius DÖTTLER** wurde am 7. August **1748** in Wien geboren.

1764 trat er in den Piaristenorden ein und war ab **1766** als Lehrer tätig.

In den Jahren **1772** und **1773** unterrichtete er am Piaristengymnasium in der Josefstadt.

1777 und **1778** lehrte er an der Theresianischen Akademie in Lemberg die beiden Humanitätsklassen in der Zivil- und Militärbaukunst.

Im Jahre **1784** wurde er Präfekt des Horner Piaristenkonviktes.

Laut Hofresolution vom 8. 9. **1791** wurde er **außerordentlicher Professor für Physik** an der Wiener Universität und hielt täglich eine Vorlesungsstunde über Physik mit Versuchen nach Erxlebens "Anfangsgründe der Naturlehre" ab.

Von **1794** bis **1804** war er Korrepetitor für Physik, Technologie und Naturgeschichte für die Zöglinge der Theresianischen Ritterakademie.

Ab dem Studienjahr **1798/99** hielt er täglich zusätzlich einstündige **Vorlesungen über Elementarmathematik** für den philosophischen Obligatkurs. Er ging dabei nach dem Lehrbuch "Anleitung zur Mathematik" von seinem Vorgänger Georg Metzburg vor.

Mit Hofresolution vom 9. Jänner **1802** wurde er zum **ordentlichen Professor** der reinen und angewandten **Mathematik** ernannt.

Am 3. November **1803** promovierte er zum Dr. phil. und im gleichen Jahr wurde er Mitglied der Österreichischen Nation.

1806 war er **Dekan** der phil. Fakultät.[45]

Im Jahre **1807** trug er die reine und angewandte Mathematik täglich von 9 Uhr bis 10 Uhr und Montags, Freitags und Sonnabends Nachmittag von 4 Uhr bis 5 Uhr in lateinischer Sprache nach Metzburgs Lehrbuch vor.[46]

Vom Studienjahr **1807/08** bis **1811/12** las er nach Ambschells Lehrbuch "Anfangsgründe der allgemein auf Erscheinungen und Versuche gebauten Naturlehre".

Ab März **1809** hielt er sonntags ein außerordentliches Kolleg über Mechanik.

Im Druck erschien von ihm im Jahre **1812** ein Werk mit dem Titel **"Elementa physicae mathematicae experimentalis in usum auditorium"**.[47]

Er starb am 6. April **1812** in Wien im Haus Nr. 855 auf der Seilerstadt.[48]

---

[45]Taschenbuch d. Uni. 1806. S. 46. 47.
[46]Taschenbuch d. Uni. 1807
[47]Adamek, Diss. S. 50
[48]A. Wien, Totenbeschauprotokoll 1812

4. Zusammenfassung

Es gilt als gesichert, daß Metzburg, Bauer, Kesaer und Döttler einander persönlich kannten, da sie gemeinsam im Jahre 1797 bei der Kollegialversammlung der philosophischen Fakultät anwesend waren.[49] Scherffer, Walcher und Metzburg waren bei verschiedenen Versammlung der philosophischen Fakultät ebenfalls gemeinsam vertreten.[50]

Mit Ausnahme von Johann Wilhelm Bauer wurden alle besprochenen Persönlichkeiten zum Priester geweiht und hatten keine Nachkommen.

Neben der Lehrtätigkeit waren Scherffer und Metzburg auch im Vermessungswesen tätig. Walcher beschäftigte sich neben dem Straßenbau auch mit Logik und Mechanik. Scherffer und Döttler können als Physiker und Mathematiker bezeichnet werden. Kesaer befaßte sich ebenfalls mit Physik.

Von den mathematischen Werken erreichten Metzburgs Anfangsgründe den höchsten Bekanntheitsgrad, da sie als Grundlage für die Vorlesungen an der Universität dienten und davon mehrere Auflagen erschienen sind.

Anschrift der Verfasserin:

Dr. Gerlinde Faustmann
Kaisersteingasse 6
A-2700 Wiener Neustadt

[49]Wiener Universitätsschematismus 1792 - 1806
[50]A. d. Uni., Acta Facultatis Philosophica 1750 - 1779

RUDOLF STEINER, ANTHROPOSOPHICAL MATHEMATICS AND ITS REFLECTIONS IN YUGOSLAVIA

Jasna Madjarević

The Austrian Rudolf Steiner, a mathematician, physicist, and philosopher in the first place, is a founder of modern anthroposophical view of the world. Let´s have a look at his biography because Steiner is, no doubt, the most important protagonist of anthroposophy as an idea, which is also present today in general activities, and particularly in the artisctic.

Steiner was born on the 27th of February, 1861 in Kraljevac (at that time in the Austro-Hungarian Empire) to a family of a clerk employed by the Austrian Southern Railways. His parents has originally come from Lower Austria. He spent his childhood and youth in different places and, according to him, his Austrian mountains in all their beauty, the fresh air, and long walks he took wandering around, the Austrian way of up-bringing and life played a crucial role in the formation of his personality and the views of life which would be later present in his overall anthroposophical activity.

As a young boy, he showed a strong interest in geometry which had "fascinated" him, and demonstrated a great affinity for solving mathematical problems. He felt no less admiration for nature and technical achievements of the time, in general.

In 1879, after the secondary school finished in Wiener Neustadt (where the study of modern languages and science was particularly stressed), he enrolled in Vienna High Technical School. He studied mathematics and natural sciences, attending at the same time lectures in literature, philosophy and history, and working particularly through Goethe´s works. In the 1882-1897 period he engaged, together with "Kürchuer Deutsche Natural Literatur" in the publishing of Goethe´s natural-scientific texts, for which he wrote the preface.

In 1891, he was promoted to Doctor of Philosophy at the Rostock University, and a year later the enlarged version of his doctoral thesis "The Truth About Us. A Prelude to a Philosophical Freedom" was published. After working with a Vienna family as a private tutor, he wrote "The Philosophy of Freedom - Bases of a Modern View of the World. The Result of Spiritual Observation According to a Natural-Scientific Method" (1894). He later collaborated with "Sophien-Ausgabe" on the publication of Goethe´s texts, and became editor of the Deutschen-Wochen Schriht magazine. After a series of published works where he discussed science and philosophy and the great poetic works of his epoch, Steiner became a permanent lecturer at the School for Worker Education established in Berlin by one of the most prominent German socialist leaders, Wilhelm Liebknecht. The year 1900 may be viewed as the beginning of Steiner´s anthroposophical lecturing activity. At the invitation of the Theosophic Society of Berlin, he lectured the construction of anthroposophy as long as until 1912, covering by his lectures the whole Germany and Western and Central Europe. Marie von Sivers (from 1914 Marie Steiner) became his regular associate and, after Steiner´s death, one of his main followers and administrator of the later established anthroposophical society. (In 1913, anthroposophy broke with the Theosophical society and theosophy in general, and developed into a separate philosophical discipline).

In the same year, the first anthroposophical society was founded with the headquarters in Dornach, near Basel. The year 1913 is remembered as the beginning of the construction of the first GOETHEANUM - a building made in wood and according to the explicitly simple "anthroposophical" architecture, and Steiner´s sketches and plans.(In 1923 GOETHEANUM burned down in a fire which had been set).In that same year the construction of a new GOETHEANUM began, in concrete and slightly different, yet, according to the specific anthroposophical plan. It is still in Dornach (Switzerland) and represents the center of the anthroposophical thought. From here, it later spread onto a great number of countries worldwide. There, a High School for Spiritual Science is also located, established in 1920, where mathematics and other

natural sciences, medicine, art, agronomy, etc. are studied.

From 1914 to 1923 Steiner held lectures and courses all over Europe and as a lecturer and writer he was spreading and popularizing a new approach to the interpretation of man, the cosmos, and the purpose of his existence - the "antroposophical" approach, as well as the connections with, and the presence of, the "spiritual"world in the material and in sciences which interpret our world. During 1923, he continued his tireless lecturing activity, renewed the antroposophical society , laid it on a "solid" footing under the name of "Allgemeine Anthroposopische Gesellschicht", administered by himslef and 4-5 closest associates. At the same time, in 1924, he intensified his lecturing activity and held numerous technical courses Europewide, publishing as well his ideas and lectures in various fields. In that year he got ill, became bedridden, however, he continued to write and publish in instalments his AUTOBIOGRAPHY-MY LIFE and the main anthroposophical views. Unfortunately, he did not live long enough to finish these works - he died on the 30th of March, 1925 in the original building of GOETHEANUM, in his study which survived the fire.

By spreading its views and the mode of reasoning onto principal fundamental sciences, anthroposophy "delivered" the so-called "anthroposophical mathematics". There is not a strict definition of anthroposophical mathematics, but it usually understands a specific approach to interpretation of mathematics.

One of the directions of its interest is that in the already known elemental mathematical facts it finds a deeper sense and meaning, as well as the essential linkage with other sciences, world and man. It feels the hidden spiritual essence and sublime nature of this "science above all sciences", permanently discovering, and each time more strongly, its artistic and universal character. The foundations of such mathematics were created and laid down by Rudolf Steiner himself. He had many followers devoted to anthroposophical mathematics, the most prominent among them being Ernest Bindel and Georges Adams. In his work "Die Grundlagen der Mathematik in Lichte del Anthroposophie", Bindel presented the overall elementary mathematics for primary and secondary schools in the light of anthroposophy (the book was particularly intended for teachers of Waldorf schools). In this work, Bindel pointed to some other links between mathematics and other sciences. In "Conical Sections and their Relation to the World and Man", Bindel further expanded and applied his anthroposophical view of mathematics and some mathematical structures. In the work entitled "Von dem Eterischen Raunde", Georges Adams elaborated in a greater detail and from the mathematical point of view, Steiner´s teaching about the ethereal space and man´s ethereal body. Namely, he discussed one geometry of ehtereal space (the anthroposophical definition of this space). The most detailed definition of the man´s space concept was given in two Wochmuth books /6/, although mathematical considerations were not present there.

Prof. dr Miloš Čanak, a contemporraneous Yugoslav mathematician, elaborated still further Bindel´s principle of conical sections. In his work, listed in the Table of Literature under /11/ "Geometry and Counterspace and Examples in Other Sciences", he also further elaborated Georges Adams´ idea about the ethereal space and gave his own contribution to that consideration, which will be discussed at the Symposium.

The above mentioned works, and some others, have influenced some circles in Yugoslavia, particularly in the period between the two World Wars, when the anthroposophical society was active in its work. In addition to various activities, such as lectures, eurythmies, translations of Rudolf Steiner´s and other anthroposophers´ works, the magazine "Get to Know Yourself" distinguished itself in particular. The strong activity of the society was banned after the Second World War due to purely ideological reasons and its non-marxist ideology. Nevertheless, the members of the society continued their activity after the War, up to the present days, but the number of societies and their members throughout Yugoslavia has never been great. Also, there has always been interest in anthroposophical mathematics, however, the lack of literature

was strongly felt.

Three Yugoslav mathematicians who have demonstrated interest in anthroposophical mathematics specially deserve to be mentioned here. They are: Miloš Radojčić, Stanimir Fempl and Miloš Čanak who will be particularly discussed at the Neustadt Symposium.

Jasna Madjarević
V beogradska gimnazija
Ilije Garašanina 24
11000 Beograd, Yugoslavia.

LITERATURE

I

/1/ Steiner R. "Moj životni put"
Die Geheimwissenschaft im Umriss

/2/ Bindel E. "Die Grundlagen der Mathematik in Lichte der Anthroposophie", Waldorfschul-Verlag, Stuttgart,1928

/3/ Bindel, E. "Die Kegelschnitte in menschengemässer Behandlung im Schulunterricht", Verlag am Götheanum, Dornach, 1926

/4/ Adams E. "Von dem ätherischen Raume", Verlag Freis Geistesleben, Stuttgart, 1964

/5/ Wachsmuth G., "Die ätherische Welt in Wissenschaft, Kunst und Religion", Verlag am Götheanum, Dornach 1927

/6/ Wachsmuth G. "Die ätherischen Bildekräfte in Kosmos, Erde und Mensch", Verlag am Götheanum, Dornach 1926

/7/ Fempl S. "Pokret kao manifestacija duhovnosti", "Upoznaj sebe", Beograd 1937, No. 4, pp. 108-115

/8/ Fempl S. "Svetlost-materija", U.S., Beograd 1937, No. 5, pp. 151-155

/9/ Fempl S. "Razmišljanja o kompleksnim brojevima", U.S., Beograd, 1937, Nos. 11-12, pp. 316-319

/10/ Čanak M, "Konstruktivni aspekt teorije konusnih preseka", Separatum, VI Kongres MFAJ, Novi Sad, 1975

/11/ Čanak M., "O geometriji kontraprostora i primeri u drugim naukama", Matematički institut, Beograd, Sept. 24, 1986

II

/1/ Institute of Mathematics: History of Mathematical and Mechanical Sciences, Volume 6, Belgrade, 1992.

Nada Razpet
Board of Education of the Republic of Slovenija, Ljubljana

Computers in Mathematics Education

Once upon a time in every classroom there were a black board, water, chalk and sponge. The teacher used to be a person, who knew (or was supposed to know) "everything". The most important thing in the school curriculum was handling numbers (calculation were carried out by heart or with pencil and paper method), mostly with integers sometimes with fractions and very seldom with real numbers (especially with irrational numbers). Many algorithms were developed and exercises with "clean" geometrical construction drawn only with rulers or triangles and compasses were very popular.

Around 1960 slide-rulers appeared. The main problem was how determine the right place of the decimal point. Some years later simple calculators came, then Spectrums and Commodores and now there are many different types of computers in our schools.

For the last two years I have been interested in the development of geometry at school and I am looking for more effective methods in teaching, especially with computers.

Could we expect development of teaching supported by computers?

There are some reasons, why the answer is yes. Let us have a look at some of them.

Motivation

Computers are very popular, modern and attractive for children. Geometry (especially Euclidean geometry) is an old mathematical discipline and to children it is nothing more than handling triangles, rulers and compasses. Children should be encouraged to use "machines", in programming their own progress.

Efficiency

Exact geometrical construction is boring for children, especially if they need to repeat task in order to compare the results, or evaluate them or make simple predictions. Using computers we could change this boring activity with problem-solving.

Computer allows children to use real data while solving realistic problems. They also provide immediate and positive feedback, and can support the learning of children with special needs (also slow learners).

Understanding

In "old school" geometry usually meant calculation (of area, surface, volume), seldom translation or reflection and just in some activities relation between objects. New software allows you to carry out completely new methods compared to more traditional ones. The possibility of moving basic objects (point, line, line segment, triangle or circle) allows you to understand relations between these objects (for example: relation between angles and sides of a triangle).

Other mathematical disciplines

In the past we spent a lot of time on learning how to use logarithmic tables, tables for values of trigonometric function at one side and for learning effective methods for solving equations on the other. I remember that I needed 3 months for teaching methods of finding zeros of different polynomials. If you wanted to use these methods, 45 minutes (the length of a lesson) were not enough for two exercises and if somebody made a mistake in calculations it was impossible to finish the task.

After introducing computers to school algorithms became very important. Devising, modifying and comparing algorithms are important skills for using a calculator and a computer.

Training and assessment

Repeating construction with classical tools (triangles, rulers and compasses) is still needed. With computer software we could prepare different activities

for children (individually), we have more time to observe children during work, because everything they do is saved and can be controlled step by step so that a gap in their knowledge is found and that is very important for our future work in the classroom.

The structure of a test is now more difficult then before, because the background knowledge of children in computer science differs. Some of the students may know more than teachers (they have enough time and possibilities at home to learn) an therefore many teachers refuse to use computers at school.

Conclusion

Outside of school (especially outside of our primary school) people (and children too) increasingly carry out calculations with a calculator (or computer). It makes sense for teachers at school to decide which method - by heart, written or calculator - is appropriate for various tasks and how to teach children whether an exact or approximate answer is more suitable.

Computers are powerful teaching aids. They increase the range of tasks students can undertake, can encourage students to work independently, help them to develop concepts, facts, techniques and skills and support their mental work. They must use patterns, sequences, relationships, rules, theorems, symbol representations.

The significant influence of using computer at school will be observed in the next years. Computer can not replace a teacher in a classroom but his work will change drastically. He (or she) will like a manager in a big company and he (or she) will need different background knowledge about processes named teaching and learning.

Bibliography

- Tempus materials on the Faculty of Education Ljubljana
- N. Razpet and M. Razpet, Računalnik pri pouku matematike v osnovni šoli, Pedagoška fakulteta Ljubljana, 1995

Renate Tobies, Universität Kaiserslautern

Physiker als Mitglieder in der Deutschen Mathematiker-Vereinigung - Unter besonderer Berücksichtigung von Ludwig Boltzmann und weiterer österreichischer Physiker

Die Deutsche Mathematiker-Vereinigung entstand am 18. September 1890 innerhalb der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte. [Tobies 1991] Dies war ein Erfolg Felix Kleins gegenüber einer von Georg Cantor vertretenen Richtung und resultierte aus dem Bestreben, Mathematik enger an theoretische Zweige der Naturwissenschaften zu binden.

Kleins Hilferufe 1888, im Rahmen einer Denkschrift an das preußische Kultusministerium, überzeichnen zwar die Situation, erhellen dennoch das Anliegen:

"Man muß sagen, dass wir seit lange[m] geradezu darauf verzichtet haben, mit den Fortschritten der Nachbargebiete Schritt zu halten. Lassen Sie mich nur denjenigen Theil unserer Wissenschaft nennen, dessen allgemeine Bedeutung auch dem Nicht-Fachmanne von vornherein einleuchtet, die theoretische Mechanik. Wo ist der Universitäts-Mathematiker, der die Anregungen in sich aufgenommen hätte, welche die neue physikalische Disciplin, die mechanische Wärmetheorie, mit sich brachte? - der beachtete, dass die Lehre von der Bewegung der festen Körper (die Kinematik) in den Händen der Maschineningenieure einen neuen Inhalt gewann? oder daß in der Statik sich von den Aufgaben des Brückenbaues aus originelle und weittragende graphische Methoden entwickelten?"[1]
Oder umgekehrt:
"Unsere tiefeindringenden Theoreme, unsere genialen Auffassungen, werden sie von Denjenigen, die es angeht, auch nur beachtet? Ich constatire, dass die deutschen Techniker, was exacte wissenschaftliche Durchbildung angeht, hinter ihren Fachgenossen in Italien und Frankreich zurückstehen. Ich constatire, dass in den Kreisen unserer Physiker, unserer Astronomen gegen früher ein vollständiger Verfall der mathematischen Bildung eingetreten ist. Ich constatire, dass die deutsche Chemie zurückbleibt, weil ihre Vertreter mangels mathematischer Vorbildung den Fortschritten, die andersweitig angebahnt werden, nicht folgen können."[2]

Das Anliegen bestand vornehmlich darin, einen Weg für gegenseitige Belehrung und Förderung zu finden. Als Klein 1894 auf der Jahresversammlung der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte in Wien die Möglichkeit erhielt, als Ersatz für Hermann von Helmholtz (1821-1894) im Rahmen der Allgemeinen Sitzung zu sprechen, nutzte er das Forum, um genau dieses Anliegen noch einmal deutlich ins Bewußtsein zu rücken:

"Ich spreche hier nicht als einzelner, ich spreche im Namen der sämtlichen Mitglieder der *mathematischen Vereinigung*, welche sich im Anschluß an die Gesellschaft der Naturforscher und Ärzte vor einigen Jahren gebildet hat, und die, wenn nicht formal, so doch tatsächlich mit ihrer ersten Sektion identisch ist. Wir empfinden, daß unter dem Einflusse der modernen Entwicklung unsere

[1] UAG, Kuratorialakten, 4 I Nr. 88 a, Bl.4.
[2] Ebenda, Bl. 5.

fortschreitende Wissenschaft je länger je mehr Gefahr läuft, sich zu isolieren. Die enge Beziehung zwischen Mathematik und theoretischer Naturwissenschaft, wie sie zum Segen beider Gebiete seit dem Emporkommen der modernen Analysis bestand, droht zu zerreißen. Hier liegt eine große, täglich wachsende Gefahr. Dem wollen wir Mitglieder der mathematischen Vereinigung nach Kräften entgegenwirken. In diesem Sinne war es, daß wir uns an die Naturforscherversammlungen angeschlossen haben. Wir wünschen von Ihnen im persönlichen Verkehr zu lernen, wie sich der wissenschaftliche Gedanke in Ihren Disziplinen entwickelt, und wo dementsprechend der Ansatzpunkt für das Eingreifen des Mathematikers gegeben sein mag. Wir wünschen umgekehrt, von Ihrer Seite für unsere Auffassungen und Bestrebungen einiges Interesse und Verständnis zu finden."[3]

Diese Wünsche waren zunächst keineswegs auf überaus großes Interesse gestoßen. Mathematiker beklagten - so in Briefen nachlesbar - "die völlige Ignorierung [ihrer] Wissenschaft in Bremen"[4] und versuchten nun, Physiker stärker an ihre Vereinigung zu binden. Der Aufforderung, der DMV beizutreten, folgten bis 1900 ca. 17 Physikprofessoren.[5] Zu ihnen gehörten Ludwig Boltzmann, Woldemar Voigt, Eduard Riecke, Arnold Sommerfeld, Wilhelm Wien und Max Planck.

Innerhalb der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) ragt das Wirken einiger Physiker heraus. Besonders enge Beziehungen zur DMV besaßen Ludwig Boltzmann (1844-1906) und Arnold Sommerfeld (1868-1951). Sie gehörten dem wissenschaftlichen Ausschuß der Mathematiker-Vereinigung für jeweils drei Jahre an, Boltzmann ab 1903, Sommerfeld ab 1912.

Boltzmann war von Beginn an ein wichtiger Partner für das Bestreben einiger Mathematiker, sich der theoretischen Naturwissenschaft stärker zu nähern. War für die Versammlung 1890 eine Isolierung der Mathematik im Kreise der Naturforscher beklagt worden, so suchte man durch die Gestaltung des DMV-Vortragsprogramms in Halle 1891 von vorneherein einen neuen Weg zu gehen. Boltzmann, der bereits 1891 der DMV beitrat, wurde von den Mathematikern zum Vortrag eingeladen und sprach "Über ein mechanisches Modell zur Versinnlichung der Anwendung der Lagrangeschen Bewegungsgleichungen in der Wärme- und Elektrizitätslehre".[6] Dies war ganz von der Absicht getragen, dem beklagten Zustand der Unkenntnis der sog. neueren Wärmetheorie unter den Mathematikern zu überwinden. Zudem nutzte Klein 1891 die Gelegenheit, in einem Vortrag "Neuere englische Arbeiten zur Mechanik" ins Blickfeld zu rücken Diese sollten die Forschungen zur angewandten Mathematik und Mechanik schließlich maßgeblich befruchten. Wie die Korrespondenz zwischen Klein und Boltzmann dokumentiert[7], bemühte sich Klein wiederholt, Boltzmann als

[3] [Klein 1894], S. 482f.
[4] Die Gründungsversammlung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung fand im Rahmen der Jahrestagung der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte, am 18. September 1890 in Bremen statt. Vgl. [Tobies 1991] S. 42.
[5] Ausgezählt nach [Toepell 1991].
[6] abgedruckt in: Jahresbericht der DMV, 1 (1892) S. 53-55.
[7] Vgl. [von Meyenn 1982] und [Höflechner 1994].

Vortragenden zu gewinnen. Obwohl Boltzmann an der Jahresversammlung 1897 aus gesundheitlichen Gründen nicht teilnehmen wollte, fuhr er im September 1897 doch nach Braunschweig, um dort zwei Beiträge vorzutragen.[8] Klein war für 1897 erstmals zum Vorsitzenden der DMV gewählt worden und hatte erreicht, daß Vorträge zur Mechanik einen Schwerpunkt der Jahresversammlung darstellten. Von 16 Vorträgen waren neun diesem Thema gewidmet, darunter Beiträge von August Föppl (1854-1924), der 1897 Mitglied der DMV wurde und über "Ziele und Methoden der technischen Mechanik" sprach, und Arnold Sommerfeld (1868-1951) "Geometrischer Beweis des Dupin'schen Theorems und seiner Umkehrung". Neben diesen 16 Vorträgen gab es in Braunschweig zum ersten Male acht Vorträge, die im Rahmen gemeinschaftlicher Sitzungen der Abteilungen für Mathematik und Astronomie, für Physik und für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht gehalten wurden. Zu diesen gehörten insbesondere ein Referat des Physikers Paul Drude (1863-1906)[9] über Fernewirkungen und die beiden Vorträge von Boltzmann.[10] Hervorhebenswert ist außerdem, daß die DMV auf ihrer Jahresversammlung 1897 den Vorschlag des Göttinger Physikers Woldemar Voigt (1850-1919), DMV-Mitglied seit 1892, aufgriff, wichtige, aber schwer zugängliche mathematische Tafeln (Legendresche Tafeln der elliptischen Integrale, Tafeln der Besselschen Funktionen u.a.) neu zu edieren. Der daraufhin gegründeten Tafelkommission gehörte - neben Mathematikern - der Initiator Voigt an.

Eine neue organisatorische Form der Naturforscherversammlungen ermöglichte seit dieser Zeit gemeinschaftliche Sitzungen verschiedener Sektionen. Auch die Physikalische Gesellschaft warb in ihren "Verhandlungen" um Vorträge für entsprechende gemeinsame Sitzungen mit Mathematikern bzw. Chemikern. Derartige gemeinsame Veranstaltungen waren jedoch nicht ohne Probleme, wie ein Brief von Boltzmann an Klein erhellt:

"Bezüglich der Naturforscherversammlung bin ich ganz der Ansicht, daß gemeinsame Sitzungen, in die die Physiker dann immer das Uninteressante geben, eher zu vermeiden sind, und daß [es] das beste wäre, wenn die Mathematiker das physikalisch Interessante und das ganz Abstrakte möglichst sondern würden, und die Physiker zur Zeit, wo in der Mathematik ersteres vorkommt, die Meteorologie und ähnliches verlegen sollen." Boltzmann ergänzte: "Ich habe von Herrn Benghoff einen Brief

[8]Boltzmann sprach "Über einige meiner weniger bekannten Abhandlungen über Gastheorie und deren Verhältnis zu derselben" und über "Kleinigkeiten aus dem Gebiete der Mechanik". Beide Arbeiten wurden im Jahresbericht der DMV, 6 (1899) publiziert. Bei [Höflechner 1994] ist dies gut nachgewiesen.
[9]Drude trat der DMV nicht als Mitglied bei.
[10]Vgl. Bericht über die Jahresversammlung zu Braunschweig. In: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 6 (1899) S. 3-5. Entgegen der Annahme von [Höflechner 1994, S. II 281] nahm Boltzmann 1897 in Braunschweig teil. Es gibt bei Höflechners Ausführungen zu diesem Thema einen Widerspruch zwischen seinem Teil I und seinem Teil II.

bezüglich der Naturforscherversammlung und gemeinsamer Sitzungen bekommen und werde von letzteren abrathen. Schon wenn die Mathematiker immer so klar in Evidenz halten, wann bei ihnen jede Sache [dran] kommt, ist viel gewonnen, wie dies in Braunschweig der Fall war..."[11]

Boltzmann beteiligte sich auch auf den nächsten Versammlungen 1898 in Düsseldorf und 1899 in München mit Vorträgen. Im Rahmen der Sektion "Angewandte Mathematik" der DMV stellte er 1898 vier Arbeiten vor[12]; 1899 hielt er den Vortrag "Über die Entwicklung der Methoden der theoretischen Physik in neuerer Zeit".[13]

Unter den Schwerpunktthemen der DMV-Jahresversammlungen befanden sich auch in den folgenden Jahren eine Reihe von Gebieten, die bei den Physikern auf Interesse stoßen konnten: theoretische und auch technische Mechanik, Elektrodynamik, Elektronentheorie, Relativitätstheorie sowie partielle Differentialgleichungen der Physik.[14]

Aus den Berichten der Deutschen Mathematiker-Vereinigung über ihre Jahresversammlungen geht hervor, daß gemeinsame Sitzungen mit den Physikern sich doch mehrten und die Programme so organisiert wurden, daß die Vorträge über die wichtigsten neueren Forschungsergebnisse in der Physik auch vor mathematischem Publikum stattfanden. Dazu gehörten insbesondere die Vorträge von Max Abraham (1875-1922, DMV: 1899) und Walter Kaufmann (1871-1947)[15] über das Elektron auf der Jahresversammlung 1902 in Karlsbad,[16] von Albert Einstein (1879-1955) in Salzburg 1909 und in Wien 1913,[17] sowie zur Thermodynamik im Jahre 1912 in Münster (Vorträge von D. Hilbert, W. Nernst, M. v. Smoluchowski)[18]

[11][Höflechner 1994] S. II 281.
[12]Vgl. Bericht über die Jahresversammlung in Düsseldorf. In: Jahresbericht der DMV, 7 (1899) S. 4.
[13]Die Vorträge sind im Werkverzeichnis Boltzmanns bei [Höflechner 1994] gut ausgewiesen. Dabei geht allerdings nicht immer hervor, welche Beiträge im Rahmen der DMV-Jahresversammlungen gehalten wurden. Die Publikation des Vortrages in München erfolgte auch im Jahresbericht der DMV, 8 (1900) S. 71-95, was bei [Höflechner 1994] fehlt. Gründlich dokumentiert sind die Kontroversen, die Boltzmann insbesondere mit W. Ostwald und M. Planck (vertreten durch seinen Assistenten E. Zermelo) austrug.
[14]Vgl. hierzu auch [Tobies 1989]
[15]Kaufmann ist im DMV-Mitglieder-Verzeichnis nicht enthalten. Vgl. [Toepell 1991].
[16]Abraham, M.: Prinzipien der Dynamik des Elektrons; Kaufmann: Über die elektromagnetische Masse des Elektrons. Vgl. Bericht über die Jahresversammlung in Karlsbad. In: Jahresbericht der DMV, 12 (1903) S. 17.
[17]Einstein, A.: Über die neueren Umwandlungen, welche unsere Anschauungen über die Natur des Lichtes erfahren haben. Vgl. Bericht über die Jahresversammlung in Salzburg. In: Jahresbericht der DMV, 18 (1909) Abt. 2, S. 126; Einstein, A.: Zum Gravitationsproblem. Vgl. Protokoll der Mitgliederversammlung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung zu Wien vom 22. bis zum 25. September 1913. In: Jahresbericht der DMV, 22 (1913) Abt. 2, S. 158.
[18] Diese gemeinsame Sitzung der Physiker und Mathematiker stand unter dem Vorsitz von A. Sommerfeld. Die Themen lauteten: Hilbert, D.: Begründung der elementaren Strahlungstheorie; Nernst, W.: Über den Energiegehalt der Gase; V. Smoluchowski (Lemberg): Experimentell nachweisbare, der üblichen Thermodynamik widersprechende Molekularphänomene. Vgl. Protokoll der Mitgliederversammlung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung zu Münster vom 16. bis 19. September 1912. In: Jahresbericht der DMV, 21 (1912) Abt. 2, S. 158. Walther Nernst /1864-1941) und der Experimentalphysiker Maryan Ritter von Smoluchowski (1872-1917) gehörten nicht der DMV an.

Bibliographie

[UAG] Universitätsarchiv Göttingen, Kuratorialakten,4 I, Nr. 88 a

[UBG Klein] Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen. Cod Ms Felix Klein.

[Bückner 1982] Bückner, Uwe: Die Einflußnahme der Deutschen Mathematiker-Vereinigung auf die Anwendung mathematischer Methoden (1890-1917). Diplomarbeit. Universität Leipzig, Sektion Mathematik, 1982. (53 S.)

[Höflechner 1994] Höflechner, Walter (Hrsg.): Ludwig Boltzmann. Leben und Briefe. (Publikationen aus dem Archiv der Universität Graz, Bd. 30). Graz: Akademische Druck- u. Verlagsgesellschaft, 1994.

Jahresberichte der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 1 (1892)ff.

[Klein 1894] Klein, Felix: Riemann und seine Bedeutung für die Entwicklung der modernen Mathematik. In: Klein, Felix, Gesammelte mathematische Abhandlungen. Bd. 3, Berlin: Julius Springer, 1923, S. -483.

[Loh 1989] Loh, André: Die Einflußnahme der Deutschen Mathematiker-Vereinigung auf die Entwicklung der theoretischen Physik (1917-1933). Diplomarbeit. Universität Leipzig, Sektion Mathematik, 1989. (50 S.)

[von Meyenn 1982] von Meyenn, Karl: Boltzmann als Kritiker und Rezensent. In: Ludwig Boltzmann. Gesamtausgabe. Bd. 8. Hrsg. v. Roman U. Sexl. Braunschweig und Wiesbaden: 1982, S. 97-127.

[Tobies 1989] Tobies, Renate: On the Contribution of Mathematical Societies to Promoting Applications of Mathematics in Germany, in: Rowe, D.E.; McCleary, J. (Ed.): The History of Modern Mathematics. Vol II: Institutions and Applications. Boston, San Diego, New York...: Academic Press, 1989, p. 223-248.

[Tobies 1991] Tobies, Renate: Warum wurde die Deutsche Mathematiker-Vereinigung innerhalb der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte gegründet? Mathematiker-Briefe zur Gründungsgeschichte der DMV. In: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 93 (1991) 30-47.

[Toepell 1991] Toepell, Michael (Hrsg.): Mitgliederverzeichnis der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 1890-1990. München 1991.

Anschrift der Verfasserin:

Priv.-Doz. Dr. Renate Tobies
Universität Kaiserslautern
FB Mathematik
PF 3049
D-67653 Kaiserslautern

Aufklärung, Tod, und der Möglichkeit der Verklärung der Dreiecksgeometrie

Philip J. Davis, Brown University, Providence

The height of *classical* Dreiecksgeometrie was probably reached in the Fall of 1914 when the article by Berkhan and Meyer appeared in vol.3 of the great Encyclopaedie der Mathematischen Wissenschaften. After that date, the subject went into a decline (not in terms of interest or discoveries) but in that it lost status and was no longer ranked among the *serious* topics of mathematical research.

In the colleges of the USA, Triangle Geometry hardly survived the 1930's as a curriculum topic. Some conjectures will be made as to the causes of this decline.

In recent years, as a result principally of the computer and of changing notions of what constitutes acceptable mathematical proof, triangle geometry has undergone a partial revival as an interesting testing ground for these new theories and methodologies.

Literature

P. J. Davis: *The Rise, Fall, and Possible Transfiguration of Triangle Geometry: A mini History.* American Mathematical Monthly, vol. 102, March, 1995, pp. 204-214.

UBER DIE GESCHICHTE DER MATHEMATISCHEN MUSIKTHEORIE
I TEIL: PROBLEM KONSONANZ-DISSONANZ UND MATHEMATISCHE TONALITATSTHEORIE

Miloš Čanak, Beograd

Mathematische Musiktheorie/MMT/ ist eine geistige,exakte und multidisziplinäre Wissenschaft die die strukturellen und qualitativen Zusammenhänge zwischen Mathematik und Musik untersucht.Sie entwickelte sich von Zeit Pythageras bis heutigen Tagen.Um eine Geschichte der MMT zu ausbilden,muss man folgende Tatsachen respektieren.

I/ Durch die Zeitepechen begegnet man grosse Namen von Pythagora,Johannes Kepler,René Descartes,G.Leibniz,Leonhard Euler,Hermann von Helmholtz,Guerine Mazzola ua. die die neuen Ideen,Impulse und Ergebnisse zu dieser Theorie inizierten.

II/ Einige aktuelle Probleme der MMT wie die Aufbau der Tonleiter,Konsonanz/Dissonanz- Problem,geometrische Tontheorie,mathematische Theorie der Aufbau und Funktionierung von Musikinstrumenten usw. besitzen ihre eigene historische Entwicklungen.

III/ Einige bekannte Musiktheoretiker/Hugo Riemann,Paul Hindemith, Dejan Despić ua./nützten keine mathematische Terminologie aber tretzdem herschte in ihrer Ausstellungen ein exakter,präziser und mathematischer Charakter.

IV/ Einige gresse Komponisten wie J.S.Bach,dere Werke in einer grossen künstlerischen Inspiration entstanden,gaben auch Impulse für spätere mathematisch-musikalische Untersuchungen.

In dieser Arbeit ist es nicht möglich eine vollständige Geschichte der MMT zu entwickeln.Darum befassen wir uns hier nur mit dem Konsonanz/Dissonanz - Preblem.

Dieses Problem kehrt uns bis zu alter Pythagoräer zurück. Für sie war die irdische Musik eine Nachbildung der himmlichen Musik,deren Harmonie auf Zahlen beruhte.So wird die Tetraktys, die den griechischen Tonsystemen zugrundeliegt und die als Quelle und Wurzel ewiger Natur angesehen wird,durch die Zahlen 6,8,9 und 12 wiedergegeben/siehe [1]/.Am Monechord/Bild 1/, einem Instrument mit einer Saite,wurden diese Zahlen zum Erklingen gebracht,indem die Saite in zwölf gleichlange Abschnitte eingeteilt und Saitenlängen jeweils bestehend aus 6,8,9 und 12 dieser Abschnitte abgegriffen wurden.Ist diese Saite auf C gestimmt,so ergeben sich dabei die Töne C',G,F und Ċ.Den Intervallen Oktave,Quinte und Quarte wurden deshalb die Zahlenverhält-

nisse 2:1,3:2 und 4:3 zugeordnet.

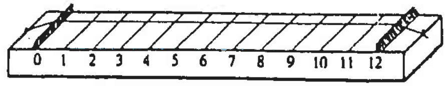


Bild 1

Die Oktavaufteilung der Tetraktys war Ausdruck der Lehre vom arithmetischen und harmonischen Mittel.Die Zahl 9 ist das arithmetische Mittel zwischen 12 und 6 d.h. die Differenzen 12-9 und 9-6 sind gleich.Die Zahl 8 ist das harmonische Mittel zwischen 12 und 6,d.h. die Differenzen 12-8 und 8-6 verhalten sich wie 12 zu 6.Alle vier Zahlen bilden die Preportion 12:9 = 8:6 die in ihrer Verbindung von arithmetischem und harmonischem Mittel die "vollkommenste Proportion"genannt wurde.

Das innige Zusammenwirken von Musik und Mathematik,wie es für die Tetraktys aufgezeigt wurde,bestimmte weitgehend die platonisch-pythagoreische Tonordnung/Bild 2/.So gründet sich das bis heute gültige Muster der siebenstufigen Tonleiter auf eine weitere Aufteilung der konsonanten Tetraktysintervalle/siehe [2] und [3]/.

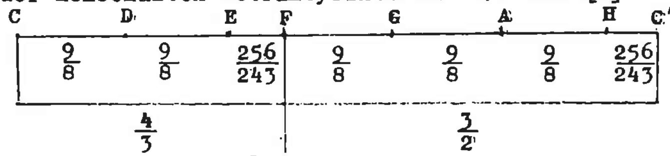


Bild 2

In seiner Monographie [4] hat G.Mazzola an drei Beispielen - Eulers Gradus suavitatis,Helmholtz'Schwebungsmodell und Plomp-Levelts Psychometrik - gezeigt,dass in der Tat auf der geistig-symbolischen Ebene/Euler/,auf der physikalischen/Helmholtz/ und auf der psychologischen Ebene/Plomp-Levelt/drei unabhängige Bedeutungen des Wohlklangsbegriffs angesprochen werden.Für sich genommen ist keiner dieser Ansätze problematisch,sie werden es erst, wenn damit Konsonanz-Dissonanz-Phänomene aus den anderen beiden Realitätsebenen auf diese eine reduziert werden sollen.

Als Zahlentheoretiker war Euler an Primzahlen interessiert. Eulers Gradus-suavitatis-Funktion Γ [5] ist zunächst eine rein zahlentheoretische Funktion und wird folgendermassen definiert: Es sei a eine positive ganze Zahl.Nach dem Satz über eindeutige Primzerlegung lässt sich a eindeutig in der Form

$$a = p_1^{e_1} \cdot p_2^{e_2} \cdot p_3^{e_3} \cdot \ldots \cdot p_n^{e_n} \qquad (1)$$

schreiben, wobei die $p_1 < p_2 < p_3 < \ldots < p_n$ eine wachsende Folge von Primzahlen und die $e_1, e_2, e_3 \ldots e_n$ positive ganze Zahlen sind. Dann definiert Euler

$$\Gamma(a) = 1 + \sum_{k=1}^{n} e_k (p_k - 1) \qquad (2)$$

und allgemeiner $\Gamma(x/y) = \Gamma(x \cdot y)$, fals x/y ein positiver gekürzter Bruch ist. Für solche Intervalle ist die Gradusfunktion so definiert, dass sie jedem Intervall eine positive ganze Zahl zuordnet. Die Rangordnung bei Euler ist folgende: Prim 1, Oktave 2, Quinte 4, Quarte 5, grosse Terz 7, grosse Sexte 7, kleine Terz 8, kleine Sexte 8, grosse Sekunde 8, kleine Septime 9, grosse Septime 10, kleine Sekunde 11, Tritonus 15.

E.Bindel [6] versuchte auch eine Rangierung der Intervalle durch Zahlentheorie ausbilden. Seine Rangordnung war folgende: Prim 1, Oktave 1, Quinte 2, Quarte 3, grosse Sexte 3, grosse Terz 4, kleine Sexte 5, kleine Terz 5, grosse Sekunde 8, grosse Septime 8, kleine Septime 9, kleine Sekunde 15, Tritonus 32.

Im Einklang mit der Eulerschen Rangordnung hat auch Paul Hindemith [7] seine ausführliche und komplizierte Theorie ausgebildet. Er regelt die Töne in "Generationen" und beginnt von C. Die erste Generation/Söhne/ formieren die Töne G, F, A, E, Es, und As /d.h. Quinte, Quarte, grosse Sexte, grosse Terz, kleine Terz, kleine Sexte/. Die Töne D, B, Des und H /grosse Sekunde, kleine Septime, kleine Sekunde, grosse Septime/ gehören zur zweiten Generation. Das einzige Element dritter Generation ist Ges/Fis/ oder Tritonus. Hindemith entwickelte daraus eine Theorie über die Strukturen verschiedener Akkorde und den Grad ihrer Dissonanz.

Hermann von Helmholtz 1863/siehe [8]/geht davon aus, dass Schwebungen zwischen den Partialschwingungen zweier Töne für Dissonanzphänomene verantwortlich sind. Er berechnet die Rauigkeit, d.h. den Dissonanzgrad eines aus den Tönen p und q bestehenden Intervalls als Summe der "Schwebungsintensitäten" $I_{n,m}$, die zu den Paaren der n-ten Partialschwingung von p und der m-ten Partialschwingung von q gehören. Damit hängt der Helmholtzsche Dissonanzbegriff von den Tonhöhen und von den beteiligten Farbfunktionen ab. Am Beispiel der Violine hat Helmholtz eine gute Ubereinstimmung mit Eulers Gradusfunktion erhalten. Bei diesem Modell

wird erklärt, nach welcher Wohlklang in Abhängigkeit von Instrument und absoluter Lage des Intervalls empfunden wird. Andererseit ist aber seine experimentelle Verifizierbarkeit problematisch.

Plomp R. und Levelt W. [9] haben Paare von simultanen Sinustönen dargeboten und nach deren "Wohlgefälligkeit" als Funktion des Intervalls gefragt. Es wurden mit Absicht musikalisch ungebildete Probanden gewählt, um Beurteilungen aus Wissen um die Natur der Intervalle zu vermeiden. Bild 3 zeigt die resultierende Bewertungskurve. Sie weicht stark von der Eulerschen Graduskurve ab.

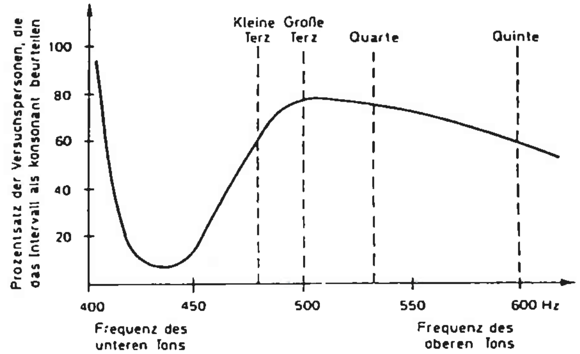


Bild 3

Ein anderer Aspekt zum Konsonanz/Dissonanz - Phänomem ist die musiktheoretisch herausragende Bedeutung des Begriffspaares in der kontrapunktischen Tradition. Carl Dahlhaus [10] hat darauf hingewiesen, dass die satztechnische Funktion des kontrapunktischen Konsonanzbegriffs noch nicht hinreichend verstanden ist. Interessanterweise fällt in der Lehre des Kontrapunktes das Intervall der Quarte dissonant aus, im Gegensatz zu den anderen genannten Theorien. Es ist unverständlich, dass die mathematischen und physiologischen Konsonanz/Dissonanz - Theorien diese Perspektive nie einbezogen haben.

In seiner erwähnten Monographie [4] hat G.Mazzola ausführlich eine mathematische Kontrapunkttheorie ausgebildet, die sich auf die

Dichotomietheorie gründet.Dabei stellt die Dichotomie eine Aufteilung der Menge der 12 - temperierten Intervalle in zwei sechselementige,zueinander komplementäre Teilmengen dar.Man notiert eine Dichotomie mit X/Y,wobei X und y die beiden involvierten Teilmengen sind.Es ist per definitionem X/Y= Y/X.Die Gesamtheit aller $462=\frac{1}{2}\binom{12}{6}$ Dichotomien lässt sich in 26 Äquivalenzklassen aufteilen.

Auf der Menge dieser Klassen kann man eine Hierarchie,auf Grund verschiedener Eigenschaften der sie genügen,einführen.Die wichtigste Klasse stellt die Klasse der sgn."starken Dichotomien" dar,die 6 Elemente enthält.

Weiterhin zeigte Mazzola dass die sgn. Konsonanz-Dissonanz-Dichotomie/K/D-Dichotomie/ im mathematischen Sinne vollkommenste ist,weil sie der grössten Zahl wichtiger Eigenschaften genügt.Diese K/D - Dichotomie enthält zueinander komplementären Teilmengen $K=\{0,3,4,7,8,9\}$ und $D=\{1,2,5,6,10,11\}$ der Konsonanzen und der Dissonanzen des zweistimmigen Kontrapunktes /0 = Prim ,1 = kleine Sekunde, ... 11 = grosse Septime/.

Dieses mathematisches Ergebnis von Mazzola ist sehr interessant und wichtig,denn es mit der musikalischen Realität koinzidiert.

Das allen Positionen Gemeinsame zum Konsonanz-Dissonanz Phänomen/Euler,Bindel,Hindemith,Helmholtz,Plomp und Levelt,Mazzola usw./ summiert sich zu einem musiktopographischen Begriffsfeld,das in allen Koordinatenwerten der Topographie präsent ist.Als Musikdenken resultiert es aus einem fundamentalen linearen Bewegungsmoment zwischen polaren Extrema.Es sollte eine Hauptaufgabe Mathematischer Musiktheorie sein,für solches Musikdenken formal verbindliche und semantisch sinnvolle Modelle bereitzustellen.In dieser Arbeit untersucht man ein einfaches mathematisches Modell für die Rangordnung der Drei - und Vierklänge.

Bei Dreiklänge nützt man folgende Formel

$$R = f_1k_1 + f_2k_2 + f_3k_3 \quad . \tag{3}$$

Hier betrachten wir die Dreiklänge in der Form (t_1,t_2,t_3) wobei die Töne t_1,t_2,t_3 in die wachsende Folge $/t_1 < t_2 < t_3/$ geordnet sind.Man bezeichnet mit f_1,f_2 und f_3 die Frequenzverhältnisse der Intervalle $/t_1,t_2/,/t_2,t_3/$ und $/t_1,t_3/$,/Rahmenintervall/,und

mit k_1,k_2 und k_3 den Dissonanzengrad dieser Intervalle.Da sich die Rangordnung der Dreiklänge an die Rangordnung einzelner Intervalle gründet,so nützen wir bei Verifizierung des Modells (3) folgende Rangierungen: 1.kontrapunktsche Rangordnung, 2.Rangordnung im Sinne von Hindemith , 3.Rangordnung im Sinne von Bindel.

Man bezeichnet die Intervalle mit den natürlichen Zahlen /0 = Prim,1 = kleine Sekunde ... /und Dreiklänge als geordnete Paare (a,b) der Intervalle.So besitzt zB. Dur-Dreiklang die Form (4,3).

In der folgenden Tabelle befindet sich die Rangordnung des Dissonanzengrades von Dreiklänge im Bezug auf drei Kriterien/Kontrapunkt/K/,Hindemith/H/,Bindel/B/ /.Man betrachtet 12 strukturell verschiedener Dreiklänge,wobei sich die Bestimmung des Dissonanzengrades von anderer Dreiklänge auf die vorläufige reduziert.

Bei K/D - Dichotomie erhält jedes konsonantes Intervall/Prim, kleine und grosse Terz,Quinte,kleine und grosse Sexte/ die Wertung 1 während den dissonanten Intervallen die Wertung 2 entspricht. Bei Hindemithscher Generationsrangierung erhält Prim die Wertung 0.Die Intervalle erster Generation erhalten den Wert 1 und diejenige aus der zweiten Generation den Wert 2.Tritonus als einziger Vertreter der dritten Generation erhält den grössten Wert 3. Für Bindelsche Rangordnung gelten die folgenden Wertungen:Prim = 1, Quinte = 2,Quarte und grosse Sexte = 3,grosse Terz = 4,kleine Terz und kleine Sexte = 5,grosse Sekunde und grosse Septime = 8,kleine Septime = 9,kleine Sekunde = 15,Tritonus = 32.Die berechneten Werte für jede Dreiklang tragen wir in die Kolonnen K,H und B unserer Tabelle ein.

Tabelle

	Dreiklänge	K	H	B
1.	4,3 , 3,4	3,95	3,95	14
2.	4,4	4,1	4,1	18
3.	3,1	4,58	4,58	27
4.	4,1	6,05	4,71	25
5.	3,2	6,12	4,78	19
6.	5,2	6,42	5,5	16
7.	2,1	5,58	5,58	31
8.	2,2	5,75	5,75	23
9.	1,1	6,52	6,52	41
10.	3,3	5,21	6,6	57
11.	5,1	7,61	7,67	65
12.	4,2	6,31	7,7	59

Neben der verständlichen Unterschieden muss man auf folgende wesentliche Tatsachen achtgeben:

I/ In alle drei Fälle besitzen der Dur- und Moll-Dreiklang den höchsten Konsonanzengrad.

II/ Zwischen den vier wichtigsten Dreiklänge/Dur-,Moll-,übermässiger und verminderter/ besitzt in alle drei Fälle der verminderte Dreiklang höhsten Dissonanzgrad.Gleichzeitig ist er der einzige von dieser Dreiklänge,der in sich Tritonus enthält.

III/ Zwischen den vier Dreiklänge //3,1/,/3,2/,/4,1/,/4,2//,die von Terz und Sekunde erbaut sind,besitzt in alle drei Fälle der Akkord 4,2 höhsten Dissonanzgrad.Gleichzeitig ist er der einzige von dieser Dreiklänge,der in sich Tritonus enthält.

Diese wichtige Tatsachen zeigen einerseits,dass das Modell(3) die Widerspruche zwischen verschiedener Rangordnungen mildert.Andererseits betont dieses Modell die domonierende Rolle von Tritonus und Dur-,Moll-Dreiklänge,was eine grosse Bedeutung zur Ausbildung einer Tonalitätstheorie/siehe D.Despić [11]/hat.

Das Modell für die Rangordnung von Vierklänge hat die Form

$$R = f_{12}k_1 + f_{23}k_2 + f_{34}k_3 + f_{13}k_4 + f_{24}k_5 + f_{14}k_6 \qquad (4)$$

wobei die Frequenzen $f_{12}, f_{23}, f_{34}, f_{13}, f_{24}, f_{14}$ respektiv den Intervallen $/t_1,t_2/$,$/t_2,t_3/$,$/t_3,t_4/$,$/t_1,t_3/$,$/t_2,t_4/$ und $/t_1,t_4/$ entsprechen.

-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-

L I T E R A T U R

[1] Waerden B.L.van der,"Die Pythagoräer.Religiöse Bruderschaft und Schule der Wissenschaft",Artemis Verlag,Zürich 1979.

[2] Wille R.,"Musiktheorie und Mathematik",Salzburger Musikgespräch,Berlin 1985,s.4-31.

[3] Čanak M.,"Mathematical analysis of pythagorean,diathonic and equal tempering tonal system in theory of music",Matematički Institut,Beograd 1991,k.4,s.137-143.

[4] Mazzola G.,"Geometrie der Töne",Birkhäuser Verlag,Basel 1990.

[5] Euler L.,"Tentamen novae theoriae musicae",1739.In:Opera Omnia,Ser.III.Vol.1 Teubner,Stuttgart 1926.

[6] Bindel E.,"Die Grundlagen der Mathematik im Lichte der Anthroposophie",Waldorfschulverlag,Stuttgart 1928.

[7] Hindemith P.,"Unterweisung im Tonsatz",Schott,Meinz 1940.

[8] Helmholtz H.von,"Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage der Musik/1863/,Nachdr.Darmstadt 1968.

[9] Plomp R.,Lewelt W.,"Tonal Consonance and Critical Bandwidth. J.Acoust.Soc.Am.38,548,1965.

[10] Dahlhaus C.,"Zur Theorie des klassischen Kontrapunkts",Kirchenmusikalisches Jb.45,1961.

[11] Despić D.,"Teorija Tonaliteta"/Tonalitätstheorie/,Akademija muzičkih umetnosti,Beograd,1971.

-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-

Georg Cantor, Giulio Vivanti und der Satz von Poincaré-Volterra

PETER ULLRICH

Westfälische Wilhelms-Universität, Mathematisches Institut, Einsteinstraße 62, D-48149 Münster

Der in diesem Jahr begangene 150. Geburtstag Georg Cantors (3.3.1845–6.1.1918) gibt hinreichend Anlaß zur Würdigung seiner Beiträge zu den Grundlagen der Mathematik. Im folgenden soll auf eine Episode aus dem Jahre 1888 hingewiesen werden, die zwar noch von Adolf Fraenkel (1891–1965) zu Beginn der dreißiger Jahre erwähnt wird [11, S. 254], [12, S. 467], nicht aber in modernen Biographien Cantors [10], [13], [17], [22]. Obschon es sich um keine zentrale Fragestellung der Mengenlehre Cantors handelt, ist sie dennoch für deren Stellung innerhalb der damaligen Mathematik von Bedeutung, da sie nicht nur die Grundlagen, sondern auch ein konkretes Problem der zu jener Zeit aktuellen mathematischen Forschung betrifft.

Die Fragestellung stammt aus der Analysis einer komplexen Veränderlichen: Bei der von Karl Weierstraß (1815–1897) propagierten Definition einer analytischen Funktion durch analytische Fortsetzung entlang Kreisketten [28, S. 93–97] sind durchaus „mehrdeutige“ Funktionen zugelassen [28, S. 97], also solche, bei denen die Fortsetzung entlang verschiedener Kreisketten verschiedene Werte an einer Stelle c der komplexen Ebene $\mathbb{C}$ liefert. Wie groß kann die Mächtigkeit der Menge der bei c angenommenen Werte dann sein?

1 Die Formulierung des Problems durch Vivanti

Diese Frage wurde im Druck zum ersten Mal von Giulio Vivanti (1859–1949) aufgeworfen, und zwar in seiner Note [25], die er am 22. Juni 1888 abschloß und die auf der Versammlung des „Circolo Matematico di Palermo“ am 8. Juli 1888 mitgeteilt wurde:

Vivanti diskutiert darin zunächst das bereits 1834 von Carl Gustav Jacob Jacobi (1804–1851) gefundene Resultat, daß Abelsche Integrale

$$I(c) := \int_{c_0}^{c} \frac{\alpha + \beta x}{\sqrt{p(x)}}\, dx$$

mit $p(x)$ ein Polynom in x vom Grad 5 oder 6 mehr als zwei Perioden besitzen, welche im allgemeinen linear unabhängig über den rationalen Zahlen sind [16, §§ 4–6], und daher für jede Stelle c die Menge der (vom Integrationsweg von c_0 nach c abhängenden) Werte $I(c)$ dicht in $\mathbb{C}$ liegt [16, § 1, §§ 7–8]. Während diese Aussage in der Originalarbeit von Jacobi präzise formuliert ist [16, § 8], kritisiert Vivanti zu Recht [25, n° 1], daß die Aussage über die Dichtheit der Werte in der (für ihn) zeitgenössischen Literatur teilweise fälschlich in der Form wiedergegeben wurde, das Integral $I(c)$ nehme *jede* komplexe Zahl als Wert an. Genauer begündet er [25, n° 2] unter Bezug auf die Untersuchungen Cantors, daß die Menge der Werte von $I(c)$ nur abzählbar unendlich, also von erster Mächtigkeit

(„1ª potenza" [25, S. 136]) ist, während die Menge ℂ aller komplexen Zahlen von zweiter Mächtigkeit („2ª potenza" [25, S. 136]) ist. (Vivanti unterstellt also die Kontinuumshypothese; zu Cantors Ringen mit dieser Hypothese vergleiche etwa [10, S. 135–137], [13, S. 356–357], [17, S. 140], [22, S. 67–71, S. 81].)

Allgemein definiert Vivanti nun, eine analytische Funktion (im Weierstraßschen Sinne) habe *erste Mächtigkeit* oder sei von *erster Klasse* („una funzione ha la 1ª potenza od è della 1ª classe" [25, S. 136]), wenn an jeder Stelle c die Menge der Werte der Funktion von erster Mächtigkeit, also abzählbar ist.

Den Nutzen dieser Begriffsbildung sucht er sogleich zu belegen, indem er zum einen beweist [25, n° 3, A], daß sich zu einer analytischen Funktion, die erste Mächtigkeit hat, eine Umkehrfunktion in Sinne der Weierstraßschen Theorie bilden läßt, was, wie er anmerkt, die Untersuchungen [7], [8] von Felice Casorati (1835–1890) zu den Umkehrfunktionen von Funktionen mit mehr als zwei Perioden erheblich vereinfacht. (Zu Casoratis diesbezüglichen Forschungen vergleiche auch [1], [18, S. 8–21].)

Zum anderen zeigt Vivanti [25, n° 3, B], daß jede durch eine Differentialgleichung mit algebraischen Koeffizienten definierte analytische Funktion erste Mächtigkeit hat und folgert daraus [25, n° 4–6], daß das Resultat [19] von Henri Poincaré (1854–1912) über die Uniformisierung analytischer Funktionen für die und *nur* für die Funktionen gilt, die erste Mächtigkeit haben.

Vivanti enthält sich in dem Artikel [25] jedoch jeglicher Vermutung, ob diese Eigenschaft auf *alle* analytischen Funktionen zutrifft.

2 Cantors Brief an Vivanti

Bereits am 15. Mai 1888 hatte er sich allerdings mit diesem Problem brieflich an Cantor gewandt, mit dem er zumindest seit dem 3. Dezember 1885 korrespondierte [5, S. 251]. Die Antwort Cantors findet sich mit Datum vom 26. Juni 1888 in dessen Briefbuch für die Jahre 1884–1888 (Nachlaß Cantor in der Handschriftenabteilung der Niedersächsischen Staats- und Universitätsbibliothek in Göttingen, Cod. Ms. Cantor 16, Entwurf Nr. 84, S. 180–181). Der hier relevante Teil lautet:

> „Geehrter Herr Vivanti.
>
> Entschuldigen Sie freundlichst, daß ich erst heute Zeit finde, Ihr werthes Schreiben v. 15 Mai zu beantworten. ...
>
> Was den zweiten Theil Ihres Schreibens betrifft, so haben Sie Recht, daß „jede durch eine algebraische Differentialgleichung definirte Function die Eigenschaft hat, für jeden Werth der unabh. Variablen nur eine abzählbare Menge von Werthen zu erhalten."
> Dieser Satz ist aber nur ein Spezialfall eines andern, den ich vor mehreren Jahren Herrn Weierstraß, dem er neu war, mittheilte, nämlich des Satzes:
> „Jede analytische Function (im Weierstraßschen Sinne) hat, wenn sie unendlich vieldeutig ist, nothwendig eine Vieldeutigkeit nur von der ersten Mächtigkeit ω."
> Weierstraß, der sich für diesen Satz sehr interessierte, theilte mir einige Jahre später mit, daß auch er einen Beweis dieses Satzes mit Hülfe seiner Theorie der Minimalflächen gefunden hätte.
> Ich hatte gehofft, daß er seinen Beweis publicieren würde. Allein dies ist unterblieben, vermuthlich weil er in diesem Falle meine Theorie des Transfiniten hätte

> erwähnen müssen, was aber aus Rücksicht auf Kronecker und Helmholtz [nachträglich von Cantor eingefügt: in Deutschland] bekanntlich nicht geschehen darf.
> Wenn Sie einen Beweis führen, so lassen Sie sich hoffentlich nicht auch abhalten, ihn zu veröffentlichen. ..."

Die Wertschätzung Weierstraß' für die Abzählbarkeitsschlüsse Cantors beschränkte sich durchaus nicht auf den hier vorliegenden Fall: Bereits am 22. und 23. Dezember 1873 hatte Cantor Weierstraß über seine Ergebnisse zur Abzählbarkeit der algebraischen und Überabzählbarkeit der reellen Zahlen berichtet und war von diesem zur Publikation des Artikels [2] „veranlasst" worden [6, S. 16–17] (vgl. auch [23, S. 99, insb. Fußnote 1]). Weierstraß hatte die Methode, die rationalen oder auch die algebraischen Zahlen abzuzählen, dann sehr bald selbst verwendet, vgl. [24, S. 155–156]. Besonders beachtenswert ist in diesem Zusammenhang ein Brief von Weierstraß an Sofja Kowalewskaja (1850–1891) vom 24. März 1885, in dem er zum Problem der Abelschen Integrale mit mehr als zwei Perioden und deren Umkehrfunktionen Stellung nimmt ([29, S. 329], Formelbuchstaben dem obigen Gebrauch angepaßt):

> „... die zu einem und demselben Werthe von c gehörigen Werthe von $I(c)$ bilden eine abzählbare Menge, von der Cantor, wie ich überzeugt bin, in unanfechtbarer Weise bewiesen hat, daß es nicht nur unendlich viele Werthe giebt, die nicht nur nicht darin enthalten sind, sondern eine Menge von höherer Mächtigkeit bilden ..."

Daß sich Weierstraß für Cantors Ergebnis über die Abzählbarkeit der Wertemenge „sehr interessierte", ist also durchaus glaubhaft (vgl. auch den Brief von Cantor an Philip Jourdain (1879–1919) vom 29. März 1905 [13, S. 384]). Sollte er jedoch wirklich seinen Beweis mittels der Theorie der Minimalflächen geführt haben, so hätte er, was die benötigten Tatsachen aus der Analysis betrifft, wahrlich „mit Kanonen auf Spatzen geschossen".

Was den Grund für die Nicht-Publikation des Beweises durch Weierstraß angeht, den Cantor vermutet, so finden sich in jeder Cantor-Biographie genügend Hinweise zu seinem problematischen Verhältnis zu Leopold Kronecker (1823–1891); betreffs Hermann (von) Helmholtz (1821–1894) vergleiche man etwa die Briefe von Cantor an Gösta Mittag-Leffler (1846–1927) vom 30. Dezember 1883 [5, S. 162] und an Giuseppe Veronese (1854–1917) vom 17. November 1890 [5, S. 330]. Bemerkenswert ist weiterhin, daß Cantor deutlich unterscheidet zwischen der Rezeption seiner Theorie des Transfiniten in Deutschland und der im Ausland, vgl. auch [17, S. 175–177]. Die Reaktion seines Briefpartners belegt diese Einschätzung:

3 Vivantis Beweisversuch

Schon am 30. Juli 1888 beendete Vivanti einen zweiten Artikel [26], der auf der Versammlung des „Circolo Matematico di Palermo" vom 12. August 1888 gelesen wurde. Hierin stellt er den Satz, jede analytische Funktion habe erste Mächtigkeit, nicht nur auf [26, Teorema], sondern sucht ihn auch zu beweisen. Zum Ursprung dieses Theorems gibt er in einer Fußnote an [26, S. 150], er habe dessen Gültigkeit nur vermutet. Daß diese Aussage wirklich gelte, sei ihm kürzlich von Cantor mitgeteilt worden, und zwar ohne Beweis; Cantor habe ihn aufgefordert, sich selbst an einem Beweis zu versuchen (vgl. auch [27, S. 359], [11, S. 254] und [12, S. 467]). Die Unterscheidung der Urheber von Satz und Beweis ist dabei deshalb von Bedeutung, weil die Aussage des Satzes wohl richtig ist, der Beweis, den Vivanti in [26] gibt, jedoch fehlerhaft:

Vivanti betrachtet zu der gegebenen mehrdeutigen analytischen Funktion die zugehörige Riemannsche Fläche mitsamt Verzweigungspunkten [26, S. 150] und begründet [26, a)], daß in einem Verzweigungspunkt nur abzählbar viele Blätter der Riemannschen Fläche zusammentreffen können. Da die Verzweigungspunkte auf einem Blatt der Riemannschen Fläche isoliert liegen, folgert er andererseits aus einem Resultat Cantors [3, Theorem I], daß auf jedem Blatt der Riemannschen Fläche nur abzählbar viele Verzweigungspunkte liegen [26, b)]. Mithin, so schließt er, steht jedes Blatt der Riemannschen Fläche mit nur abzählbar vielen anderen in direkter Verbindung und daher, aufgrund von Standard-Abzählungsschlüssen, auch indirekt nur mit abzählbar vielen [26, S. 151]: Dies ist trifft jedoch nur auf Verbindungen *über Verzweigungspunkte* zu! Vivanti übersieht hier die Möglichkeit, daß Blätter auch anders als an Verzweigungspunkten Verbindung haben können.

Dieser Fehler, auf den Adolf Hurwitz (1859–1919) sofort aufmerksam machte [14], ist rein funktionentheoretischer Art. Um den Beweis zu vervollständigen, reicht es insbesondere, einen Typ von offenen Teilmengen der Riemannschen Fläche anzugeben derart, daß die analytische Funktion darauf jeweils eindeutig ist, daß diese Mengen die ganze Riemannsche Fläche überdecken und daß jede von ihnen nur mit abzählbar vielen anderen nichtleeren Schnitt hat; der kanonische Abzählungsschluß liefert dann, daß es insgesamt von diesen Mengen nur abzählbar viele geben und somit die Funktion an jeder Stelle nur abzählbar viele Werte annehmen kann. Die dazu notwendige Idee hatten, offenbar unabhängig voneinander, Poincaré und Vito Volterra (1860–1940).

4 Poincarés Brief

Mittlerweile, am 17. Juli 1888, war Vivantis erste Note gedruckt und in den „Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo" veröffentlicht worden. Da darin nachgewiesen wurde, daß Poincarés Uniformisierungssatz [19] nur für analytische Funktionen von erster Mächtigkeit gilt, ist unschwer nachzuvollziehen, daß, in Poincarés eigenen Worten, ihn die Lektüre dieser Note „... lebhaft interessiert und zu verschiedenen Überlegungen angeregt hat" („m'a vivement intéressé et m'a inspiré diverses réflexions" [20, S. 197 bzw. S. 11]). Dies umso mehr, als Poincaré mit der Mengenlehre seit seinen Untersuchungen zu automorphen Funktionen vertraut war und Cantor seit Anfang 1884 sogar persönlich kannte [10, S. 280].

Die obenerwähnten Überlegungen legte Poincaré am 27. Oktober 1888 in einem Brief an Giovanni-Battista Guccia (1855–1914), den Herausgeber der „Rendiconti", nieder, der auszugweise auf der Sitzung des „Circolo" vom 11. November 1888 verlesen und im selben Band wie die Artikel von Vivanti veröffentlicht wurde [20]. Hierin gibt Poincaré einen korrekten Beweis dafür, daß jede analytische Funktion von erster Mächtigkeit ist, nimmt aber keinen Bezug auf Vivantis Beweisversuch [26]. – Da die zweite Arbeit Vivantis erst fast einen Monat nach der ersten [25] gedruckt wurde, ist nicht auszuschließen, daß Poincaré, der erst 1890 Mitglied des „Circolo" wurde, diese bei der Abfassung seines Briefes noch nicht zur Kenntnis genommen hatte. –

Poincarés Ausführungen sind vollständig, überzeugend und zugleich nur drei Druckseiten lang: Er erläutert zunächst den Begriff der Abzählbarkeit, erinnert an die Weier-

straßsche Definition analytischer Funktionen mittels Potenzreihen und Kreisketten und stellt fest, daß die Menge aller Potenzreihen, die eine gegebene analytische Funktion definieren, nicht abzählbar ist [20, S. 197–198 bzw. S. 11–12].

Seine entscheidende Feststellung ist, daß man gar nicht *alle* Potenzreihen zu betrachten braucht, um die analytische Funktion zu bestimmen: Kann man, ausgehend von einer gegebenen Potenzreihe, einen Wert der Funktion an einer Stelle c mittels irgendeiner Kreiskette erreichen, so gelingt dies auch mittels einer Kreiskette, deren Mittelpunkte *rationalen* Real- und Imaginärteil haben [20, S.198 bzw. S. 12].

Aufgrund des Identitätssatzes existieren aber nur abzählbar viele Potenzreihen mit rationalem Entwicklungspunkt, die eine gegebene unmittelbar fortsetzen. Mit dem bereits bei Vivantis Artikel [26] erwähnten Abzählungsschluß folgt dann, daß es insgesamt nur abzählbar viele Potenzreihen mit rationalem Entwicklungspunkt gibt, die eine gegebene, auch indirekt, fortsetzen, so daß speziell an einer festen Stelle nur abzählbar viele Werte angenommen werden können [20, S. 200 bzw. S. 13]. Poincaré liefert dabei auch explizit das hier verwendete Argument, daß die Menge aller Tupel beliebiger endlicher Länge mit Einträgen aus den natürlichen Zahlen abzählbar ist, indem er jedem dieser Tupel einen endlichen Kettenbruch zuordnet, was eine Bijektion der Menge dieser Tupel zur Menge der positiven rationalen Zahlen liefert [20, S. 199–200 bzw. S. 13].

5 Volterras Artikel

In jenem Jahr 1888, in dem die Artikel [25], [26] von Vivanti und [20] von Poincaré erschienen, veröffentlichte auch Volterra einen Beweis des Satzes, eine (mehrdeutige) analytische Funktion nehme an jeder Stelle nur abzählbar viele Werte an [27]. Zum Inhalt des Artikels sei die Besprechung von Hurwitz [15] zitiert: „Die Betrachtungen des Verfassers stimmen im wesentlichen mit denen der Herren Vivanti und Poincaré überein", wobei „die Arbeit des Verfassers ... sich durch Gründlichkeit auszeichnet". Während Poincarés Note den Charakter einer zwar klaren, aber doch knappen brieflichen Mitteilung trägt, hat Volterra die Theorie in allen Details ausgearbeitet:

Er entwickelt ausführlich die Methode der analytischen Fortsetzung, konstruiert die zu einer analytischen Funktion gehörende Riemannsche Fläche mitsamt den Verzweigungspunkten [27, S. 357–358] und studiert insbesondere „Monodromie-Bereiche" („dominii di monodromia" [27, S. 357]), auf welchen die Funktion eindeutig bleibt. Detailiert listet er die Eigenschaften dieser Bereiche auf [27, S.358–359, insb. Teorema I–V], speziell, daß die zu der analytischen Funktion gehörige Riemannsche Fläche von abzählbar vielen Monodromie-Bereichen überdeckt wird, nämlich gerade den Potenzreihenentwicklungen um Punkte mit rationalen Koordinaten [27, Teorema II und S. 359, Lemma]. Er folgert hieraus nicht nur die Abzählbarkeit der Werte an einer Stelle [27, S. 359, Corollario], sondern auch, daß die Menge der Verzweigungspunkte abzählbar ist [27, Teorema V].

In dem Artikel [27] verweist Volterra auf keine der anderen drei Noten, die sich mit dem Problem auseinandersetzen; nur in einer Fußnote zu der Ausage über die Abzählbarkeit der Werte merkt er an, diese Eigenschaft sei von Cantor entdeckt und Vivanti ohne Beweis mitgeteilt worden [27, S. 359, Fußnote (3)]). Dies braucht jedoch nicht zu bedeuten, daß diese Arbeiten ihm bei der Drucklegung seiner eigenen Publikation noch nicht bekannt waren: Volterras Artikel wurde erst auf der Sitzung der „Accademia dei Lincei" vom 2. Dezember 1888 gelesen, also nachdem die Noten [25], [26] und [20] im

„Circolo Matematico di Palermo" mitgeteilt und zum Teil auch schon in den „Rendiconti" veröffentlicht worden waren; außerdem war Volterra bereits seit 1887 Mitglied des „Circolo", 1888 sogar als auswärtiges Mitglied im Vorstand. Und woher sollte er denn vom Cantorschen Ursprung der Aussage wissen, wenn nicht durch die Lesung oder die Publikation des Artikels [26]?

Man kann vermuten, Volterra habe mit seiner Formulierung das für ihn als Mitglied des Vorstands des „Circolo" und damit gleichzeitig der Redaktion der „Rendiconti" besonders unangenehme Problem umgehen wollen, den offenbar von ihm als fehlerhaft eingeschätzten Beweisversuch Vivantis zu kommentieren. Ob aber die erste Note Vivantis [25] Volterra zu seinen Untersuchungen angeregt hat, läßt sich aus Volterras Artikel [27] nicht erschließen, im Gegensatz zu der eindeutigen Situation im Falle Poincarés.

Mein Dank gilt der Handschriftenabteilung der Niedersächsischen Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen für die Publikationsgenehmigung für den Brief von Cantor an Vivanti vom 26. Juni 1888 und Herrn Dr. Reinhard Bölling (Universität Potsdam) für den Hinweis auf den Brief von Weierstraß an Kowalewskaja vom 24. März 1885.

Literatur

[1] Umberto Bottazzini: Le funzioni a periodi multipli nella corrispondenza tra Hermite e Casorati, *Arch. Hist. Exact Sci.* **18** (1977), 39–88.

[2] Georg Cantor: Ueber eine Eigenschaft des Inbegriffes aller reellen algebraischen Zahlen, *J. reine angew. Math.* **77** (1874), 258–262; auch in [4, S. 115–118].

[3] —: Ueber unendliche, lineare Punktmannichfaltigkeiten, 4. Fortsetzung, *Math. Ann.* **21** (1883), 51–58; auch in [4, S. 157–164].

[4] —: *Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts*, hrsg. v. Ernst Zermelo. Julius Springer: Berlin 1932; Neudruck Georg Olms: Hildesheim 1962.

[5] —: *Briefe*, hrsg. v. Herbert Meschkowski und Winfried Nilson. Springer: Berlin 1991.

[6] —: *Briefwechsel Cantor-Dedekind*, hrsg. v. Emmy Noether und Jean Cavaillès. Hermann: Paris 1937.

[7] Felice Casorati: Les fonctions d'une seule variable à un nombre quelconque de périodes (Premier Mémoire), *Acta Math.* **8** (1886), 345–359; auch in [9, Band 1, S. 223–238].

[8] —: Les lieux fondamentaux des fonctions inverses des intégrales Abéliennes et en particulier des fonctions inverses des intégrales elliptiques de 2^{me} et 3^{me} espèce (Deuxième Mémoire), *Acta Math.* **8** (1886), 360–386; auch in [9, Band 1, S. 239–265].

[9] —: *Opere*. 2 Bände. Edizioni Cremonese: Roma 1951–1952.

[10] Joseph Warren Dauben: *Georg Cantor, His Mathematics and Philosophy of the Infinite*. Harvard University Press: Cambridge, London 1979.

[11] Adolf Fraenkel: Georg Cantor, *Jahresber. Dtsch. Math.-Ver.* **39** (1930), 189–266.

[12] —: Das Leben Georg Cantors. In [4, S. 452–483].

[13] Ivor Grattan-Guinness: Towards a biography of Georg Cantor, *Ann. Sci.* **27** (1971), 345–391, xxv–xxvii.

[14] Adolf Hurwitz: Referat über [25], [26] und [20] im *Jahrb. Fortschr. Math.* **20** (1888), 393–394.

ULLRICH

[15] —: Referat über [27] im *Jahrb. Fortschr. Math.* **20** (1888), 394.

[16] Carl Gustav Jacob Jacobi: De functionibus duarum variabilium quadrupliciter periodicis, quibus theoria transcendentium Abelianarum innititur, *J. reine angew. Math.* **13** (1835), 55–78; auch in *C. G. J. Jacobi's Gesammelte Werke*, hrsg. v. Carl Wilhelm Borchardt und Karl Weierstraß, 7 Bände. G. Reimer: Berlin 1881–1891, Band 2, S. 23–50.

[17] Herbert Meschkowski: *Probleme des Unendlichen, Werk und Leben Georg Cantors*. Friedr. Vieweg & Sohn: Braunschweig 1967.

[18] Erwin Neuenschwander: Der Nachlaß von Casorati (1835–1890) in Pavia, *Arch. Hist. Exact Sci.* **19** (1978), 1–89.

[19] Henri Poincaré: Sur un théorème de la Théorie générale des fonctions, *Bull. Soc. Math. Fr.* **11** (1883), 112–125, auch in [21, Band 4, S. 57–69].

[20] —: Sur une propriété des fonctions analytiques, *Rend. Circ. Mat. Palermo* **2** (1888), 197–200, auch in [21, Band 4, S. 11–13].

[21] —: *Œuvres de Henri Poincaré*, 11 Bände. Gauthier-Villars: Paris 1916–1956.

[22] Walter Purkert und Hans Joachim Ilgauds: *Georg Cantor: 1845–1918*, Vita Mathematica 1. Birkhäuser: Basel, Boston, Stuttgart 1987.

[23] Arthur Schoenflies: Zur Erinnerung an Georg Cantor, *Jahresber. Dtsch. Math.-Ver.* **31** (1922), 97–106.

[24] Peter Ullrich: Weierstraß' Vorlesung zur „Einleitung in die Theorie der analytischen Funktionen", *Arch. Hist. Exact Sci.* **40** (1989), 143–172.

[25] Giulio Vivanti: Sulle funzioni ad infiniti valori, *Rend. Circ. Mat. Palermo* **2** (1888), 135–138.

[26] —: Ancora sulle funzioni ad infiniti valori, *Rend. Circ. Mat. Palermo* **2** (1888), 150–151.

[27] Vito Volterra: Sulle funzioni analitiche polidrome, *Rend. Accad. Lincei, IV. Ser.* 4, 2 (1888), 355–361; hier in *Vito Volterra, Opere Matematiche, Memorie e Note*, 5 Bände. Accademia Nazionale dei Lincei: Roma 1954–1962, Band 1, S. 356–362.

[28] Karl Weierstraß: *Einleitung in die Theorie der analytischen Funktionen, Vorlesung Berlin 1878, in einer Mitschrift von Adolf Hurwitz, bearbeitet von Peter Ullrich*, Dokumente zur Geschichte der Mathematik 4. Friedr. Vieweg & Sohn: Braunschweig, Wiesbaden 1988.

[29] —: *Briefwechsel zwischen Karl Weierstraß und Sofja Kowalewskaja. Herausgegeben, eingeleitet und kommentiert von Reinhard Bölling*. Akademie Verlag: Berlin 1993.

Professor Josip Plemelj und die Siebenteilung des Kreises

Marko Razpet
Univerza v Ljubljani
Pedagoška fakulteta v Ljubljani

Professor Josip Plemelj wurde am 11. Dezember 1873 in Bled (Oberkrain) geboren. Sein Vater, der dreimal verheiratet war, war Tischler, Schnitzler und Bauer. Mit der dritten Frau (Marija Mrak) hatte er 3 Kinder: Ivana, Josip und Urban. Die Kinder wurden durch Tuberkulose infiziert, trotzdem haben alle ein hohes Alter erreicht. Nach Vaters Tod schleppte sich die Familie mühsam fort. Zwei Schulklassen hat Josip in Bled vollendet, dann besuchte er Vorbereitungsschule und Gymnasium in Ljubljana (1886–1894). Hier brachte er sich durch bescheidene Geldbeitrage von seiner Mutter und durch Instruktionen fort. Man muß hervorheben, daß Josip hochbegabt war, so daß er schon in vierter Klasse die ganze Mathematik für das Gymnasium aus eigenem Antrieb gelernt hat. Auf dieser Weise gab er den Schülern der oberen Klassen Instruktionen in Mathematik. Damals hat Josip die Potenzreihen für $\cos x$ und $\sin x$ selbst "entdeckt", und zwar mit Hilfe der Reihe für $\arcsin x$, die er früher entwickelt hatte. In jenen Zeiten war es in Ljubljana schwer zu mathematischen Büchern zu kommen, so daß er sehr enttäuscht war, als ihm das Werk *Höhere Mathematik* von A. Burga aus dem Jahre 1830 in die Hände gekommen war, wo Josip eher erwähnten Potenzreihen erblickt hat. Aus diesem Buch studierte er Differential-, Integral- und Variationsrechnung und Differentialgleichungen. Er interessierte sich auch für Naturwissenschaft, besonders für Astronomie.

Schon am Gymnasium konnte er das Dreieck mit gegebener Seite c, Höhe h_c und Winkeldifferenz $\alpha - \beta$ konstruiren. Später hat er noch schönere Lösungen des Problems gefunden. Im Jahre 1892 hat er eine approximative Konstruktion des regelmäßigen Siebenecks durch Dreiteilung eines Kreisbogens (Genauigkeit 0.004%) entdeckt. Diese Entdeckung wurde erst im Jahre 1912 in Wien publiziert (*Die Siebenteilung des Kreises.* Monatshefte für Mathematik und Physik **23**), denn Plemelj war überzeugt, daß seine Konstruktion bekannt ist. Erst als im Jahre 1911 das Buch *Konstruktionen und Approximationen* von Th. Vahlen erschien und wo es die neue Konstruktion nicht gab, entschied Plemelj seine eigene Entdeckung zu veröffentlichen. Bisher war nur die indische bzw. babilonische Konstruktion bekannt.

Das regelmäßige Siebeneck, das in den Kreis mit Radius $r = 1$ eingeschrieben ist, hat die Seite $s = 2\sin(\pi/7)$. Man kann schnell beweisen, daß s der Gleichung

$$x^6 - 7x^4 + 14x^2 - 7 = 0$$

genügt. Die obere Gleichung wird zuerst in

$$(x^3 + \sqrt{7}(x^2 - 1))(x^3 - \sqrt{7}(x^2 - 1)) = 0$$

gespaltet. Die richtige Lösung s muß zwischen 0 und 1 liegen, so daß sie kubischer Gleichung

$$x^3 + \sqrt{7}(x^2 - 1) = 0$$

genügt. Sie wird zuerst durch die Substitution $x = 1/y$ zu

$$y^3 - y - 1/\sqrt{7} = 0$$

umgewandelt. Von hier weiter konnte aber Plemelj durch die Cardanosche Formeln die Seite s des Siebenecks finden:

$$s = \frac{\sqrt{3}}{2\cos(\varphi/3)} \quad \text{wobei} \quad \sin\varphi = \frac{1}{2\sqrt{7}} \quad \text{bzw.} \quad \tan\varphi = \frac{1}{3\sqrt{3}}.$$

Den Winkel φ kann man mit Lineal und Zirkel genau aufzeichnen. Durch Dreiteilung eines Kreisbogens kann man die Seite s geometrisch konstruiren. Winkel φ ist aber klein (3° 37′ 52″) und wenn man statt Dreiteilung des Kreisbogens eine Teilung entsprechender Sehne macht, bekommt man eine genügend gute Approximation. Zur Vergleichung haben wir auf 7 Dezimalen:

1. $s = 2\sin(\pi/7) \approx 0.8677675$ (genau);
2. $s = \sqrt{61}/9 \approx 0.8678055$ (Plemelj);
3. $s = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.8660254$ (arabisch).

Nach der Abitur studierte Plemelj mit Hilfe des Knafeljs Stipendium an der Philosophischen Fakultät an der Universität in Wien. Seine Professoren waren: Escherich, Gegenbauer, Mertens, Weiss, Boltzmann. Im Jahre 1898 promovierte er mit der Dissertation *Differentialgleichungen mit eindeutigen periodischen Koeffizienten.* Danach arbeitete er an Integralgleichungen, Funktionentheorie, Potentialtheorie in Berlin bei Fuchs und Frobenius, später aber in Göttingen bei Klein und Hilbert.

Die Hauptstationen in Plemeljs wissenschaftlichem und pädagogischem Leben waren:

1902 - Privatdozent an der Universität in Wien.

1906 - Assistent an der Technischen Hochschule in Wien. Lösung des Riemannschen Problems.

1907 - Außerordentlicher Professor in Czernowitz.

1908 - Ordentlicher Professor in Czernowitz.

1911/12 - Preis der fürstlich Jablonowskischen Gesellschaft (potentialtheoretische Untersuchungen).

1912/13 - Dekan der philosophischen Fakultät.

1919/20 Erster Rektor an der Universität in Ljubljana. Er begründete die slowenische mathematische Schule.

1954 - Prešerens Preis.

1955 - Letzte publizierte Diskussion.

1965 -- Übersetzung der Lösung des Riemannschen Problems ins Englische.

Professor Plemelj hielt Vorlesungen für Mathematiker und Ingenieure an der Universität in Ljubljana vielen Generationen. Er tat sehr viel auf dem Gebiet der slowenischen mathematischen Terminologie. Er blieb auch im Ruhestand lange wohlbehalten, sogar 77 Jahre alt stieg er im Jahre 1950 zum letztenmal auf 2864 Meter hohen Berg Triglav. Plemelj starb am 22. Mai 1967 in einem Krankenhaus in Ljubljana.

Plemelj war Mitglied mehrerer Akademien und Vereinigungen (Jugoslawische Akademie der Wissenschaften und Kunst, Serbische Akademie der Wissenschaften, Bayerische Akademie der Wissenschaften, Slowenische Akademie der Wissenschaften und Kunst). Seine Werke werden oft zitiert, einer von seinen Biographen hat über 1000 Zitierungen (nur in den Bibliotheken in Ljubljana, Zagreb und Wien) über seine Werke in mathematischer Literatur aufgezählt. Seine Resultate wurden meistens von Professoren Gahov und Mushelischvili angewandt.

Plemeljsche Formeln (Plemelj-Sochozki Formeln),

$$\frac{1}{2\pi i}\int\frac{f^{+}(\zeta)-f^{+}(z)}{\zeta-z}\,d\zeta=0$$

und

$$\frac{1}{2\pi i}\int\frac{f^{-}(\zeta)-f^{-}(z)}{\zeta-z}\,d\zeta+f^{-}(z)=C\,,$$

mit denen Plemelj das Riemannsche Problem aufgelöst hat, sind an seinem Denkmal, das 100 Jahre nach seiner Geburt von den slowenischen Mathematikern errichtet wurde, in Bled eingemeißelt. Der russische Mathematiker J. V. Sochozki hat in seiner Dissertation im Jahre 1873 diese Formeln geschrieben, das Werk blieb aber lange unbeobachtet.

Werke von Professor Plemelj

1. *Potentialtheoretische Untersuchungen.* Preisschriften der fürstlichen Jablonowskischen Gesellschaft in Leipzig. 1911. Seiten XIX+100.

2. *Teorija analitičnih funkcij.* Ljubljana. SAZU. 1953. Seiten XVI+516.

3. *Diferencialne in integralne enačbe. Teorija in uporaba.* Ljubljana. SAZU. 1960. Seiten XVI+388.

4. *Algebra in teorija števil.* Ljubljana. SAZU. 1962. Seiten XIV+278.

5. *Problems in the Sense of Riemann und Klein.* Edited and translated by J. R. M. Radok, Interscience Tracts in Pure and Applied Mathematics, No. 16. New York - London - Sydney. Seiten VIII+175.

6. *Ein Satz über vertauschbare Matrizen und seine Anwendung in der Theorie linearer Differentialgleichungen.* Monatshefte für Mathematik und Physik **12** (1901). Seiten 82–96.

7. *Über Systeme linearer Differentialgleichungen erster Ordnung mit doppeltperiodischen Koeffizienten.* Monatshefte für Mathematik und Physik **12** (1901). Seiten 203–218.

8. *Über lineare Differentialgleichungen mit vertauschbarer Basis der Monodromiegruppe.* Monatshefte für Mathematik und Physik **13** (1902). Seiten 1–14.

9. *Über die Anwendung der Fredholmschen Funktionalgleichung in der Potentialtheorie.* Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. Wien 1903.

10. *Zur Theorie der Fredholmschen Funktionalgleichung.* Monatshefte für Mathematik und Physik **15** (1904). Seiten 93–128.

11. *Über lineare Randwertaufgaben der Potentialtheorie.* I. Teil. Monatshefte für Mathematik und Physik **15** (1904). Seiten 337–412.

12. *Über lineare Randwertaufgaben der Potentialtheorie.* II. Teil. Monatshefte für Mathematik und Physik **18** (1907). Seiten 181–211.

13. *Über einen neuen Existenzbeweis des Riemannschen Funktionssystems mit gegebener Monodromiegruppe.* Anzeiger der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften 1906. Seiten 1–4.

14. *Ein Ergänzungssatz zur Cauchyschen Integraldarstellung analytischer Funktionen.* Monatshefte für Mathematik und Physik **19** (1908). Seiten 205–210.

15. *Riemannsche Funktionenscharen mit gegebener Monodromiegruppe.* Monatshefte für Mathematik und Physik **19** (1908). Seiten 211–246.

16. *Über Schlesinger "Beweis" der Existenz Riemannschen Funktionenscharen mit gegebener Monodromiegruppe.* Jahresbericht der deutschen Mathematikervereinigung **18** (1909). Seiten 15–20.

17. *Über Schlesinger "Beweis" der Existenz Riemannschen Funktionenscharen mit gegebener Monodromiegruppe.* Jahresbericht der deutschen Mathematikervereinigung **18** (1909). Seiten 340–343.

18. *Existenzbeweis der Lösung linearer Differentialgleichungen insbesondere an einer Fuchs'schen singulären Stelle.* Monatshefte für Mathematik und Physik **22** (1911). Seiten 339–344.

19. *Die Unlösbarkeit von $x^5+y^5+z^5=0$ im Körper $k(\sqrt{5})$.* Monatshefte für Mathematik und Physik **23** (1912). Seiten 305–308.

20. *Die Siebenteilung des Kreises.* Monatshefte für Mathematik und Physik **23** (1912). Seiten 309–311.

21. *Die Grenzkreisuniformisierung analytischer Gebilde.* Monatshefte für Mathematik und Physik **23** (1912). Seiten 297–304.

22. *Über den Verzerrungssatz von P. Koebe.* Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte. Verhandlungen. 1913.

23. *Sur l'abaissement du degré de l'équation modulaire.* Bulletin des Sciences Mathématique 47 (1923). Seiten 146–153.

24. *Rešitev linearne diferencialne enačbe kot funkcija akcesoričnih parametrov.* Rad Jug. akademije **228** (1923). Seiten 38–42.

25. *O analitičnem raztegovanju slik.* Rad Jug. akademije **228** (1923). Seiten 43–49.

26. *Ein Abschätzungssatz der Potentialtheorie.* Publications mathématiques de l'Université Belgrade **2** (1933). Seiten 150–153.

27. *Die Abbildung eines Ringbereiches mit analytischer Zuordnung der Randkurve auf einen mit linearer Zuordnung.* Publications mathématiques de l'Université Belgrade **2** (1933). Seiten 154–160.

28. *Über die Transformation des elliptischen Gebildes in die Normalform von Weierstrass.* Publications mathématiques de l'Université Belgrade **2** (1933). Seiten 161–163.

29. *Die Irreduzibilität der Kreisteilungsgleichung.* Publications mathématiques de l'Université Belgrade 2 (1933). Seiten 164–165.

30. *Zur Theorie der linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung mit vier Fuchs'schen singulären Stellen.* Monatshefte für Mathematik und Physik **53** (1936), Seiten 321–339.

31. *Iz mojega življenja in dela.* Prvi kongres matematičara i fizičara FNRJ. Naučna saopštenja i obaveštenja 1951. Seiten 1–6.

32. *O krogih na krogli.* Obzornik za matematiko in fiziko 1 (1951). Seiten 41–46.

33. *Rešitev sistema enačb $X^2+5Y^2 = U^2$, $X^2-5Y^2 = V^2$ v celih številih.* Obzornik za matematiko in fiziko 3 (1955). Seiten 41–44.

34. *Iz mojega življenja in dela,* Obzornik za matematiko in fiziko **39** (1992). Seiten 188–192.

Literaturverzeichnis

1. Z. Bohte, *Ob petindvajsetletnici smrti Josipa Plemlja,* Obzornik za matematiko in fiziko **39** (1992). Seiten 65–72.

2. I. Vidav, *Josip Plemelj ob stoletnici rojstva,* DZS, Ljubljana, 1973.

3. I. Vidav, *Josip Plemelj ob dvajsetletnici smrti,* Presek **5** (1987). Seiten 3–31.

Schoenflies – Brouwer – Menger: Auf dem Weg zu einem einheitlichen Kurvenbegriff

Michael von Renteln

1. Kurven und Jordankurven

In der Frühzeit der Mengenlehre verstand man unter einer Kurve eine Punktmenge im $\mathbb{R}^n$, die stetiges Bild eines Intervalles ist, insbesondere des (abgeschlossenen) Einheitsintervalles. Daß diese Definition einer Kurve ungeeignet für die allgemeine Theorie war, wurde deutlich durch das folgende spektakuläre Ergebnis.

Satz (Peano, 1890): Es existiert eine stetige Funktion $f : I \to Q$, welche das (abgeschlossene) Einheitsintervall $I = [0, 1]$ auf das (abgeschlossene) Quadrat $Q = [0, 1]^2$ abbildet.

Das Bild $f(I)$ von I unter einer solchen Funktion wird Peano-Kurve genannt und hat nichts gemein mit dem, was man sich anschaulich unter einer Kurve vorstellt.

Das veranlaßte CAMILLE JORDAN (1839–1922) den Begriff des Jordanbogens bzw. der Jordankurve einzuführen. Er verlangte, daß die Funktion f zusätzlich noch injektiv sein soll.

Definition: Ein Jordanbogen bzw. eine Jordankurve γ ist eine Punktmenge im $\mathbb{R}^2$, die das injektive und stetige Bild des Einheitsintervalles $I = [0, 1]$ bzw. des Einheitskreises $C := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$ ist.

Es wird also gefordert, daß es eine injektive und stetige Funktion f von I bzw. C auf γ gibt. In diesem Fall existiert die inverse Abbildung $f^{-1} : \gamma \to I$ bzw. $f^{-1} : \gamma \to C$ und ist auch stetig, d.h. f ist sogar ein Homöomorphismus von I bzw. C auf γ.

Daß der Begriff der Jordankurve besonders geeignet für die Analysis war, wurde deutlich durch den folgenden wichtigen und berühmten Satz.

Jordanscher Kurvensatz (1893): Sei γ eine Jordankurve (im $\mathbb{R}^2$). Dann ist das Komplement $\gamma^c := \mathbb{R}^2 \setminus \gamma$ von γ bezüglich $\mathbb{R}^2$ die disjunkte Vereinigung zweier Gebiete G_1 und G_2, so daß γ der Rand sowohl von G_1 als auch von G_2 ist, d.h. es gilt

$$(1) \quad \gamma^c = G_1 \uplus G_2 \qquad , \qquad (2) \quad \gamma = \partial G_1 = \partial G_2 \, .$$

Der Beweis von JORDAN stellte sich als unzureichend heraus. Der erste vollständige Beweis dieses Satzes gelang VEBLEN (1905).

2. Der Schoenfliessche Begriff der geschlossenen Kurve

ARTHUR SCHOENFLIES (1853-1928) erstattete nach einigen vorbereitenden Arbeiten der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 1908 einen großangelegten Bericht unter dem Titel „*Die Entwicklung der Lehre von den Punktmannigfaltigkeiten. Zweiter Teil.*“, in dem er den Begriff der *geschlossenen Kurve* einführte.

Er sagt: „*Der Begriff der geschlossenen Kurve bildet die Grundlage der Analysis Situs und beherrscht die gesamte gestaltliche Analyse der ebenen Mengen*“ ([5], S. 118).

Definition (Schoenflies): Eine kompakte Punktmenge γ der Ebene heißt *geschlossene Kurve*, falls γ die Eigenschaften (1) und (2) im Jordanschen Kurvensatz besitzt.

Gemäß dieser Definition sagt der Jordansche Kurvensatz gerade aus, daß jede Jordankurve eine geschlossene Kurve ist. Die Umkehrung gilt jedoch nicht. Im Vortrag soll anhand von Beispielen gezeigt werden, daß der Begriff der *geschlossenen Kurve* viel umfassender ist als der Begriff der Jordankurve. Es werden die zentralen Sätze der Schoenfliesschen Theorie vorgeführt. Diese sind scheinbar anschaulich und selbstverständlich.

3. Brouwers Kritik

Nach Erscheinen des Buches von SCHOENFLIES veröffentlichte LUITZEN EGBERTUS JAN BROUWER (1881-1966) 1910 eine aufsehenerregende Arbeit [1] in den Mathematischen Annalen, in der er eine herbe Kritik anbrachte (vgl. [4]).

Er zeigte, daß unter dem Begriff der *geschlossenen Kurve* derart pathologische Exemplare vorkommen, die sich jeglicher Anschauung entziehen und die Gegenbeispiele zu von SCHOENFLIES abgeleiteten Sätzen darstellen. Dadurch bricht die Schoenfliessche Theorie zum großen Teil zusammen. Wir werden auf einige besonders instruktive Gegenbeispiele eingehen.

4. Karl Menger und sein neuer Kurvenbegriff

Im Frühjahr des Jahres 1921 hielt HANS HAHN (1879-1934) im Mathematischen Seminar der Wiener Universität einen Vortrag, in welchem er das Kurvenproblem als noch ungelöst bezeichnete. Das Kurvenproblem besteht darin, einen Kurvenbegriff derart zu definieren, daß er mit unserer anschaulichen Vorstellung von einer Kurve übereinstimmt. Dieser Vortrag war Anlaß für KARL MENGER (1902-1985), sich mit diesem Problem zu beschäftigen und zwei grundlegende Arbeiten ([2] und [3]) darüber zu veröffentlichen. Die Hauptpunkte der Mengerschen Kurventheorie sollen dargestellt und der damit verbundene Fortschritt aufgezeigt werden.

Literaturverzeichnis

[1] L.E.J. BROUWER: Zur Analysis Situs. Math. Ann. **68** (1910), 422-434.

[2] K. MENGER: Über die Dimensionalität von Punktmengen. Erster Teil. Monatshefte für Math. und Physik **33** (1923), 148-160.

[3] K. MENGER: Grundzüge einer Theorie der Kurven. Math. Ann. **95** (1926), 277-306.

[4] M. VON RENTELN: Brouwer's Criticism on Schoenflies' Analysis Situs. Publ. Centre Univ. Luxembourg. Erscheint 1995.

[5] A. SCHOENFLIES: Die Entwicklung der Lehre von den Punktmannigfaltigkeiten. Zweiter Teil. Leipzig (Teubner) 1908.

Mathematisches Institut I
Universität Karlsruhe
Englerstraße 2
D-76128 Karlsruhe

THE CONVEXITY THEOREM OF A. A. LYAPUNOV: 1940-1995

Pieter Maritz

University of Stellenbosch, South Africa

The Convexity Theorem (1940) of A. A. Lyapunov (1911-1973) states that a finite-dimensional space valued bounded measure has a compact range; if the measure is in addition non-atomic, then the range is also convex.

The aim of this talk is to give a survey of the history and development of this theorem. The survey will be divided into three parts.

1. **History:** One can start with the 1922 paper of Sierpiński on the range of a bounded measure, then mention the contributions of Borel, Fréchet, Neyman-Pearson, Kolmogorov and Buch.
2. **Development:** Attention will be given to the first extensions due to Halmos and others, to the introduction of the theory into infinite-dimensional spaces (Kingman-Robertson, Uhl), to the proof by Lindenstrauss, and to the generalizations into the field of operator algebras.
3. **Applications:** Besides its intrinsic elegance, Lyapunov's Theorem provoked interest due to its applications in a variety of fields. Mention will be made of the applications in the fields of Statistics, Control Theory, Probability Theory, Economics, Differential Inclusions and Optimization.

The importance of this theorem for mathematics and its applications will be stressed throughout the talk.

The accomplishment of this theorem in 1940 was preceded by a number of important events in the life of A. A. Lyapunov. A brief introduction to the Lyapunov clan, their social life and the scientific circles in which A. A. Lyapunov moved and operated, will be given as background. The Moscow School of Mathematics, the visit of Sierpiński to the School and the destinies of Luzin and Egorov form part of this background.

It is important to know that a reference such as "a theorem of Lyapunov" in the literature could just as well refer to a theorem of the famous mathematician A. M. Lyapunov (1857-1918), a cousin of both of A. A.'s grandfathers.

TEILNEHMER

* CHRISTA BINDER 31
Dr., Inst. für Techn. Math., Techn. Univ. Wien, Wiedner Hauptstr. 8-10/1141, A-1040 Wien, Österreich

* MILOŠ ČANAK 63, 94
Prof. Dr., Brzakova 4, YU-11000 Belgrad, Jugoslawien

LUDWIG DANZER
Prof. Dr., Stortsweg 9, D-44227 Dortmund, Deutschland

* PHILIP J. DAVIS 93
Prof. Dr., Department of Applied Mathematics, Brown University Providence. RI 02912 USA

* GERLINDE FAUSTMANN 69
Dr. Mag., Kaisersteing. 6. A-2700 Wiener Neustadt

EMIL FELLMANN
Dr., Arnold Böcklinstr. 37, CH-4051 Basel, Schweiz

MENSO FOLKERTS
Prof. Dr., Inst. für Gesch. der Naturwiss., Univ. München, Deutsches Museum, D-80306 München, Deutschland

* JAROSLAV FOLTA
Dr., Narodni Technicke Museum, Kosteini 42, CS-17078 Praha 7, Tschechien

WILHELM FRANK
Prof. Dr., Custozzag. 13/7. A-1030 Wien, Österreich

* IVOR GRATTAN-GUINNESS
Prof. Dr., Mathematics, Middlesex. R.V. 43 St. Leonard's Road, GB-SG143JW Bengeo, Herts

* PETER L. GRIFFITHS 58
41 Gloucester Place, London W1H 3PD U.K.

* DETLEF GRONAU 37
Prof. Dr., Inst. für Math., Univ. Graz, Heinrichstr. 36, A-8010 Graz, Österreich

* HARALD GROPP 21
Mühlingstr. 19, D-69121 Heidelberg, Deutschland

* MARIA GRUBER 47
Mag., Löbersdorferstr. 7, A-3382 Loosdorf, Österreich

* EDMUND HLAWKA 33
Prof. Dr., Inst. für Techn. Math., Techn. Univ. Wien, Wiedner Hauptstr. 8-10/1141, A-1040 Wien, Österreich

HANS HOFER
Dr., Serviteng. 24/22, A-1090 Wien, Österreich

ROBERT INEICHEN
Prof. Dr., chemin de l'Aurore 1, CH-1723 Marly

* HANS KAISER
Prof. Dr., Inst. f. Algebra. TU Wien, Wiedner Hauptstr. 8 10/118, A-1040 Wien, Österreich

* DETLEF LAUGWITZ
Prof. Dr., Ahornweg 23, D-64367 Mühltal, Deutschland

* JASNA MADJAREVIĆ 14, 81
Dr., Ul. Partizanska br. 27/II, Vidirovac, YU-11000 Belgrad, Jugoslawien

* PIETER MARITZ 116
Department of Mathematics, University of Stellenbosch Stellenbosch, 7600, South Africa

RITA MEYER-SPARCHE
Dr., MPI für Plasmaphysik, D-85748 Garching, Deutschland

* SERGIO NOBRE
Dep. Matematica-UNESP, C.P.178, 13500-230 Rio Claro SP Brasilien

* VOLKER PECKHAUS 55
Dr., Inst. f. Phil. Univ. Erlangen, Bismarckstr. 1, D-91054 Erlangen, Deutschland

* MARKO RAZPET 108
Dr., Pedagoska fakulteta, Kardeljeva ploscad 16, SL-61000 Laibach, Slowenien

* NADA RAZPET 85
Prof., Board of Education and Sport, Ministry of Education and Sport, Poljanska 28, SL-61000 Laibach, Slowenien

* MICHAEL VON RENTELN 113
Prof. Dr., Math. Inst. I. Univ. Karlsruhe, Englerstr. 2, D-76131 Karlsruhe, Deutschland

* HERWIG SÄCKL
Dr., Gymnasium, Ascheubrennerstr. 10, D-92331 Parsberg, Deutschland

* KARL-HEINZ SCHLOTE 1
Dr., Eli-Wiesel-Str. 55, D-04600 Altenburg, Deutschland

PETER SCHMITT
Doz. Dr., Inst. für Math., Univ. Wien, Strudlhofg. 4, A-1090 Wien, Österreich

* Georg Schuppener 52
  Dr., Karl-Sudhoff-Inst., Univ. Leipzig, Franckestr. 1 D-04318 Leipzig, Deutschland

* Reinhardt Siegmund-Schultze
  Dr., Kastanienallee 12, D-10435 Berlin, Deutschland

* Circe Mary Silva da Silva 7
  Rua Amelia Tartuce, Nasser No 425, app 203 Jardim da Penha, CEP: 29065-020 Vitoria, ES, Brasilien

* Renate Tobies 88
  Doz. Dr., Kienbergstr. 14, D-126849 Berlin, Deutschland

* Michael Toepell 16
  Prof. Dr., Junkerstr. 33, D-80689 München, Deutschland

* Peter Ullrich 101
  Dr., Math.-Inst., Univ. Münster, Einsteinstr. 62, D-48149 Münster, Deutschland

* Annette Vogt 26
  Dr., Varnhagenstr. 14, D-10439 Berlin, Deutschland

* Waltraud Voss
  Dr., Tanneberger Weg 10, D-01169 Dresden, Deutschland

Hans Wussing
  Prof. Dr., Braunschweigerstr. 39, D-04157 Leipzig, Deutschland

Binder: chbinder@email.tuwien.ac.at

Davis: am188000@brownvm.brown.edu

Grattan-Guinness: ivor@alpha1.mdx.ac.uk

Gronau: gronau@balu.kfunigraz.ac.at

Gropp: D12Z@vm.urz.uni-heidelberg.de

Peckhaus: vrpeckh@phil.uni-erlangen.de

Maritz: pm@maties.sun.ac.za

Meyer-Sparche: rim@ipp-garching.mpg.de

Razpet: marko.razpet@uni.lj.si

Schmitt: schmitt@nelly.univie.ac.at

Schuppener: schuppener@mathematik.uni-leipzig.d400.de

Silva da Silva: circe@ccc.ufes.br

Toepell: toepell@rz.mathemaik.uni-muenchen.de

Ullrich: ullricp@math.uni-muenster.de

Vogt: vogt@mailmac.mpiwg-berlin.mpg.de

Voss: voss@math.tu dresden.de

Österreichische Gesellschaft
für Wissenschaftsgeschichte

IV. Österreichisches Symposion zur Geschichte der Mathematik

999 Jahre Österreich
– ein Teil der globalen Entwicklung der Mathematik

in Neuhofen an der Ybbs
vom 5. bis 11. November 1995

Kurzfassungen der Vorträge, Nachtragsband

Herausgeber: Christa Binder, Wien

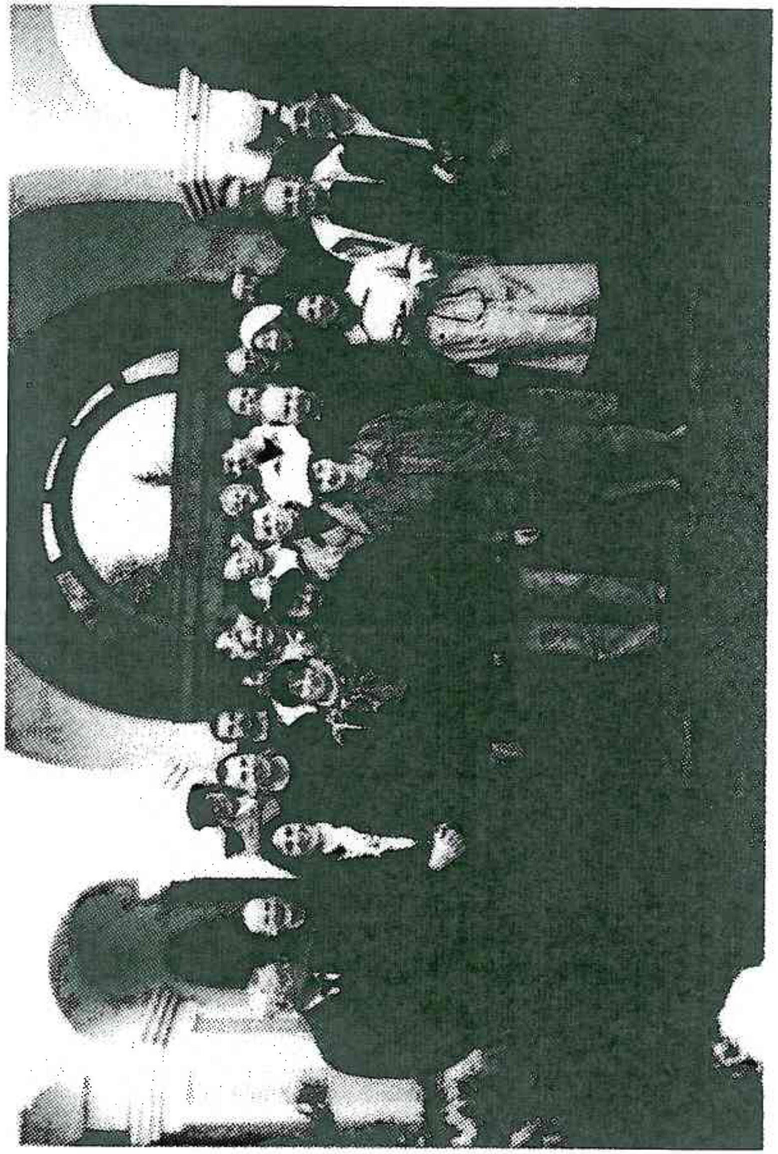
Wien, im März 1996

Inhaltsverzeichnis

Phil J. Davis und Reinhardt Sigmund-Schultze mußten ihre Teilnahme an der Tagung leider absagen.

M. Razpet
Peckhaus Schlote Schuppener Griffiths
N. Razpet H. Wußing Folta Folkerts Gropp
Ullrich Toepell Madarevic Canak Tobies Moritz
v. Renteln Faustmann Gronau Ineichen
Gruber Nobre
Vogt Säckl Binder Silva da Silva Schmitt

(vor dem Ausflug nach Seitenstetten am Mittwoch)



Hans Wußing (Leipzig)

Dresdener Gutachten vom Anfang des 19. Jahrhunderts über die Polytechnischen Schulen in Prag und Wien

Die Geschichte der 1828 in Dresden ins Leben gerufenen technischen Lehranstalt, aus der eine Polytechnische Schule und schließlich die jetzige Technische Universität hervorgegangenist, wurde 1978 in einer Festschrift zum 150-jährigen Bestehen gewürdigt. Bezüglich der Vor- und Frühgeschichte wurde dort, gestützt auf Quellen, vorwiegend der Einfluß Preußens auf die Gründung in Dresden dargestellt. Nun belegen neue, im Hauptstaatsarchiv in Dresden aufgefundene Dokumente, daß das mit der Gründung polytechnischer Schulen in Prag (1806) und Wien (1815) und deren erfolgreicher Ausstrahlung zugunsten der industriellen Entwicklung entstandene positive Vorbild Impulse für die Gründung der Dresdener Lehranstalt vermittelt hat.

Im Vortrag werden vier Dokumente vorgestellt, die die Gründung einer polytechnischen Anstalt in Dresden zum Ziele hatten. Der erste Vorstoß erfolgte 1823 durch den Kammerherrn von Schlieben, der zweite 1824 durch eine Denkschrift der sächsischen Stände. Beide Anträge wurden jedoch, nachdem Gutachten von der Commercien-Deputation eingeholt worden waren, mit Verweis auf bereits existiernde Bildungseinrichtungen (Kunstakademie, Bergakademie Freiberg, Forsthochschule Tharandt) und zu erwartende Kosten abgelehnt. Ähnlich erging es einem 1826 erstatteten Bericht des Grafen Vitzhum über die Verhältnisse in Prag; er betonte unter Verweis auf Prag die hohen Kosten und schlug eine Verbesserung des äußeren Erscheinungsbildes der sächsischen Gewerbserzeugnisse vor und ging somit in gewissem Sinne am Wesen der Industriellen Revolution vorbei.

Erst der 1827 von Fr. A. Schulze auf Wunsch des einflußreichen Ministers von Einsiedel erstattete Bericht über seinen Besuch u.a. in Wien und München brachte die Wende. Der ausführliche Bericht schildert im Detail die Struktur (Lehranstalt, Sammlungen, Förderungsverein) der höchst erfolgreichen und mit erheblichen finanziellen Mitteln ausgestatteten Wiener Polytechnischen Schule, hebt z.B. die "Sammlung der Fabric-Producte" hervor, also die Sammlung der Erzeugnisse der in den Ländern der K.u.K.Monarchie erzeugten Industrieprodukte, schildert ferner die gewissenhafte praktische Ausbildung in Prag und die dortige Machinensammlung und empfiehlt dringend die Errichtung einer technischen Lehranstalt in Dresden. Diese wurde nach dem Regierungswechsel 1828 unter König Anton gegründet, bei allerdings anfangs sehr bescheidener Ausstattung.

Kurzbiographien einiger meiner Lehrer

Edmund Hlawka

Dem Stundenplan in meinem ersten Studienjahr entsprechend beginne ich mit **Hans Thirring (1888 - 1976)** dem theoretischen Physiker. Seine Vorlesungen fanden großen Anklang. Er ist auch als Erfinder hervorgetreten. Sein Seminar behandelte nicht nur physikalische Themen, sondern auch Probleme der Grundlagen der Naturwissenschaften. Ich durfte in meinem ersten Semester daran teilnehmen und lernte dort auch **Karl Popper (1902 - 1994)** kennen. Bekannt wurde der nach Thirring und dem österreichischen Mathematiker **Josef Lense (1890 - 1985)** benannte *Thirring-Lense Effekt.*

Die mathematische Hauptvorlesung *Einführung in die Differential- und Integralrechung* hielt **Wilhelm Wirtinger (1865 - 1945)** von 9 bis 10 Uhr. Er stammte aus Ybbs an der Donau und hat sich schon in der Schule mit projektiver Geometrie beschäftigt. Sein Hauptgebiet war die Theorie der algebraischen Funktionen und ihre Integrale, sowie Thetafunktionen. Zum Leidwesen von Wirtinger fand dieses Gebiet nach 1920 keine große Beachtung mehr. Dies hat sich dann seit 1928 durch die Arbeiten von **Carl Ludwig Siegel (1896 - 1981)**, **Helmut Hasse (1888 - 1980)** und **André Weil (1906 -)** entscheidend geändert und das Gebiet wieder in den Mittelpunkt des Interesses gebracht. Wirtinger hat auch zur kombinatorischen Topologie, zur Theorie der Knoten, entscheidend beigetragen, und zwar durch eine Arbeit, die er nie selbst publiziert hat, über die Diskriminante der Gleichung dritten Grades, und die dann sein Schüler **Karl Brauner (1897 - 1952)** in seiner Habilitationsschrift veröffentlicht hat. Er hat mir oft davon erzählt. Zur weiteren Entwicklung dieses Gebietes seien nur die Arbeiten von **Otto Schreier (1901 - 1929)**, **Kurt Reidemeister (1893 - 1971)** und **Heinrich Tietze (1880 - 1964)** genannt - die übrigens alle Österreicher waren.

In einer Arbeit über die Differentialgleichung der Saite mit variabler Dichte hat Wirtinger das Wort vom Spektrum der Eigenwerte geprägt, wobei er den Vergleich mit den Spektrallinien des Lichtes heranzieht. Das Wort wurde von David Hilbert, ohne Nennung von Wirtinger, übernommen. Wirtinger hat eine nach ihm benannte *Übertragung* in der Differentialrechnung eingeführt. Gerne hat Wirtinger von seinem Beweis des Hadamardschen Determinantensatzes, der in französischer Sprache erschienen ist, gesprochen, wobei sein Vorname, der nach dem Krieg 1870-71 im Bewußtsein Frankreichs lebendig war, ebenfalls ins Französische übersetzt wurde. In die Lehrbücher wurde sein Beweis der Eulerschen Summenformel übernommen. Wirtinger war an der Geschichte der Mathematik sehr interessiert, besonders an der Sandrechnung von Archimedes. Mit **Max Noether (1844 - 1921)** (dem Vater von Emmy Noether) gemeinsam hat er die Nachträge zum Nachlaß von **Bernhard Riemann (1826 - 1866)** herausgegeben.

Wirtinger hat sich auch für die Grundlagen der Mathematik interessiert. Er war sehr skeptisch gegenüber dem Auswahlaxiom, welches damals das Zermeloaxiom genannt wurde. Es war wohl die allgemeine Anschauung. Wirtinger hat in seinem letzten Jahr als aktiver Professor ganz fundamentale und auch sehr umfangreiche Arbeiten geschrieben, die damals nur von wenigen anerkannt wurden, so von **Wilhelm Blaschke (1885 - 1962)** und **Bartel Leendert von van der Waerden (1903 - 1996)**, aber erst jetzt, so glaube ich, weitergeführt werden.

Von 10 bis 11 war dann die *Einführung in die Zahlentheorie* bei **Phillip Furtwängler (1869 - 1940)**. Er wurde in Elze (Hannover) geboren. Er hat fast alle Vermutungen von Hilbert zur Klassenkörpertheorie, also zur Theorie der relativ abelschen Zahlkörper die unverzweigt zum Grundkörper liegen, bewiesen. **Teiji Takagi (1875 - 1960)** hat dann auch den über dem Grundkörper verzweigten relativ abelschen Körper behandelt. Furtwängler hat dann mit Hilfe des Artinschen Reziprozitätsgesetzes auch noch die letzte noch offene Vermutung von Hilbert, den sogenannten Hauptidealsatz, bewiesen. * Hasse hat diese Leistung von Furtwängler als ausgleichende Gerechtigkeit bezeichnet. Es sei noch erwähnt, daß auch **Emil Artin (1898 - 1962)** zu den österreichischen Mathematikern zu rechnen ist. Er ist in Linz an der Donau geboren, hat dann nach eigenen Aussagen in Wien das Studium der Mathematik begonnen, ist dann aber nach Leipzig gegangen und hat bei **Gustav Herglotz (1881 - 1953)** — ebenfalls ein Österreicher! - promoviert. Artin war dann in Hamburg Professor, ging nach Princeton, kehrte dann wieder nach Hamburg zurück. Er gehört wohl zu den größten Mathematikern. Das Verhältnis von Furtwängler zu Artin war wohl ambivalent.

Kehren wir zu Furtwängler zurück: er hat auch zu der von Minkowski gegründeten Geometrie der Zahlen bedeutende Beiträge geleistet. Seine Dissertation bei **Felix Klein (1849 - 1925)** beschäftigte sich mit der Bestimmung von Minimaldiskriminanten, mit der Approximation von Irrationalzahlen, der ersten Vermutung von **Hermann Minkowski (1864 - 1909)** und mit der Fragezeichenfunktion von Minkowski.

Furtwängler hatte auch viele bedeutende Schüler. Ich erwähne nur Otto Schreier, **Wolfgang Gröbner (1899 - 1980)** und **Olga Taussky (1906 - 1995)**.

Den dritten der großen Wiener Mathematiker der Zwischenkriegszeit habe ich nicht mehr selbst erlebt. **Hans Hahn (1879 - 1934)**, in Wien geboren, bei **Gustav von Escherich (1849 - 1935)** dissertiert, hat sich zuerst mit Variationsrechnung beschäftigt, zusammen mit **Ernst Zermelo (1871 - 1953)** den Enzyklopädieartikel verfasst, und sich dann der Theorie der reellen Funktionen zugewendet. Hahn hat unabhängig von Mazurkiewich den Begriff des *Zusammenhangs im Kleinen* geschaffen. In der Funktionalanalysis ist der *Satz von Hahn-Banach* berühmt. Diesen Namen trägt der Satz erst durch Bourbaki. Vorarbeiten und wichtige Teile

* Der japanische Mathematiker, der auch Wien besuchte, Schüler von Artin, gab einen mehr begrifflichen Beweise des Hauptidealsatzes.

stammen vom österreichischen Mathematiker **Eduard Helly (1884 - 1943)**, der von den Untersuchungen von Minkowski zur Geometrie der Zahlen ausging.

Es werden jetzt die *Gesammelten Werke* von Hans Hahn in drei Bänden erscheinen (herausgegeben von Leopold Schmetterer und Karl Sigmund). Der erste Band ist bereits publiziert. Die Arbeiten werden mit Kommentaren versehen. So hat z.B Professor (Sektionschef) Wilhelm Frank die Arbeiten zur Variationsrechnung kommentiert, Hans Sagan den Zusammenhang im Kleinen. Von bleibendem Wert ist seine Arbeit über Nichtarchimedische Größensysteme. Das Buch: *Reelle Funktionen*. 1920, erschien in der zweiten Auflage in zwei Teilen, 1.Teil Reelle Funktionen, 1933, der 2.Teil, der zum Zeitpunkt seines Todes nur im Manuskript vorlag, in der Bearbeitung von Rosental in englischer Sprache erst 1948.

Hans Hahn gehört zu den Begründern des Wiener Kreises. Vor dem ersten Weltkrieg fanden die Sitzungen in einem Kaffeehaus statt (Erster Wiener Kreis), dann nach dem Krieg, als Hahn von Bonn nach Wien zurückberufen worden war, in einem Raum neben dem mathematischen Institut (Zweiter Wiener Kreis). Hahn setzte es durch, daß der Physiker und Philosoph Moritz Schlick nach Wien berufen wurde. Aus Gründen, die nicht ganz klar sind (darauf kann ich wohl auch nicht eingehen) trat dann knapp bevor dem Tod von Hahn eine gewisse Distanzierung ein. Die berühmte Arbeit von **Kurt Gödel (1906 - 1978)**, der Unvollständigkeitssatz, von Hahn mit Begeisterung begrüßt, wurde im Wiener Kreis, so zum Beispiel von **Felix Kaufmann (1892 - 1949)**, als Gödel darüber referierte, abgelehnt.

Ich habe Hahn nicht persönlich gekannt aber wir, meine Frau und ich, waren und sind mit seiner Frau, seiner Tochter und seinem Neffen, der mein Klassenkollege war, eng befreundet.

Im Sommersemester 1935 gab es dann von 11 bis 12 die *Variationsrechnung* von **Karl Menger (1902 - 1985)**. Menger war ein Wunderkind im wahrsten Sinn des Wortes, Begründer der Dimensionstheorie (als Vorlage für die Dissertation verwendet), und der Kurventheorie. Er wurde von Hans Hahn stark gefördert und erregte damit den Neid einiger Kollegen. Menger war ein temperamentvoller Vortragender, begeistert und begeisternd. Er begründete die *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums, unter Mitwirkung von Kurt Gödel und Georg Nöbeling, herausgegeben von Karl Menger, Wien*, so der lange Titel. Ich besitze aus dem Nachlaß von Karl Prachar Heft 1-5, 1928 - 1933 (erschienen 1931 - 1933, Leipzig und Wien, Franz Deuticke 1935), so der Untertitel. Es erschienen noch einige weitere Hefte. Diese sind vergriffen, *sie können nicht einmal mit Gold aufgewogen werden*. Menger hat nach seiner Ausreise in die USA eine Fortsetzung dieser Hefte aufgebaut, die ich aber nicht kenne. Die Hefte enthielten Vorträge, Notizen, Bemerkungen, Ankündigungen von neuen Resultaten, Resultate und Beweise, bzw. Skizzen von Beweisen und Mitteilungen über Dissertationen, die auf Grund der Vorträge erschienen waren. Menger selbst verfaßte viele Notizen dieser Art, dann natürlich auch Mitglieder seiner Umgebung wie Gödel, Olga Taussky, **Abraham Wald (1902 - 1959)** und viele auswärtige Gäste wie Tarski, Čech und andere.

Ich möchte nur das 24. Kolloquium vom 22. 1. 1931 hervorheben, wo Gödel einen Vortrag hält mit dem Titel: *Über Vollständigkeit und Widerspruchsfreiheit*.

Bei **Kurt Gödel**, der in Brünn geboren ist, kann ich mich kurz fassen, da er durch das Buch *Gödel-Escher-Bach* so populär geworden ist. Ich habe schon bei Menger den Vortrag 1931 erwähnt. Dieser Vortrag gehört wohl zu den ersten Vorträgen, die Gödel über dieses Thema gehalten hat, und er enthält Dinge von denen ich nicht genau sagen kann, ob er sie weiter verfolgt hat (vielleicht in seiner Vorlesung über Mengenlehre die ich nur am Anfang und später sporadisch besucht habe). Nach dem Krieg habe ich ihn in Princeton besucht. In diesem Zusammenhang möchte ich auch auf Olga Taussky-Todd: *Remembrance of Kurt Gödel*. Edited by P. Weingarten und L. Schmetterer, Bibliopolis 1987, verweisen, die sehr aufschlußreich und interessant ist. Olga Taussky hat auch *Recollections of Hans Hahn* verfaßt, die meine Ausführungen ergänzen, so z.B. seine Beschäftigung mit Geistern (ESP). Es sei bezüglich Hahn auch auf Auguste Dick verwiesen.

Von Kurt Gödel ist jetzt der dritte Band der Gesammelten Werke erschienen. Gödel war enger Freund von Einstein; er hat übrigens selbst auch eine bedeutende Arbeit zur Relativitätstheorie (Gödelsches Universum) geschrieben.

Den Vormittag vervollständigte **Karl Mayrhofer (1899 - 1969)** mit seiner Vorlesung über *Differentialgleichungen* von 12 bis 13 Uhr. Er ist in Kastelrut in Südtirol geboren, hat bei **Konrad Zindler (1866 - 1934)** über ein Thema aus der Differentialgeometrie promoviert, war dann bei Blaschke in Hamburg, in Tübingen, an der Technischen Hochschule in Wien und dann an der Universität Wien, Assistent bei Hahn, und dann Nachfolger von Wirtinger. Mayrhofer hat auch den Nachruf auf Hahn in den Monatsheften geschrieben. Man hat bei seinem Nachruf bemängelt, daß er den Satz von Hahn-Banach nicht als solchen bezeichnet hat; dazu muß aber bemerkt werden, daß diese Bezeichnung erst seit Bourbaki üblich ist. Es ist interessant, die Rezension von Hahn über das Buch von Banach in den Monatsheften für Mathematik zu lesen.

Ein Satz den Mayrhofer in Hamburg gefunden hat, und den Reidemeister weiterentwickelt hat, ist als Satz von Mayrhofer-Reidemeister über Sechseckgewebe in die Literatur eingegangen. Mayrhofer hat sich in Wien mit Partialbruchreihen und dann vor allem mit Maßtheorie mit den Somen von Carathéodory beschäftigt.

In meinem dritten Semester hörte ich beim Privatdozenten **Eduard Helly (1884 - 1943)** *Nichteuklidische Geometrie*. Helly hat nur wenige, aber dafür fundamentale Arbeiten geschrieben. Man kann von ihm sagen, daß er überall zu spät gekommen ist; als er nach langen Jahren der Kriegsgefangenschaft 1921 nach Wien gekommen ist, waren alle Stellen besetzt. Er ging dann zur Versicherungsgesellschaft Phönix. Von Hahn fühlte er sich ungerecht behandelt, wie ich auch von seiner Frau (geborene Bloch), die nach 1945 in Wien war, gehört habe. Seine Frau war ebenfalls Mathematikerin und sie hat den hochbegabten **Wilhelm Groß (1886 - 1918)** in seinen letzten Jahren betreut. Über Hellys Verdienste zum Hahn-Banach habe ich schon gesprochen; er sollte wohl besser Helly-Hahn-Banach-Satz heißen. Mit Hellys Name ist auch ein Auswahlsatz in der Theorie der topologischen Vektorräume verbunden, und auch der Satz von Helly-Radon der folgendermaßen lautet: Liegt eine Menge von abgeschlossenen konvexen Mengen im R^n vor und haben je $n+1$ von ihnen einen Punkt gemeinsam, so existiert mindestens ein Punkt P der allen diesen Mengen angehört. Helly hatte diesen Satz schon vor dem ersten Weltkrieg formuliert und, nach eigener Aussage, einen Beweis besessen. Der erste publizierte Beweis stammt von **Johann Radon (1887 - 1956)**. Sein eigener Beweis erschien später.

Hans Hornich (1906 - 1979), geboren in Wien, war ein Schüler von Menger. Unter Einfluß von Wirtinger wendete er sich dann der Funktionentheorie zu. Später beschäftigte er sich mit Differentialgleichungen. Für nähere Einzelheiten verweise ich auf meinen Nachruf in den Monatsheften.

Auch bei **Nikolaus Hofreiter (1904 - 1990)** verweise ich auf meinen Nachruf in den Monatsheften. Hofreiter, in Linz geboren, hat in Wien Mathematik und Darstellende Geometrie studiert, war dann Assistent von Furtwängler, hat bei ihm promoviert, war zuerst außerordentlicher und dann ordentlicher Professor. Seine Arbeiten liegen auf dem Gebiet der diophantischen Approximationen im Komplexen. Hofreiter war ein sehr beliebter Lehrer.

Adalbert Duschek (1895 - 1957) ist vor allem durch sein vierbändiges Werk über *Höhere Mathematik* hervorgetreten. Er war Dozent und Professor an der Technischen Hochschule in Wien. Er war dann auch politisch tätig. Sein Nachfolger - dies sei gleich erwähnt - wurde **Erich Bukovics (1921 - 1971)**. Bukovics studierte am mathematischen Institut Wien 1939-40 und 1946-49, er dissertierte bei Hofreiter mit einem Thema aus der Theorie der Differentialgleichungen und war dann an der Technischen Universität zuerst als Assistent bei **Rudolf Inzinger (1907 - 1980)** tätig, habilitierte sich 1954 und wurde 1959 Professor am I. Institut für Mathematik. Seine Tätigkeit in der Wissenschaft, im Computerwesen, der Regelungstheorie und in Numerischer Mathematik, und auch seine vorschauende Leitung einer Lehrkanzel wirken sich bis heute segensreich aus. Nach seinem allzu frühen Tod wurde ich sein Nachfolger.

Zum Schluß erwähne ich noch **Karl Strubecker (1904 - 1991)**, ein gedankenreicher Geometer, bei dem ich *affine Differentialgeometrie und Liniengeometrie* vom Anfang bis zum Ende gehört habe. Von ihm habe ich viel gelernt.

Für weitere Literatur sei, unter anderem, auf das Buch von Einhorn verwiesen.

Ich habe allen Personen viel zu verdanken. Es war mir in der kurzen Zeit, die mir zur Verfügung stand, nur möglich, Andeutungen zu machen. Anekdoten konnten natürlich nicht gegeben werden. Hier sei auch auf meinen Aufsatz: *Erinnerungen eines österreichischen Professors*, 1970 geschrieben, verwiesen.

WER WAR DER ERSTE ÖSTERREICHISCHE MATHEMATIKER?

H.K.Kaiser (TU Wien)

1.Zur Beantwortung dieser Frage sind zunächst die Begriffe „Österreicher" und „Mathematiker" abzuklären. Österreich hatte im Laufe seiner Geschichte sehr verschiedene Ausdehnungen. In diesem Aufsatz soll „Österreich" ungefähr das Gebiet der heutigen Republik Österreich bezeichnen.
Auch der Begriff „Mathematiker" hat zu verschiedenen Zeiten verschiedene Bedeutung gehabt. Meiner Meinung muß man die Bezeichnung stets vor dem Hintergrund der jeweiligen Zeit sehen. Vielleicht sollte man für den Zweck dieses Artikel als Mathematiker jene Personen ansehen, die mit Fug und Recht in ein Überblicksbuch über die Geschichte der Mathematik aufgenommen werden müssen.

Durchstöbert man die mathematisch-historische Literatur nach dem ersten österreichischen Mathematiker im oben beschriebenen Sinn, so stößt man auf einen Übersetzer mathematischer Texte, der im 12. Jahrhundert in Spanien und Südfrankreich wirkte. Sein Name ist Hermann von Kärnten.

2. Die Historiker sprechen von der Renaissance des 12. Jahrhunderts. Man meint damit die Übernahme des wissenschaftlichen Gedankenguts in die Welt des europäischen Mittelalters. Die Mittler dieses Gedankenguts waren die muslimischen Wissenschaftler, die die verschiedenen Werke der griechischen Autoren ins Arabische übersetzten und zum Teil mit Kommentaren und Ergänzungen versahen..

Die Übersetzung der diversen mathematischen Texte vom Arabischen in das Lateinische fand in erster Linie in Spanien statt (eine weitere Übersetzerschule entwickelte sich im 12. Und 13. Jahrhundert in Süditalien. In dieser sogenannten „Schule von Salerno" übersetzte man in erster Linie aus dem Griechischen ins Lateinische. Allerdings sind dort keine bedeutenden mathematischen Werke bearbeitet worden - soweit wir wissen). Durch die Rückeroberung Spaniens, die bis 1492 dauerte, war Spanien ein idealer Boden für die Übersetzungen. Den Lateinern fielen viele arabische Manuskripte in die Hände, und es gab viele zweisprachige Personen, von denen die Übersetzer das Arabische lernen konnten.

Die Übersetzer kamen aus allen Teilen Europas. Aus England kamen Adelard von Bath (nachweisbar von 1116 bis 1142) und Robert von Chester (um 1145), Spanien steuerte Johann von Sevilla, Gundisalvo von Segovia und Hugo von Santalla bei, Rudolf von Brügge stammt aus Belgien, Plato von Tivoli kam aus Italien, und Hermann von Kärnten nannte das Herzogtum Kärnten als sein Heimatland. Diese Aufzählung erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. In der zweiten Hälfte des 12. Jahrhunderts wirkte an der „Schule von Toledo" der bedeutendste Übersetzer mathematischer und astronomischer Texte der damaligen Zeit, nämlich Gerhard von Cremona (er starb 1187 im Alter von 73 Jahren).

Aus mathematischer Sicht sind die wesentlichen Manuskripte, die im 12. Jahrhundert ins Lateinische übersetzt worden sind: Die Elemente des Euklid, die Konica des Apollonius, der Almagest des Ptolemaius, sowie die Arithmetik und die Algebra des Al-Khowarizmi. Daneben wurde eine Vielzahl anderer Autoren auf dem Gebiet der Mathematik und Astronomie übersetzt. Interessant ist dabei, daß die wesentlichen Werke des Archimedes erst im 13. Jahrhundert übersetzt wurden.

Die Schwierigkeiten der Übersetzer lagen nicht nur auf sprachlichem Gebiet. Die mathematischen Bildungsmöglichkeiten im lateinischen Kulturkreis waren im 11. und zu Beginn des 12. Jahrhunderts bescheiden. So mußte die Mathematik von Grund auf aus den Manuskripten gelernt werden. Darüber hinaus mußten die Übersetzer die mathematische Fachsprache im Lateinischen erst entwickeln (das Wort „Rhombus" ist beispielsweise eine Transliteration aus dem Griechischen).

3. Über das Leben von Hermann von Kärnten wissen wir nur wenig. In den verschiedenen erhalten gebliebenen Manuskripten seiner Übersetzungen wird er als Hermann von Kärnten, als Hermann von Dalmatien, als Hermann der Slawe und als Hermannus Secundus (um ihn von Hermannus Contractus, einem Gelehrten des 11. Jahrhunderts, zu unterscheiden) bezeichnet.
Hermann selbst schreibt in seiner Übersetzung der „Maius introductorium in astrologia" von Abu Ma'shar: „... maritima et montana, in medio patria nostra Carinthia ...". Wir können also annehmen, daß Hermann im Herzogtum Kärnten geboren worden ist. Dieses erstreckte sich im 12. Jahrhundert im südlichen Teil weit über die Grenzen des heutigen Bundeslandes. Wenn wir dem ihm zugeschriebenen Namen trauen können, so könnte er ein Slawe gewesen sein.
Über seine intellektuelle Ausbildung wissen wir mehr. Wahrscheinlich hat er die Kathedralschule in Chartres besucht, denn er nennt Theoderich von Chartres seinen Lehrer („Latini studii patrem"). Theoderich wirkte an der Kathedralschule von Chartres. Ihm widmete Hermann auch eine seiner Übersetzung. Wir wissen nicht, wann Hermann nach Spanien gekommen ist. Im Jahr 1138 muß er jedoch das Arabische bereits beherrscht haben, denn Hermanns erste (uns bekannte) Übersetzung trägt das Datum 29. September 1138. 1141 soll er mit seinem Freund Robert von Chester im Ebrotal astologische Studien betrieben haben. Die beiden Freunde scheinen sehr viel gemeinsam gearbeitet zu haben. In den Einleitungen ihrer Manuskripte betonen sie nicht nur ihre Freundschaft, sondern auch die gegenseitige Hilfe bei den Übersetzungen. Robert bezeichnet Hermann als den größten Astronomen, den er kenne.
Im Jahr 1141 trafen die beiden Freunde den Abt Peter von Cluny. Dieser bezeichnete Hermann und Robert als „versiert in beiden Sprachen" und ersuchte

sie um eine Übersetzung des Koran. Hermann und Robert unterbrachen daraufhin ihre mathematisch-astronomischen Arbeiten und fertigten die erste Übersetzung des Koran ins Lateinische an. Im Anschluß daran schrieb Hermann zwei polemische Werke gegen den Islam, die er 1143 in Toulouse vollendete. Im selben Jahr besuchte er Béziers. In einem seiner Werke findet sich eine detaillierte Beschreibung der Geographie von Toledo. Man nimmt daher an, daß er auch in dieser Stadt gelebt hat. Über das spätere Leben Hermanns wissen wir nichts.

4. Die Liste der Manuskripte, die Hermann zugeschrieben werden, sieht so aus:
a. Übersetzung mathematischer Texte:
Das Planisphaerium des Ptolemaius: Dieses Manuskript ist besonders interessant, da wir weder das griechische Original, noch die Übersetzung in das Arabische kennen. In diesem Werk wird die stereographische Projektion beschrieben.
Buch I - XII der Elemente des Euklid: Die Übersetzung ist von guter Qualität und weist Hermann als guten Mathematiker aus.
b. Übersetzung astronomischer und astrologischer Texte:
- De revolutionibus (Sahel ben Bisri)
- Maius introductorium (Abu Ma'shar)
- Liber ymbrium (Buch über Wettervorhersagen aus astrologischer Sicht)
- De indagatione cordis

c. Übersetzung des Koran und zwei Schriften über den Islam: „De generatione Mahumet" und „Doctrina Mahumet".
d. Fragliche bzw. verlorene Manuskripte:
- Arithmetik (Al Khowarizmi)
- De opere numeri et operis materia
- Liber de circulis
- Astronomische Tafeln (Al Khowarizmi)
- Sphaerica (Theodosius)
- Astronomia
- Almagest (Ptolemaius)

e. Eigenständiges Werk:
De essentiis: In diesem philosophischen Werk versucht Hermann, all sein Wissen einzusetzen, um seine Sicht der Welt zu erklären. Er vermischt darin Elemente seine Erziehung im Geiste Platos mit seinen Studien der arabischen Gelehrten, die von Aristoteles beeinflusst waren.

5. In seinen Werken zeigt sich Hermann wohlbekannt mit den Schriften Ciceros, Boethius', Plinius', Seneca und von anderen Autoren des römischen Kulturkreises. Er zitiert Plato, Aristoteles, Euklid, Theodosius, Ptolemaius und eine Vielzahl islamischer Gelehrter.
Peter von Cluny bezeichnet Hermann als „acutissimi et literati ingenii scholasticus". Diese Bezeichnung deutet darauf hin, daß Hermann als Lehrer

gewirkt hat. Der bereits erwähnt Rudolf von Brügge bezeichnet sich als Hermanns Schüler („Hermanni secundi discipulus").

6. Nun sind wir in der Lage, die Frage nach dem ersten österreichischen Mathematiker auf folgende Weise zu beantworten:
Hermann von Kärnten ist die zeitlich erste Persönlichkeit, die ihren Platz in der Geschichte der Mathematik hat, und mit dem Gebiet des heutigen Österreichs in Verbindung gebracht werden kann.
Sollten die verschollenen Manuskripte Hermanns aufgefunden werden, so könnte die Antwort vielleicht einmal präziser gefaßt werden. Bis dahin sollten wir Hermann als einen der Pioniere der abendländischen Kultur ansehen, die zur Zeit des großen europäischen Erwachens auf kulturellem Gebiet mitgeholfen haben, das Terrain aufzubereiten, auf dem spätere Generationen das großartige Gebäude der Mathematik aufgebaut haben.

Literatur

ALONSO, P.M.: Hermann of Carinthia
Santander, 1946
BJÖRNBO, A.A.: Hermannis Dalmata als Übersetzer astronomischer Arbeiten
Bibl.Math.IV, 130 - 133 (1903)
BOSMANS, H.: Hermann le Dalmate, Traducteur des Traités Arabes
Revue des Questions Scientifiques 56, 669 - 672 (1904)
BURNETT, C.: De essentiis
E.J.Brill, Leiden-Köln, 1982
BUSARD, H.L.L.: The Translation of the Elements of Euclid from the Arabic into Latin by Hermann of Carinthia
Leiden, 1968
CLERVAL, A.: Hermann le Dalmate
Comptes Rend. des Congres sci. Intern. des catholiques, 163 - 169 (1891)
DRECKER, J.: Das Planisphaerium des Claudius Ptolemaeus
Isis 9, 255 - 278 (1927)
HEIBERG, J.L.: Claudii Ptolemaei Opera quae extant omnia II
Leipzig, 1907
LEMAY, R.: Abu Ma'shar and Latin Aristotelianism in the Twelfth Century
Beirut, 1956
LOW-BEER, S.: Hermann of Carinthia: Liber ymbrium
City University of New York, 1979
RICKENBERG, H.J.: Hermann von Kärnten
Neue Deutsche Biographie 8, Berlin 1969

H.K.Kaiser
Institut für Algebra und Diskrete Mathematik
TU Wien, Wiedner Hauptstraße 8 - 10, A-1040 Wien

Otto Stolz und die Cantor-Veronese-Kontroverse[1]

DETLEF LAUGWITZ, Darmstadt

Vorbemerkungen: Kontroversen bedeutender Mathematiker

Kontroversen zwischen bedeutenden Mathematikern der Vergangenheit zeigen uns auf, daß ein Bedarf an Klärung grundlegender, meist begrifflicher, Fragen bestand. Im Unterschied zu der vagen Beschreibung von 'Revolutionen in der Mathematik' sind Kontroversen deutlich historiographisch nachweisbar, ebenso wie ihre Ursprünge und Folgen. Freilich ist nach erfolgter Klärung der kontroversen Sachlage der Streit *mathematisch* in der Regel uninteressant geworden und mag sogar erheiternd wirken, doch bleibt er als Quelle für das Verständnis der *Historie* fruchtbar. Die Kontroverse zwischen Johann Bernoulli und Leibniz über die Logarithmen komplexer Zahlen, der Beitrag Eulers von 1749 und die als endgültig empfundene Klärung in Riemanns Funktionsauffassung gibt ein Modell dafür, wie sich die Entwicklung (hier bei Zahlen und Funktionen) nachvollziehen läßt.

Die Cantor-Veronese-Kontroverse war vor etwa 100 Jahren durchaus von breitem Interesse und dauerte, rechnet man Vorgeschichte und Nachwehen mit, mehr als 20 Jahre an. In ihr ging es um das 'Aktual-Unendliche' in der Mathematik. Cantor, darin unterstützt u. a. von Peano, meinte, die Nichtexistenz aktual unendlich kleiner Größen bewiesen zu haben und bekämpfte nicht nur die unendlich großen und kleinen Zahlen in Veroneses Geometrie, sondern auch nichtarchimedische Größensysteme bei Thomae, du Bois-Reymond und Stolz. Als positive Folge der Kontroverse wird man die deutliche Unterscheidung zwischen Cantors transfiniter Arithmetik und der Theorie angeordneter algebraischer Strukturen sehen.

Otto Stolz (1842–1905)

Otto Stolz aus Hall in Tirol studierte in Innsbruck und Wien, wo er sich 1867 habilitierte. Als Staatsstipendiat bildete er sich 1869–71 in Berlin und Göttingen weiter. Ab 1872 hatte er die neue zweite Lehrkanzel für Mathematik in Innsbruck inne.

Für die Mathematikgeschichte ist Stolz wichtig, weil er Bolzanos Vorwegnahme der Begründung der reellen Analysis à la Weierstraß ins Licht rückte, und auch wegen seiner gründlichen Untersuchungen zum 'Axiom des Archimedes' und der Größenlehre

[1] Vorgetragen am 10. November 1995 auf dem IV. Österreichischen Symposium zur Geschichte der Mathematik in Neuhofen/Ybbs

bei Eudoxos (Euklid Buch V). Als akademischer Lehrer und als Forscher ist er der Prototyp eines Weierstrassianers, kommt jedoch in seiner Begründung von Arithmetik und Größenlehre weiter voran als seine Zeitgenossen.

Hier waren seine *Vorlesungen über allgemeine Arithmetik I, II* (1885/86, Teubner) besonders einflußreich. Er untersuchte 'Systeme', Mengen mit Verknüpfungen, die in späterer Sprache als Halbgruppen, Gruppen, Ringe, Körper zu bezeichnen wären, und besonders auch die Rolle von Anordnungsrelationen. Die Folgerungen aus den jeweiligen definierenden Eigenschaften wurden sorgfältig herausgearbeitet. Von da kam er zu den Grundlagen der reellen Analysis (Folgen, Reihen, Stetigkeit von Funktionen...).

Die Systeme von Momenten bei Stolz

In Band I seiner *Vorlesungen* untersucht Stolz als eine Beispielklasse die Systeme von Momenten, für die er sich auf Newton bezieht. Er geht aus von einem angeordneten Körper (ohne diesen Namen zu verwenden) von Funktionen, welche in jeweils einer Rechtsumgebung von $x = a$ definiert seien und für die $\lim f(x)$ für $\lim x = a + 0$ existiert (als reelle Zahl oder $\pm\infty$).

Dabei ist $f > g$ wenn $f(x) > g(x)$ in einer Rechtsumgebung von a. Schon der Körper der rationalen Funktionen (der Stolz als Beispiel zu klein ist) ist dabei nichtarchimedisch geordnet.

Dann definiert er (S. 207): "Jeder Function $f(x)$ unseres Systems denken wir ein neues Object zugeordnet: $u(f)$, das wir ... als Moment der Function $f(x)$ bezeichnen. Es sei $u(f) = u(g)$ wenn $\lim(f : g) = 1$..." Allerdings wird diese Definition nur im Teilsystem der Funktionen mit $\lim f(x) = +0$ ausgesprochen. In späterer Sprache sind die Momente Äquivalenzklassen von Funktionen. Addition, Multiplikation und Anordnung werden in naheliegender Weise eingeführt. (Wir könnten von einem angeordneten Halbring sprechen.) Schließlich untersucht er noch formale Quotienten, wobei speziell $u(f) : u(g) = \lim(f : g)$ gesetzt wird, wenn dieser Grenzwert reell und positiv ist.

Mit seinen Festsetzungen, nach denen alle Momente unendlich klein gegenüber den positiven reellen Zahlen r sind, erhält er als Satz: $r + u(f) = r$, also die Bernoulli-L'Hospitalsche Regel, daß eine endliche Zahl durch Hinzufügen einer unendlich kleinen Größe nicht geändert wird. Stolz zeigt auch, daß der Wert der Ableitung streng gleich dem Quotienten zweier unendlich kleiner Momente ist. Das wird aber nicht weiter vertieft und auch nicht zur Herleitung von Differentiationsregeln verwendet.

Eine kurze Zusammenfassung gibt Stolz in einer Note in den Math. Annalen 31 (1888), auf Cantors 'Beweis' eingehend. Seine Bemerkung, die Momente seien "nur formal unendlich klein d. h. für die Rechnung oder, wenn man will, auf dem Papier" (S. 603) wird von Cantor genüßlich gegen ihn verwendet. Stolz meint aber, er habe "die möglichste Annäherung an das Ideal, welches den Anhängern der actual unendlich

kleinen Grössen vorschwebt", erreicht.

Thomae, du Bois-Reymond, Veronese

Schon 1873 hatte Johann Thomae, damals Cantors Kollege in Halle, in einer Fußnote (S. 9 seiner *Theorie der complexen Functionen)* die Ordnungen a des Verschwindens einer Funktion $f(x)$ dadurch definiert, daß ein $f(x)/x^a$ endlich ist für $x \to 0+$. Die Ordnung von $1/\log x$ entspricht "einer Zahl, die kleiner als jede angebbare Zahl und doch nicht die Null ist". Die Ordnungen bilden laut Thomae "ein stetiges Grössengebiet, welches unendlich viel dichter ist" als das Gebiet der reellen Größen; Thomae meint, dieses umfangreichere Größengebiet falle unter die Begriffsbildung aus Riemanns 1868 publiziertem Habilitationsvortrag.

Sehr weitschweifig hat sich Paul du Bois-Reymond mit Funktionensystemen als Modellen für "nicht-archimedische" Größensysteme befaßt, wobei er auch bemerkt, daß diese nicht immer linear geordnet seien. Zusammenfassend äußert er sich in seinem Buch *Die allgemeine Functionentheorie* (Tübingen 1882; Nachdruck Darmstadt 1968). Der Historiker mag anmerken, daß man bei Euler und Cauchy auch schon Überlegungen über Systeme von Funktionen findet, aber das wird von unseren Autoren nicht erwähnt.

Ganz anders geht Veronese ab etwa 1889 vor. Weithin bekannt wurden seine *Fondamenti di Geometria* (1891; deutsch 1894). Aus seinem stufenweise axiomatischen Aufbau der Geometrie gewinnt er in nicht leicht durchschaubarer Weise angeordnete Zahlkörper. Man kann sagen, er adjungiert zu $\mathbb{R}$ ein Symbol ∞_1, welches größer ist als alle reellen Zahlen. Er erlaubt nicht nur die rationalen Ausdrücke in ∞_1, sondern auch in $\infty_1^{\infty_1}, \ldots$ und läßt auch unendliche Reihen in diesen Zahlen zu. Mit Stolz stand Veronese im Gedankenaustausch (p. 707 der deutschen Ausgabe von 1894.)

Georg Cantor

Seine Auffassung ist mehr ontologisch als mathematisch zu verstehen. Er ist überzeugt, daß außer seinen transfiniten Zahlen keine aktual-unendlichen Größen möglich sind, und daß es keine unendlich kleinen Größen "in der Natur. d. h. im Gebiete des Möglichen" geben kann. Folgerichtig bekämpft er 'das Consortium Thomae-du Bois-Stolz' und dann besonders Veronese, ohne sehen zu wollen, daß gerade die von ihm wesentlich begründete Mengenauffassung die Mathematik auch der angeordneten algebraischen Strukturen erst ermöglicht hat, für welche seine Gegner verschiedene Modelle gegeben haben.

Cantors Angriffe finden sich in vielen seiner Briefe (hier zitiert nach Meschowski-Nilson, *Georg Cantor - Briefe*, Berlin 1991). Schon am 29. 12. 1878 schreibt er an Dedekind, Thomae begehe einen Mißgriff, wenn er "Zahlen, welche (horribile dictu) kleiner als jede denkbare reelle Zahl und dennoch von Null verschieden sind", zulasse (l.c.p. 50). Später scheint er mehr und mehr die Rivalität anderer Theorien zu seiner Mengenlehre zu fürchten, wozu niemand einen Anlaß gegeben hatte. (Allerdings sind die Beiträge von Thomae und du Bois zur Punktmengenlehre bedeutend; so hat letzterer früher als Cantor das berühmte Diskontinuum betrachtet.)

Cantors Beweis für die Nichtexistenz unendlich kleiner Größen geht davon aus, daß das einzige zulässige Größensystem besteht aus den positiven reellen Zahlen, zu denen die transfiniten Ordnungszahlen ν und alle $\nu + r$, r reelle Zahl zwischen 0 und 1, hinzuzunehmen sind. Die Summe von beliebig vielen Größen dieses Systems definiert er als die kleinste obere Schranke aller endlichen Partialsummen. (Divergente Reihen reeller Zahlen haben als Summe ω, die kleinste transfinite Ordinalzahl; Briefe u. a. an Mittag-Leffler von 1883, l.c.p. 114 ff.). Gäbe es ein positives unendlich kleines ξ, so daß etwa $\xi \cdot \omega = 1$, so müßte eine Teilsumme $\xi + \ldots + \xi > 3/4$ existieren, und diese zu sich selbst addiert gäbe einen Wert $> 3/2 > 1$, ein Widerspruch. (So u. a. an Kerry am 4. 2. 1887, l.c.p. 276). Diesen Beweis hielt Cantor für so wichtig, daß er ihn gern bei der Berliner Akademie publiziert hätte (an Weierstraß, 16. 5. 1887; l.c.p. 288).

Cantor setzt unausgesprochen voraus, daß jede beschränkte nicht-leere Menge eine kleinste obere Schranke hat; daß für angeordnete Körper unter dieser Voraussetzung das archimedische Axiom folgt, hatte Stolz längst erkannt und für Cantor zugänglich publiziert (*Zur Geometrie der Alten, insbesondere über ein Axiom des Archimedes.* Math. Annalen Band 22, 1883.) Übrigens hat G. Peano versucht, Cantors 'Beweis' zu 'verbessern'.

Im Briefwechsel mit Veronese aus dem Jahre 1890 (l.c.p. 326 ff.) kommt diese Auffassung deutlich heraus: Cantor lehnt es ab, Systeme zu akzeptieren, in denen es keine kleinste unendlich große Größe gibt, unter Hinweis auf Veroneses $\infty_1 - 1$, während Veronese betont, sein ∞_1 sei eben nicht dasselbe wie Cantors ω. Veroneses ontologischer Grundsatz ist der der modernen Mathematik: "Una cosa posta dal pensiero si può considerare poi come data al pensiero, e inversamente." Das Denken kann sich seine Gegenstände selbst setzen. (S. 8 der deutschen Übersetzung.)

Auch Vivanti, der viel für die Verbreitung von Cantors Mengenlehre getan hatte, gelang es nicht, Cantor von der mathematischen Zulässigkeit der anderen Systeme zu überzeugen. Peano, Killing und Schoenflies bestärkten noch in den 1890er Jahren Cantor in seiner Ablehnung Veroneses, wobei später auch die geometrische Brauchbarkeit aufs Korn genommen wurde, übrigens noch nachdem Hilbert in seinen *Grundlagen der Geometrie* von 1899 Veroneses Ideen teilweise mit verarbeitet hatte.

Von Levi-Cività 1892 zu Hans Hahn 1907

Veroneses 19jähriger Student Tullio Levi-Cività gelangte 1892 zu einer partiellen Rechtfertigung von Veroneses Zahlen, indem er Körper von formalen Laurent-Reihen

in t entwickelte, zunächst mit reellen Koeffizienten und Exponenten, wobei t für Veroneses ∞_1^{-1} stand und die Exponentenfolge aufsteigend ohne Häufungspunkt im endlichen sein sollte. Da $\infty_1^{\infty_1}$ und allgemeinere Bildungen noch fehlten, erweiterte er seine Konstruktion 1898, indem er sowohl für die Koeffizienten als auch für die Exponenten allgemeinere nicht-archimedische Körper, z. B. bereits vorher konstruierte, zuließ und aufsteigende Vereinigungen von sukzessive erweiterten Körpern bildete. *(Sui numeri transfiniti,* Rendiconti Linçei (5) 7, 1898.)

Es reicht aus, wenn das System der Exponenten eine angeordnete kommutative Gruppe ist. Eine vollständige Klassifizierung gab Hans Hahn in der als grundlegend für die 'moderne' Algebra der angeordneten Strukturen geltenden Arbeit *Über die nichtarchimedischen Größensysteme* (Sitzungsb. Akad. Wiss. Wien, 1907), in der ausdrücklich an du Bois, Stolz, Veronese und Levi-Cività angeknüpft wird, wobei die große Allgemeinheit beim letzteren anerkannt wird.

Die Angriffe, besonders seitens Schoenflies', hatten bis in diese Zeit angedauert (u. a. J. DMV 15, (1906), 26–41). Ein aufschlußreicher Briefwechsel von Schoenflies mit Levi-Cività aus dem Jahre 1898 soll demnächst publiziert werden.

Zusammenfassung

1. Die Kontroverse zeigte, daß über das Mathematisch-Unendliche Unklarheit bestand und führte dazu, daß Cantors transfinite Zahlen einerseits und nichtarchimedische Gruppen, Ringe, Körper andererseits als verschiedenen Disziplinen zugehörig erkannt wurden.

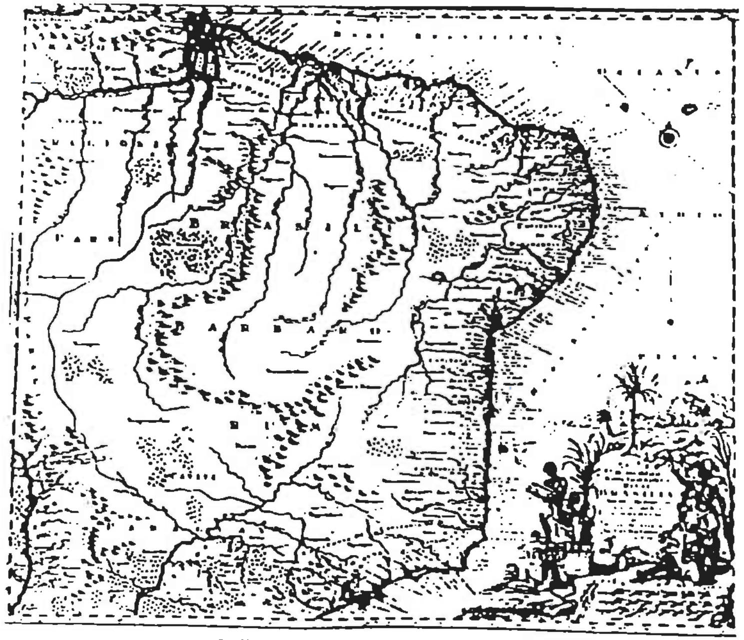
2. Damit wurde die Entstehung der 'modernen' Algebra angeordneter Strukturen gefördert, die man auf Stolz' Buch und auf Levi-Civitàs Körper zurückführen kann. Stolz gab einen axiomatischen Aufbau, wobei er durchaus andere Modelle als die reellen Zahlen zuließ, während Hilbert 1899 sowohl die reellen Zahlen als auch die euklidische Geometrie axiomatisch kennzeichnen wollte.

3. Veroneses verallgemeinerte Adjunktion eines Symbols ∞_1 kann als Vorläufer einer Version der Nonstandard-Analysis gesehen werden: Mit ∞_1 kann so gerechnet werden wie mit sehr großen natürlichen Zahlen (Leibniz-Prinzip).

4. Die Kontroverse offenbart auch die Unterschiede ontologischer Positionen und trägt zum Verständnis von Cantor bei. Von den anderen Beteiligten wurde mehr die Auffassung Dedekinds von der Rolle der Mengen in der Mathematik verfolgt, welche sich bald durchsetzte.

Valentim Estancel (1621-1705)

Jesuit-Mathematiker
in der
Kolonialzeit Brasiliens



7 MAPA DO BRASIL DO SECULO XVII

Sergio Nobre (Unesp-Brasilien)

Valentim Estancel (1621-1705): Jesuit-Mathematiker in der Kolonialzeit Brasiliens[1]

von Sergio Nobre (Unesp-Brasilien)

1. Kurz Abriß zur Geschichte der Jesuiten in der Kolonialzeit Brasiliens

Kurz nach der Entdeckung Brasiliens, die am 22. April 1500 war, begannen die Portugiesen mit der Kolonisierung. Kamen nach Brasilien Besitzer für verschiedenen Teilen des entdeckenden Orts, und Religiosen für die Christianisierung des ursprünglichen Volkes. 1549 kamen die ersten Jesuiten in Brasilien an. Der Vorsitzender war Padre Manoel da Nóbrega (1517-1570) - Begründer der Jesuit-Mission in Brasilien (er gilt auch als Gründer von São Paulo Stadt). 1549 gründete Nóbrega in Bahia das erste Jesuitenkolleg Americas. Die Jesuiten stellen sich vor als die Verantwortlichen für die Erziehung in der Geschichte des Landes für mehr als zwei Jahrhundert. Die Mission der "Societas Jesu" in Brasilien wurde durch einen Gesetz vom 3. September 1759 abgeschafft. und die Jesuiten mußten das Land im Jahren 1760 verlassen. Die wissenschaft-kulturell- und literarische Erbschaft der Jesuiten ist ein wichtiger Bestandteil der brasilianischen Geschichte. Die ersten Jesuiten schrieben viele Abhandlungen über die Sprache[2] und Leben der Indianer, über Tiere, Pflanzen, Klima, u.a. des Landes, usw.

2. 17. Jahrhundert - Die Jesuiten verstärken seine literarischen und wissenschaftlichen Produktionen

Die zweite Hälfte des 16. Jahrhunderts und die erste des 17. war für die portugiesische Kolonie eine unruhige Zeit. Auf einer Seite waren die Überfälle von europäischen Flotten (die größten waren die französischen und niederländischen Flotten), auf anderer Seite, wegen Abstammungsproblem, wurde Portugal, und seine Kolonien, von 1580 bis 1640 unter der spanischen Krone regiert. In dieser Zeit, vergrößerte die Zahl der Jesuiten in Brasilien. In Jahr 1654, waren 170 Missionären[3] der Gesellschaft Jesu auf dem Land.

---

[1] Diese Arbeit wurde mit der großen Hilfe von Carlos Ziller Camenietzki, Forcher des "Museu de Astronomia e Ciencias Afins - CNPq/RJ", vorbereitet.
[2] 1555 schrieb Padre José de Anchieta (1534-1597) die esrte Grammatik der indianischen Sprache Tupi.
[3] Siehe Leite, Serafim [1965], S. 237.

In der zweiten Hälfte des 17. Jahrhunderts kamen noch viele andere berühmte Jesuiten an. Aus dieser Zeit, hebt man Padre Antonio Vieira und Valentim Estancel hervor. Padre Antonio Vieira (1608-1697) ist bekannt heutzutage als "*Apostel der Indianer*" und als einer der großten Rethoriker der portugiesischen Sprache. Auf seine zweite Reise nach Brasilien, suchte er die Indianer gegen die Versklavung durch die Portugiesen zu schützen. Seine Kritik an der Indianerversklavung führte bald zu einer Exilierung aus Brasilien und Rückkehr nach Portugal, wo er mit der Inquisition im Konflikt kam. Seine literarische Werke[4] gehören zur klassischen Literatur der portugiesischen Sprache. Am Ende seines Lebens, Vieira beobachtete einen Komet im Bahias-Himmel und warnte die portugiesische Regierung vor der Botschaft des Gottes. Über die astronomische Beobachtung in Brasilien, sind Vieiras Beiträge von kleiner Betrachtung. Aber sein Kollege Valentim Estancel hebt, durch seine astronomische Aktivität, die Wissenschaft in Brasilien des 17. Jahrhunderts hervor. Die Ergebnisse seiner Beobachtungen von Kometen wurden sogar von Isaac Newton benutzt, wie man im dritten Buch seines "*Principia*" sehen kann.

2.1. Valentim Estancel

Estancel ist die portugiesische Form seinen Namen Stansel[5]. Über sein Leben, existiert wenige Informationen[6]. Man weißt, daß er im Jahr 1621, in der nähe von Olmütz, Mähren, geboren wurde. 1637, als er 16 Jahre Alt war, trat er in der Gesellschaft Jesu ein. Er studierte Theologie, Mathematik und classische Astronomie an der Universität Olmütz, wo er später Mathematik unterrichtete. Er war auch als Dozent für Mathematik und Grammatik bei der Universität von Prag. 1655 verließ Estancel Prag und ging nach Rom, und danach nach Portugal. Im Rom nahm er Kontakte mit dem berühmten Jesuit und Gelehrter Athanasius Kircher[7] (1602-1680) auf. Diese Kontakte dauerten bis zum Kirchers Todes fort[8]. Im Portugal arbeitete er als Mathematiklehrer an den Jesuiten Kollegien in Elvas

[4] Die bekanntesten sind: Sermões (Predigten) - 15 Bde, Cartas (Briefe) - 3 Bde, und História do Futuro (Geschichte der Zukunft).

[5] Es gab auch andere Varianten für seinen Namen: Stancel, Estanciel, Estançol, und Valentim de Castro.

[6] Man kann etwas bei *Leite, Serafim [1965]*, bei *Sommervogel, C. [1898]*, und bei *Casanovas & Keenan [1993]* finden.

[7] Von 1629 bis 1634 war Kircher Professor für Mathematik, Philosophie und orientaliche Sprache in Würzburg. Auf hin geht die Urform der "Lanterna Magica", eine der ältesten Rechenmaschinen. Kircher wechselte Briefe mit vielen anderen Gelehrtern seiner Zeit, wie z.B. J. Hevelius, Chr. Huygens und G.W. Leibniz u.a.

[8] Im Briefwechsel von Kircher findet man 10 Briefe von Estancel an ihn. Camenietzki, C. Z. [1995], S. 14

und in Lissabon. Trotz seines Wunsches nach China als Missionär zu gehen[9], kam Estancel 1663 nach Brasilien, wo er bis das Ende seines Lebens blieb. In Brasilien war Estancel, am meisten, bei dem Jesuiten Kolleg von Salvador - die damals Hauptstadt der Kolonie, wo er als Missionär, Lehrer (für Mathematik auch), Beichvater und Prediger war. Am 19. Dezember 1705 starb er in Salvador - Bahia.

2.1.1. Die wissenschaftlichen Werke von Valentin Estancel

1652 veröffentlichte Estancel in Prag "*Dioptra Geodesia*". Dieses Buch wurde von uns nicht gefunden, aber sowohl Sommervogel als auch Leite berichten seine Existenz.

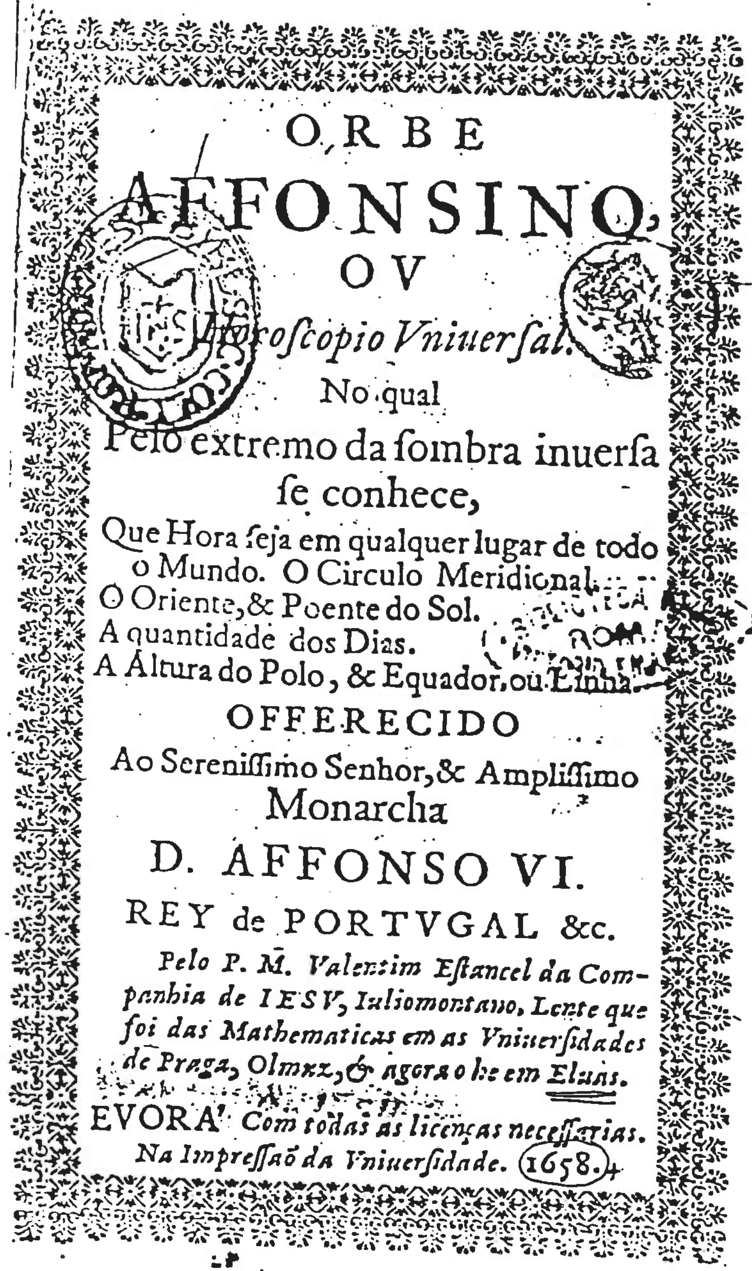
1658 wurde sein "*Orbe Affonsino ou Horoscopio Universal*" auf portugiesische Sprache in Portugal erschienen. Dieses Buch ist eine Übersetzung aus dem handschriftlichen Text auf lateinische Sprache "Orbis Affonsinus sive Horoscopium Scieothericum Universale", in welchem eine neue Art eines Astrolabiums, von ihm erfand, beschrieben wird.

1665 schrieb Estancel in Brasilien das Buch "*Legatus Uranicus...*", und er sandte es sofort nach Europa zu verbreiten. Diese Arbeit, immer noch Handschrift, war in den Händen von verschiedenen Gelerhten und Astronomen bis 1683, wann mit anderen Beobachtungen von Jesuiten der "Alten Welt" in Prag gedruckt wurde[10]. Dies ist seines wichtigstes Werk, in welchem er nicht nur die Beobachtungen von Kometen der Jahren 1664 und 1665 zur Kenntnis nahm, sonder auch die Bahn und Natur eines Kometen diskutierte. Der Text ist eine Darstellung der Ergebnissen der Beobachtugen mit wissenschaftlichen Bemerkungen. Der Komet von 1664 wurde von 16. Dezember bis 5 Januar beobachtet, und er stützte sich auf die Tafeln von Tycho Brahe (1546-1601) um seine Koordinaten festzusetzen[11]. In der Darstellung seiner Theorie über Kometen, Estancel stellt fest, daß er Kenntnis von der astronomischen Theorie von verschiedenen Astronomen seiner Zeit hatte. Er zitiert z.B. Tycho Brahe (1546-1601), Johannes Kepler (1571-1630), Willbrord Snellius (1580-1626), u.a. Die Hauptfrage, die Estancel in diesem Buch arbeitete, ist über die Stelle und über die Bahn der Kometen. Die Diskussion

[9] Er schrieb dieses Wunsches im Vorwort des Buches "Orbe Affonsinus".

[10] Der vollständige Titel ist "Legatus Uranicus ex Orbe Novo in Veterem, hoc est observationes americanae cometarum factae, conscriptae ac in Europam missae a R. P. Valentino Stansel e Societa Jesu, quodam Pragae ac Olomucii mathematum professore, nunc apostolico in Indiis missionario. Et a Mathesi Pragensi in collegio Societas Jesu ad S. Clementem cum auctario observationum europearum astrophilorum bono majorique lumini in lucem datae".

[11] Casanovas und Keenan merken, daß die Ergebnisse von dem Jesuit, wegen der Tafeln, die nicht für die Zeit der Beobachtungen korrigiert wurden, ein paar Minute falsch sind.


ORBE
AFFONSINO,
OV
Horoſcopio Vniuerſal.
No qual
Pelo extremo da ſombra inuerſa
ſe conhece,
Que Hora ſeja em qualquer lugar de todo
o Mundo. O Circulo Meridional.
O Oriente, & Poente do Sol.
A quantidade dos Dias.
A Altura do Polo, & Equador, ou Linha.
OFFERECIDO
Ao Sereniſſimo Senhor, & Ampliſſimo
Monarcha
D. AFFONSO VI.
REY de PORTVGAL &c.
Pelo P. M. Valentim Eſtancel da Companhia de IESV, Iuliomontano, Lente que
foi das Mathematicas em as Vniuerſidades
de Praga, Olmuz, & agora o he em Eluas.
EVORA: Com todas as licenças neceſſarias.
Na Impreſſaõ da Vniuerſidade. 1658.

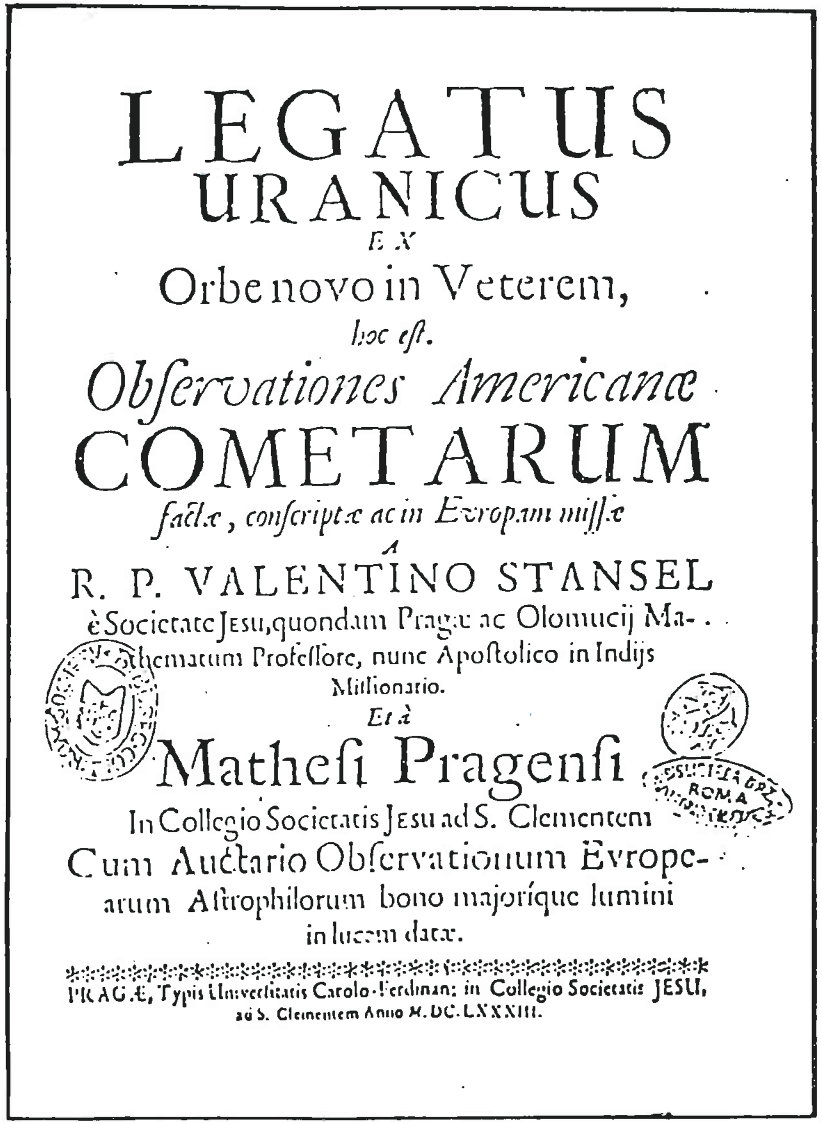
Orbe Affonsino ou Horoscopio Universal - Titelblatt

über dieses Thema war ziemlich neu. und wurde sogar von Galileo und Orazio Grassi über den Komet von 1618 debattiert[12]. Es wurde noch anderen Punkte über den Kometen analisiert. z.B. die Regelmäßigkeit der Bewegung. die Dauer der Kometen. die Tatsache. daß die Kometen von verschiedenen Punkte der Erde beobachtet waren. die Tatsache. daß sie nicht auf der Schattenseite der Erde waren. und die wichtigste Sache. die Einflüsse und die Wirkungen der Kometen auf die Erde.

Die Ergebnisse der Arbeit. die Estancel in Brasilien schrieb. wurden durch einigen der wichtigsten wissenschaftlichen Zeitschriften Europas von seiner Zeit. wie *Acta Eruditorum Lipsiensis. Journal de Sçavants. Philosophical Transactions* und *Giornale dei Letterati*[13]. verbreitet. Die Beobachtung der Kometen von 1668. z.B.. wurde in der *Giornale dei Litterati* von 31. September 1673 publiziert. Aus der italianischen Zeitschrift übersetzte der Niederländer Christian Huygens (1629-1695) und publizierte im Jahren 1674 in der *Philosophical Transactions* wieder. Isaac Newton (1642-1727) sah diese englische Version der Beobachtungen von Estancel. und zitierte die Ergebnisse im Buch 3 seiner "*Principia Mathematica*". Dieses Zitat ist. zweifellos. eines der wichtigsten über die brasilianischen Wissenschaften des 17. Jahrhunderts. Das Zitat von Newton ist folgendermaßen in lateinischer Sprache:

> *"Nam anno 1668 mart. 5 st. nov. hora septima vesp. R. P. Valentinus Estancius. Brasilia agens, cometam vidit horizonti proximum ad ocassum solis brumalem, capite minimo & vix conspicuo, cauda vero supra modum fulgente, ut stantes in littore speciem ejus e mari reflexam facile cernerent. Speciem utique habetat trabis splendentis longitudine 23 graduum, aboccidente in austrum vergens, & horizonti fere parallela. Tantus autem splendor tres solum dies durabat, subinde notabiliter decrescens; & interea decrescente splendore aucta est magnitudine cauda. Unde etiam portugallia quartan fere coeli partem (id est gradus 45) occupase dicitur, ab occidente in oriente splendore cum insigni protensa; nec tamen tota apparuit, capita semper in his regionibus infra horizontem delitescente. Ex incremento caudae & decremento splendoris manifestum est quod caput a sole recessit, eique proximum fuit sub initio, pro more cometae anni 1680."*[14]

[12] Siehe Camenietzki. C. Z. [1995]. S. 20.
[13] In chronologischer Reihenfolge: *Giornale dei Letterati* von 31. September 1673. Vol. XI. S. 134-6: *Philosophical Transactions* von 1674. S. 91: *Acta Eruditorum* Jahrgang 1683. S. 35. und Jahrgang 1685. S. 235-7; Journal de Sçavants von 26. August 1685. S. 309-10. Camenietzki. C. Z. [1995]. S. 15.
[14] Newton Isaac: Principia Mathematica. Buch 3. S. 507-508.


LEGATUS
URANICUS
EX
Orbe novo in Veterem,
hoc est,
Observationes Americanæ
COMETARUM
factæ, conscriptæ ac in Europam missæ
A
R. P. VALENTINO STANSEL
è Societate Jesu, quondam Pragæ ac Olomucij Mathematum Professore, nunc Apostolico in Indijs Missionario.
Et à
Mathesi Pragensi
In Collegio Societatis Jesu ad S. Clementem
Cum Auctario Observationum Evropearum Astrophilorum bono majorique lumini in lucem datæ.
PRAGÆ, Typis Universitatis Carolo-Ferdinan: in Collegio Societatis JESU, ad S. Clementem Anno M.DC.LXXXIII.

Legatus Uranicus...- Titelblatt

Noch andere Werke von Valentim Estancel sind vorhanden, aber nicht alle sind heute bekannt. Man findet in den biographischen Texten, wie bei *Serafim Leite [1949]*, bei *Poggendorff [1863]*, und bei *Sommervogel [1898]*, einige hinweisende Angabe darüber:

1. *Uranophilus caelestis peregrinus sive mentis Uranicae per mundum sidereum peregrinantis extases. Autore Valentino Estancel, de Castro Julii, Moravo e Societate Jesu, Olim in Universitate Pragensi, deinde in Regia Ulyssiponensi Matheseos Magistro, demum Theologiae Moralis in Urbe S. Salvatoris, vulgo Bahia Omnium Sanctorum in Brasilia Professore.* 1685. Rezension in der "Acta Eruditorum", 1685, S. 235-237, und Journal de Sçavants. 1685, S. 309. Nicht gefunden.

2. *Cursus Philosophicus*. Pragae. Keine Anmerkung und nicht gefunden.

3. *Discurso astronómico sobre o Cometa aparecido em Pernambuco no dia 6 de Dezembro de 1689 (Astronomische Rede über den kommenden Komet in Pernambuco am 6. Dezember 1689).* Dieser Text ist anonym und wurde 1914 in der Zeitschrift "Revista do Instituto Arqueológico Geográfico Pernambucano" publiziert. Leite sagt, daß den Text von Estancel ist. Jedoch ist es unsicher, weil es einige Unterschiede mit seinen anderen Texten gibt.

Und noch die Manuskripten:

4. *Mercurius Brasilicus, sive de Coeli et Soli Brasiliensis Oeconomia.* 1664

5. *Phaenomena coelestia sive dissertatio astronomica de tribus cometis qui proximis annis in coelo apparuerunt.* 1665 oder 1668

Weder Leite noch Sommervogel fanden diese beiden Manuskripten.

6. *Tiphys Lusitano ou Regimento Nautico Novo o qual ensina tomar as alturas, descobrir os meridianos e demarcar as uariaçoens da agulha a qualquer hora do dia, e noite. Com hum discurso practico sobre a navegação de Leste a Oeste.* Auf portugiesische Sprache, ist dieser Text ein Handbuch für Seefahrer. Dieser Text steht zur Verfügung in der National Bibliothek von Lissabon.

7. *Vulcanus Mathematicus.* 1678. Nicht gefunden.

3. Schlußbetrachtungen

Obwohl Valentim Estancel unbekannt in Brasilien und auch auf der ganzen Welt ist, kann er als einen der ersten Mathematiker und Wissenschaftler, daß in Brasilien arbeitete, betrachtet werden. Sein Werk, die schon bekannt sind, zeigen uns, daß es in der Kolonialzeit Versuch in der Richtung der Entwicklungswissenschaft gab. Doch gibt es noch mehr über ihn und über andere Wissenschaftler der Kolonialzeit in Brasilien zu forschen. Selbstverständlich haben die Wissenschaftshistoriker noch viele Forschungsarbeit für die Zukunft.

4. Literaturverzeichnis

Camenietzki, Carlos Ziller [1995]: O Cometa. O Pregador e o Cientista. Antonio Vieira e Valentin Stansel observam o céu da Bahia no século XVII. *V Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia*, Ouro Preto.

Casanovas, Juan S.J. und Keenan, Philip C. [1993]: The Observations of Comets by Valentine Stansel, a seventeenth century missionary in Brasil, in *Archivum Historicum Societatis Jesu*, LXVII, S. 319-330.

Estancel, Valentim [1658]: *Orbe Affonsino ou Horoscopio Universal*, Évora, Imprensa da Universidade.

_______ **[1683]**: *Legatus Uranicus ex Orbe Novo in Veterem, hoc est observationes americanae cometarum factae, conscriptae ac in Europam missae a R. P. Valentino Stansel e Societa Jesu, quodam Pragae ac Olomucii mathematum professore, nunc apostolico in Indiis missionario. Et a Mathesi Pragensi in collegio Societas Jesu ad S. Clementem cum auctario observationum europearum astrophilorum bono majorique lumini in lucem datae*, Prag.

_______ **[1914]**: Discurso Astronômico, *Revista do Instituto Arqueológico Geográfico Pernambucano*, XVI, S. 63-73.

Holanda, Sergio Buarque (Hrsg.) [1989]: *História Geral da Civilização Brasileira*, Rio de Janeiro, Editora Bertrand do Brasil, 8. Aufl.

Leite, Serafim [1965]: *Breve História da Companhia de Jesus no Brasil 1549 - 1760*, Braga, Livraria A.I.

_______ **[1949]**: *História da Companhia de Jesus no Brasil*, Rio de Janeiro, INL.

Newton, Isaac [1687]: *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, London.

Poggendorff, J.C. (Hrsg.) [1863]: *Biographisch-Literarisches Handwörterbuch zur Geschichtem der Exacten Wissenschaften*, Leipzig, Verlag von Johann A. Barth, Band II.

Sommervogel, Carlos [1898]: Bibliothèque de la Compagnie de Jesus, Paris. Tome VII.

Sergio Nobre ist Dozent für Geschichte der Mathematik an der Sektion Mathematik der Universität UNESP / campus Rio Claro - São Paulo / Brasilien

Adresse: Sergio Nobre
Unesp - Dep. Matemática
C.P. 178
13500-230 Rio Claro SP
Brasilien
Fone/Fax (**55) 195 34 0123

Das Problem des ersten Schrittes in der modernen Axiomatik

Kurzfassung

Volker Peckhaus

Die von dem Göttinger Mathematiker David Hilbert begründete moderne formale Axiomatik wird üblicherweise neben dem Logizismus Gottlob Freges und Bertrand Russells und dem Intuitionismus L. E. J. Brouwers als eine der auch heute noch diskutierten Grundlagenpositionen in der Philosophie der Mathematik genannt. Charakteristisch für die Hilbertsche Axiomatik ist eine Umdeutung des überkommenen Axiombegriffs. Ein Axiom ist danach nicht mehr ein evidenter, keines Beweises bedürftiger, aber auch keines Beweises fähiger Grundsatz, sondern eine einfache, also nicht zusammengesetzte Aussageform, die Teil eines Systems weiterer einfacher Aussageformen ist, aus denen unter Hinzunahme entsprechender Interpretationen alle komplexen Sätze eines begrenzten Wissensgebietes deduktiv geschlossen werden können. Ein solches System von Axiomen muß die Eigenschaften der Vollständigkeit, Unabhängigkeit und Widerspruchsfreiheit besitzen.

Der Erfolg dieser begrifflichen Umorientierung ist zurecht darin gesehen worden, daß die Mathematik der virulent gewordenen erkenntnistheoretischen Probleme enthoben wurde, die sich aus ihrer bis dato üblichen Fundierung auf Quantität und anschauliche Form ergeben hatten (vgl. z. B. van der Waerden *1967*). Allerdings läßt sich ebenfalls zurecht bezweifeln, ob mit der skizzierten formalen Axiomatik eine hinreichende alternative Grundlage für die Mathematik gefunden ist, ja man könnte sogar bezweifeln, daß es sich bei der formalen Axiomatik überhaupt um einen Grundlagenstandpunkt handelt. Denn zumindest in der skizzierten Form ähnelt eine solche Fundierung der Mathematik auf sich selbst der Tat des Baron v. Münchhausen, der sich am eigenen Schopf aus dem Sumpf gezogen hat. Es ergibt sich jedenfalls das Problem des ersten Schrittes einer Axiomatik, der kaum in der Axiomatik selbst vollzogen werden kann. Vor allem zwei Fragen sind zu klären:

1. Auf welchem Wege werden die Axiome gefunden?
2. Welchen Bedingungen ist die Aufstellung axiomatischer Systeme unterworfen?

Hilbert war sich der Notwendigkeit, diese Fragen zu beantworten, durchaus bewußt. Für die Diskussion seiner Antwort auf die erste Frage muß beachtet werden, daß seine frühe Axiomatik ein Notprogramm war, geschaffen, um den Bestand der traditionellen Mathematik in möglichst großem Umfang zu bewahren. Es verwundert daher nicht, daß Hilbert von allgemein akzeptierten Sätzen des zu axiomatisierenden Gebietes ausgeht, bei der Auswahl der Axiome getrieben von der Intuition des Mathematikers und geleitet von einer „gewissen Trivialität", die diesen Sätzen anhaftet. Die auf diese Weise erhaltenen Axiomkandidaten werden dann daraufhin geprüft, ob sie den Bedingungen der Vollständigkeit, Unabhängigkeit und Widerspruchsfreiheit genügen.[1] Das System von Axiomen ist gegenüber Modifikationen durchaus offen, die dann notwendig werden, wenn eine oder mehrere dieser Bedingungen nicht erfüllt sind. Das Programm ist daher zunächst kein universelles Programm einer umfassenden Reformulierung der Mathematik, sondern beschränkt auf solche Bereiche, deren Grundlagen in Frage gestellt waren.

Mit diesem pragmatischen Zugang zur Axiomatik über vom Mathematiker zu vollbringende intellektuelle Leistungen sind zugleich die außermathematischen Bedingungen angedeutet, denen ein solches Handeln zu genügen hat. Zu diesen Bedingungen gehören natürlich die Gesetze der Logik, die in ihrem weiteren Sinne als die Lehre vom folgerichtigen Denken und Argumentieren über Gegenstände und Sachverhalte eines Sachgebietes verstanden werden kann, und die der oft reklamierten Freiheit des Mathematikers enge Grenzen setzt.[2] Es gehören dazu aber auch Voraussetzungen im Sinne der alten Postulate, die die Bedingungen der Möglichkeit bestimmter Handlungen angeben. Ein solches Postulat ist Hilberts „Axiom von der Existenz einer Intelligenz", das er in seiner Vorlesung *Logische Principien des mathematischen Denkens* vom Sommersemester 1905 formulierte (*1905*, 219). Es sei betont, daß Hilbert auch diese Setzung von Bedingungen mathematischen Handelns „Axiom" nennt, und damit einen materiale Wahrheit beanspruchenden, nicht nur formale Wahrheit verbürgenden Satz. In einer Marginalie zur Vorlesungsmitschrift bezeichnet er dieses „Axiom" als das „a priori der Philosophen". Er gibt damit zu verstehen, daß die Verantwortung für die Begründung solcher Sätze in den Händen der Philosophen liegt. Der Philosophie wird also eine wichtige Rolle bei der Grundlegung der Mathematik zugestanden.[3]

[1] So Hilberts Vorstellungen von der allgemeinen Idee der axiomatischen Methode, wie er sie in der Vorlesung *Logische Principien des mathematischen Denkens* (*1905*) entwickelt (bes. 11–13).

[2] Dies gilt insbesondere für die von Herbert Mehrtens der modernen Mathematik, als deren „Generaldirektor" er ja Hilbert im Anschluß an Minkowski bezeichnet, zugeschriebenen freien „Schöpfung" von Zeichen, Namen, Regeln „als eine Welt, über die der Schöpfer Herr ist" (*1990*, 124).

[3] Zu Hilberts Vorstellungen für ein Zusammenwirken von Mathematik und Philosophie bei der Begründung der Mathematik und seine Aktivitäten für deren institutionelle Um-

Hilbert stand mit diesem Versuch einer außermathematischen Grundlegung der Mathematik nicht alleine. Als weiteres Beispiel sei der Karlsruher Algebraiker der Logik Ernst Schröder genannt. Schröder wollte in seinem *1873* veröffentlichten *Lehrbuch der Arithmetik und Algebra* die Arithmetik weitgehend auf konventionelle Festsetzungen, Definitionen, aufbauen. Für ein solches Programm glaubte er mit einem „einzigen Axiom" auszukommen, dem Axiom von der Inhärenz der Zeichen. Für dieses Axiom hat Schröder vehemente Kritik von Gottlob Frege (*1884*, VIII) und Benno Kerry (*1890*, 333–336) einstecken müssen, und noch *1928* nahm es der Göttinger Neo-Friesianer Leonard Nelson zum Anlaß polemischer Anwürfe.

Bei aller Kritik zeugen die Bemühungen Schröders und Hilberts von deren Überzeugung, daß die Begründung der Mathematik einer Reflexion über die Bedingungen ihrer Möglichkeit bedarf. Denn der durch die formale Axiomatik charakterisierte Formalismus führt nur zu einer relativen Grundlegung der Mathematik, relativ insofern, als er lediglich den eigentlichen Arbeitsbereich des Mathematikers auf sichere, also widerspruchsfreie Grundlagen stellt. Dieser Arbeitsbereich schwebt aber gleichsam in der Luft, ist umgeben von einem nicht-mathematischen, aber dennoch auf die Mathematik einwirkenden Kontext. Die Hilbertsche Metapher von der Tieferlegung der Fundamente (Hilbert *1918*, 417) macht dies deutlich. Die Grundlagen der Mathematik werden nur soweit gefestigt, wie dies für die mathematische Praxis notwendig ist. Das, was man die „absolute" Grundlegung des (mathematischen) Wissens nennen könnte, gehört in dieser Auffassung nicht zum Geschäft des Mathematikers, sondern sie obliegt dem Philosophen.

Hilbert liebte es, seine eigenen philosophischen Ideen in die Tradition des großen Königsberger Philosophen Immanuel Kant zu stellen. In Kantischem Sinne wirkte auch Hilberts philosophischer Protegeé in Göttingen Leonard Nelson, der die Axiome auf die reine Anschauung zurückführen wollte. In diesem Sinne können auch die grundlagentheoretischen Arbeiten Kurt Wuchterls verstanden werden, der die mathematische Logik mit einem ästhetischen, also im Kantschen Sinne rein-anschaulichen Unterbau versehen wollte (*1964*). Die von Hilbert selbst vorgelegte Konzeption läßt sich m. E. auch pragmatisch interpretieren, so daß eine handlungstheoretische Fundierung, wie sie von Paul Lorenzen in seiner *Einführung in die operative Logik und Mathematik* (*1969*) entworfen wurde, naheliegen würde. In einer wohlwollenden, von Lorenzen selbst vorgeschlagenen Interpretation kann sein Ansatz als Versöhnung des Formalismus mit dem Intuitionismus interpretiert werden, oder als philosophische, außermathematische Fundierung der Mathematik, die auch die formale Axiomatik umfassen könnte.

setzung vgl. Peckhaus *1990*, 196-224; *1994*, 101-106.

Literaturverzeichnis

FREGE, Gottlob *1884 Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*, Wilhelm Koebner: Breslau; kritische Ausgabe: Frege *1986*.

— *1986 Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl. Centenarausgabe*, mit ergänzenden Texten kritisch hg. v. Christian Thiel, Felix Meiner: Hamburg.

HILBERT, David *1905 Logische Principien des mathematischen Denkens*, Vorlesung SS 1905, Ausarbeitung von Ernst Hellinger (Bibliothek des Mathematischen Seminars der Universität Göttingen).

— *1918* „Axiomatisches Denken", *Mathematische Annalen* **78**, 405–415.

KERRY, Benno *1890* „Ueber Anschauung und ihre psychische Verarbeitung (Siebenter Artikel", *Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie* 14, 317–343.

LORENZEN, Paul *1969 Einführung in die operative Logik und Mathematik*, Springer: Berlin/Heidelberg/New York, 2. Aufl., (= *Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften*; 78).

MEHRTENS, Herbert *1990 Moderne, Sprache, Mathematik. Eine Geschichte des Streits um die Grundlagen der Disziplin und des Subjekts formaler Systeme*, Suhrkamp: Frankfurt a. M.

NELSON, Leonard *1928* „Kritische Philosophie und mathematische Axiomatik", *Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften* **34**, 108–142.

PECKHAUS, Volker *1990 Hilbertprogramm und Kritische Philosophie. Das Göttinger Modell interdisziplinärer Zusammenarbeit zwischen Mathematik und Philosophie*, Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen (= *Studien zur Wissenschafts-, Sozial- und Bildungsgeschichte der Mathematik*; 7).

— *1994* "Hilbert s Axiomatic Programme and Philosophy", in: *The History of Modern Mathematics*, Bd. 3: *Images, Ideas, and Communities*, hg. v. Eberhard Knobloch/David E. Rowe, Academic Press: Boston u. a., 91–112.

SCHRÖDER, Ernst *1873 Lehrbuch der Arithmetik und Algebra für Lehrer und Studirende*, Bd. 1 [mehr nicht erschienen]: *Die sieben algebraischen Operationen*, B. G. Teubner: Leipzig.

VAN DER WAERDEN, Bartel Leendert *1967* „Klassische und moderne Axiomatik", *Revue de mathématiques élémentaires* **22**, 1–4.

WUCHTERL, Kurt *1964* „Reine und mathematische Logik. Eine Deutung auf dem Boden der Philosophie Kants", *Zeitschrift für philosophische Forschung* 18, 408–426.

Gerhard Kowalewski in Dresden

Gerhard Kowalewski war von Geburt Deutscher. Als junger Mann von 33 Jahren nahm er die österreichische Staatsbürgerschaft an, die er behielt, auch als er 1920 seinen Lehrstuhl an der Deutschen Universität zu Prag verließ und nach Dresden ging. Er ist also Österreicher und österreichischer Mathematiker, und es ist gerechtfertigt, unter dem Motto dieser Tagung auch etwas über Kowalewski zu sagen.
So wichtig wird die Frage „deutsch oder österreichisch" für ihn auch gar nicht gewesen sein, war er doch in seinem Tätigsein und in seiner Wirksamkeit sehr früh übernational, europäisch - und darüber hinaus - orientiert: Sein Vater war nicht nur ein Kenner des Russischen, sondern auch einiger seiner Dialekte. Am Progymnasium in Löbau war nahezu die Hälfte der Mitschüler des kleinen Kowalewski polnisch. In seiner Königsberger Studienzeit traf er auf Kommilitonen aus verschiedenen Nationen Ost- und Westeuropas. In Leipzig war sein Lehrer der Norweger Lie, durch den er Kontakt zu nordeuropäischen Wissenschaftlern bekam. Zu den Kommilitonen seiner Leipziger Studienzeit gehörten auch junge Amerikaner. Durch die Übersetzung von Cesaros „Geometria intrinseca" lernte er diesen und andere italienische Mathematiker kennen. Er hatte fruchtbare Kontakte zu französischen Kollegen, und in seiner Prager Zeit pflegte Kowalewski auch gute Beziehungen zu den tschechischen Kollegen, die immerhin so dauerhaft und tragfähig waren, daß sie ihm in den Wirren des Kriegsendes letztlich das Überleben ermöglichten.
Gerhard Kowalewski war ein Europäer, ein Weltbürger, ein hervorragender, vielseitiger, sehr produktiver Wissenschaftler und Hochschullehrer. Mit seinen Lehrbüchern arbeiteten Generationen von Studierenden . Darunter waren Standardwerke wie seine Determinantentheorie; auch nach seinem Tode wurden sie wiederholt aufgelegt. Besonders als Mathematikhistoriker und als Verfasser von Büchern über mathematische Spiele wird Kowalewski auch heute noch häufig zitiert. Kowalewski erhielt hohe Ehrungen: Er war Mitglied der Kgl. Böhmischen Akademie der Wissenschaften, Mitglied der Sächsischen Akademie der

Wissenschaften und Träger des Lobatschewski-Diploms, das er 1927 als Anerkennung für seine Arbeiten auf dem Gebiet der natürlichen Geometrie erhielt [(14), (15), (7)].
Kowalewski war wohl eigentlich ein eher unpolitischer Mensch, und doch wird auch bei ihm auf tragische Weise deutlich, wie eng der Spielraum war, den das nationalsozialistische Regime dem Handeln des - nicht gerade todesmutigen - Einzelnen setzte.

1920 kam Kowalewski als ordentlicher Professor für Reine Mathematik an die Technische Hochschule Dresden.
Das war ein neuer Anfang, - und nicht nur für ihn. Zum einen: Das Bildungswesen wurde in den ersten Jahren der Weimarer Republik neu formiert. Zum anderen: Für die Mathematik in Dresden begann eine neue Ära. Die beiden wichtigsten mathematischen Lehrstühle, der für Reine Mathematik und der für Angewandte Mathematik, waren gleichzeitig vakant geworden.
Gerhard Kowalewski trat die Nachfolge von Martin Krause an, Max Lagally - aus München berufen - die von Georg Helm. Krause und Helm hatten ihre Lehrstühle beide seit 1888 innegehabt [(11)].
Am 1.10.1920 traten Kowalewski und Lagally ihr Amt an. Außer ihnen gab es an der TH Dresden zwei weitere Ordinarien: Ludwig hatte den Lehrstuhl für Darstellende Geometrie inne, Boehmer den per 1.5.1919 neu errichteten Lehrstuhl für Versicherungsmathematik [(13), Jg. 1919/20]. Daneben gab es den Extraordinarius Naetsch (Analytische Geometrie), der seit Anfang 1921 auch Geschäftsführer des Mathematischen Seminars war [(7), (11)].
Die Mathematiker waren für die mathematische Grundausbildung der Ingenieure verantwortlich und bildeten außerdem eine wachsende Zahl von Kandidaten für das höhere Lehramt aus, die (seit 1912) auch an der TH Dresden zur Promotion gelangen konnten,und zwar konnten sie die Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften (doctor rerum technicarum) [(13), Jg. 1920/21] erwerben.
Noch im November 1920 arbeiteten Kowalewski, Lagally und Ludwig eine neue Geschäftsordnung für das mathematische Seminar aus, die es noch attraktiver für Lehramtskandidaten und

für mathematisch Interessierte der ingenieurtechnischen Abteilungen machte [(1)]. (Daneben bestand das von Boehmer geleitete versicherungsmathematische Seminar.)
Kowalewski organisierte das Dresdner mathematische Kolloquium, zu dem auch Gäste aus anderen Hochschulen anreisten, wie z. B. Levi aus Leipzig und Feigl aus Berlin, die über kombinatorisch - topologische Probleme sprachen.
In Dresden befaßten sich mit kombinatorischer Topologie - die damals in Deutschland noch keinesfalls in hoher Blüte stand - Threlfall und später Seifert. (Ihr gemeinsam verfaßtes „Lehrbuch der Topologie" erschien 1934.) [(14), (7)]

An der TH Dresden wurden 1920/21 im Rahmen der Reform des Hochschulstudiums die Studienpläne neu strukturiert. Dabei wurde die mathematische Grundausbildung für einige Studiengänge - so für Architekten - deutlich beschnitten.[(13), Jg. 1919/20 u. 1920/21 und (1), 73]
Kowalewski und seine Kollegen begegneten dem durch

a) **Vertiefung und Erweiterung des mathematischen Übungsbetriebs** : So wurden jetzt Aufgaben gestellt, die, schriftlich gelöst, abgegeben werden konnten und die dem Studierenden gründlich korrigiert zurückgegeben wurden [u.a. (1), 76]. Nachdrückliche Unterstützung erhielt dieses Bestreben aus der Mechanischen Abteilung, die mit Verweis auf die Bedeutung intensiver mathematischer Übungen für ihre Studenten mehrere Ersuchen Kowalewskis und Lagallys an das Ministerium für Volksbildung nach personeller Aufstockung (ein weiterer Assistent war nötig) und nach ausreichender Bereitstellung von Mitteln für studentische Hilfskräfte mit flankierenden Briefen unterstützte [u.a. (1), 72].
b) **Gute Abstimmung der Lehrinhalte mit den Vertretern anderer Disziplinen**, insbesondere mit den Physikern und mit den Lehrkräften aus der Mechanischen Abteilung. So wurden in parallel laufenden Vorlesungskursen Gegenstandsbereiche - wie etwa die Relativitätstheorie - einmal aus der Sicht des Physikers, zum anderen aus der des Mathematikers geboten [(12)].
c) **Systematische Orientierung auf die praktisch - ingenieurtechnische Anwendung des vermittelten Stoffes**

bei Wahrung eines hohen Niveaus der mathematischen Lehrveranstaltungen: Dazu erarbeitete Kowalewski gemeinsam mit seiner Assistentin Dr. Wiegandt eine umfängliche Sammlung aus der Praxis genommener Aufgaben, die den Kollegen zur Nachnutzung zur Verfügung stand [u.a. (2), 56].
d) Diese Maßnahmen flankierend kam hinzu: **Die Popularisierung der Mathematik** durch allgemeinverständliche Vorträge über Mathematikgeschichte und über mathematische Spiele [(12), (14)].

Praktizierte Interdisziplinarität, orientiert auf den neuesten Stand der Wissenschaft,war fruchtbar für Studierende und Lehrende! Bereits die Vorlesungen, die Kowalewski in seinem ersten Dresdner Semester hielt, zeigen dieses Bestreben:
Kowalewski las 1920/21 u.a. „Mathematische Einführung in die Einsteinsche Theorie", und parallel dazu las der Physiker Dember „Physikalische Grundlagen der Relativitätstheorie".
In den „volkstümlichen Hochschulkursen", die die TH noch vor Gründung der Dresdner Volkshochschule anbot, trug Kowalewski in seinem zweiten Dresdner Winter über „Die Gelehrten Rudolfs des Zweiten" vor [(12)].

„Mathematik unter Einschluß ihrer neuesten Fortschritte" - „Anwendungen der Mathematik" - „Geschichte und philosophische Probleme der Mathematik":
Für diesen disziplinübergreifenden Dreiklang konnte Kowalewski auch Dresdner Kollegen motivieren, insbesondere die jüngeren Privatdozenten wie Threlfall, Schilling, Burkhardt, Kneschke, Wiarda - was aus dem in dieser Weise interdisziplinär angelegten Spektrum ihrer Vorlesungsangebote deutlich sichtbar wird [(12)].
Insgesamt brachten die 20er Jahre und - mit Abstrichen - die beiden ersten Jahre der 30er für die Hochschule und für die Mathematik einen starken Aufschwung. Fruchtbar waren sie auch für Kowalewski. So schrieb er in dieser Zeit mehrere seiner Bücher: „Mathematica delectans" (1. Das Boss - Puzzle und verwandte Spiele)(1921), "Alte und neue mathematische Spiele" (1930), „Integralgleichungen" (1930), „Vorlesungen über allgemeine natürliche Geometrie und Liesche Transformationsgruppen" (1931), "Einführung in die Theorie der

kontinuierlichen Gruppen“ (1931) und das dreibändige „Lehrbuch der höheren Mathematik für Universitäten und Technische Hochschulen“ (1933).

1921 wurde die Math.-Nat. Abteilung - ihrer gewachsenen Bedeutung gemäß - von der Allgemeinen Abteilung abgespalten. (Der verbleibende größere Teil der Allgemeinen Abteilung wurde 1925 in „Kulturwissenschaftliche Abteilung“ umbenannt.) Der erste Abteilungsvorstand der neuen Abteilung wurde Kowalewski. 1926 wurde das Praktisch - pädagogische Seminar der Math.-Nat. Abteilung angegliedert.
Die Zahl der Studierenden an der TH Dresden wuchs bis Anfang der 30er Jahre kontinuierlich; gab es 1043 Studierende im Jahre 1910, so hatte sich ihre Zahl 1920 mehr als verdoppelt, auf 2474.

Der Mathematik wurde nun auch personeller Zuwachs bewilligt. 1920 hatten die beiden Ordinarien Kowalewski und Lagally gemeinsam den einen Assistenten Dr. Müller. 1923 wurde eine zweite Assistentenstelle eingerichtet. Die beiden Assistenten wurden nun je einem der beiden Lehrstühle fest zugeordnet.

Ab Herbst 23 wurde die Assistentenstelle am Lehrstuhl für Reine Mathematik durchweg von weiblichen Mathematikern eingenommen (Dr. Wiegandt, Dr. Junge) [(1), 90, 106 u. (2), 31, Brief vom 7.4.38]. Kowalewski hat auch hier einen alten Zopf abgeschnitten.

Das Jahr 1933 brachte die verhängnisvolle politische Wende und bedeutete einen tiefen Einschnitt auch im Hochschulwesen. Als viele noch dachten, die Nationalsozialisten hielten sich nicht lange an der Macht, hatten diese schon einschneidende Gesetze installiert, wie das Gesetz zur Wiederherstellung des Berufsbeamtentums vom 7.4.1933, und mit dem Reichsstatthaltergesetz hatten sie einen wichtigen Schritt zur vollkommenen Zentralisierung und durchgehenden parteikonformen Steuerung der Länder getan, die im Februar 1935 abgeschlossen wurde, als die Kompetenz des Reichsstatthalters bis zur Regierungsübernahme ausgedehnt wurde.

Mit dem Jahre 1933 begann der Niedergang der TH Dresden, wie der der anderen deutschen Hochschulen.
Bis 1938 sank die Zahl der Studierenden an der TH Dresden auf etwas mehr als ein Viertel des Jahres 1931 ab. An der TH waren eingeschrieben im
WS 30/31 4108 Studierende, im
WS 34/35 2039 Studierende und im
WS 37/38 1124 Studierende.
Der Rückgang der Studentenzahlen zeigt sich noch drastischer in der Math.-Nat. und in der Kulturwiss. Abteilung, wie die folgenden Zahlen belegen:

	Math.-Nat. Abteilung	Kulturwiss. Abteilung
WS 30/31	620 Studierende	1423 Studierende
WS 34/35	209 Studierende	475 Studierende
WS 37/38	87 Studierende	137 Studierende ,

d.h. 1937 betrugen die Studentenzahlen an der Math.-Nat. Abteilung noch etwa 1/7 der von 1930, und an der Kulturwiss. Abteilung waren sie sogar auf weniger als 1/10 gesunken [(3), 87, 112, 188, 189].
Diese Entwicklung wurde durch festgeschriebene Abiturientenhöchstzahlen, Studentenhöchstziffern, Zulassungsbegrenzungen für die Hochschulen und Ausgrenzung politisch und rassisch mißliebiger Studenten bewirkt.
Natürlich gingen auch die Qualität von Ausbildung und Forschung zurück.
Die Lücken, die durch die Entlassung rassisch und politisch mißliebiger Hochschullehrer gerissen wurden, ließen sich nicht schließen und überdies brachten parteipolitische Maßnahmen erhebliche Einschnitte im Studienablauf.

Wie verhielt sich nun Kowalewski?
Tatsache ist: Am 1.5.1933 wurde Kowalewski - wie gleichzeitig mit ihm eine Anzahl weiterer Angehöriger des Lehrkörpers der TH Dresden - Mitglied der NSDAP [(7)]. Vielleicht trieben ihn Resignation und eine gewisse Hilflosigkeit gegenüber den sich überstürzenden Ereignissen zu diesem Schritt, vielleicht die Furcht eines nicht mehr kämpfen wollenden alternden Menschen.
Oder sein Schritt bedeutete die Flucht nach vorn:

Bedenken wir doch, daß unter den Verfechtern der „deutschen Physik" schon Forderungen laut wurden, „die Statthalter des Judentums im deutschen Geistesleben" müßten „ebenso verschwinden wie die Juden selbst" [(16), 103].
Als James Franck (Göttingen) am 17.4.33 in einem Brief an den Preußischen Wissenschaftsminister seinen Rücktritt erklärte mit der Begründung: „Der Entschluß ist mir innere Notwendigkeit wegen der Einstellung der Regierung dem deutschen Judentum gegenüber", hatte sein Protest keinesfalls die von ihm erhoffte Signalwirkung, sondern eine breite Phalanx Göttinger Professoren bezog öffentlich Stellung gegen ihn [(16)], 103].
An der TH Dresden wurde gleich Anfang 1933 gegen den Physiker (und Juden) Dember gehetzt, mit Anschlägen der Studentenschaft am Schandpfahl und Vorlesungsboykott [(11)].
Nicht alle hatten vergessen, daß Kowalewski Dember zur Nachfolge auf dem Lehrstuhl von Prof. Hallwachs verholfen hatte.Einen Angriffspunkt konnten nun auch die Vorlesungen bieten, die Kowalewski und andere Mathematiker der TH Dresden über die mathematischen Grundlagen einer nun als „undeutsch" diskreditierten Physik gehalten hatten. (Noch 1931/32 hatte Privatdozent Kneschke eine „Einführung in die Relativitätstheorie" gegeben.) Mußte Kowalewski nicht befürchten, auch als einer der „Statthalter des Judentums im deutschen Geistesleben" entlarvt zu werden?
Kowalewskis Beweggründe mögen dahingestellt sein, die Tatsache bleibt:
Kowaleaski war Mitglied der NSDAP.
Übrigens war Anfang 1935 von den ordentlichen Professoren, den planmäßigen außerordentlichen Professoren und den Honorarprofessoren der TH Dresden jeder fünfte bereits Mitglied der NSDAP (darunter waren auch alte Kämpfer der Bewegung), von den nichtplanmäßigen außerordentlichen Professoren und Privatdozenten waren es sogar 40% [(7)]!
Am 1.4.1935 wurde Kowalewski als Rektor der TH Dresden eingesetzt [(5), 332]. Diesen Sachverhalt wollen wir näher beleuchten.
Am 1.1.1934 hatte mit O. Kirschmer erstmals ein Rektor sein Amt angetreten, der nicht gewählt, sondern vom Sächsischen Ministerium für Volksbildung eingesetzt worden war, und zwar

für die Dauer von zwei Jahren [(5), 272, 273, 274, 276]. Doch bereits nach einem Jahr wurde die Bestellung neuer Rektoren nach zentralen Richtlinien durch den Reichsminister für Wissenschaft, Erziehung und Volksbildung, Rust, angeordnet.
An allen deutschen Hochschulen mußte am 15.2.1935 in einer Vollversammlung der Hochschullehrer nach genauen Richtlinien ein Rektorvorschlag erstellt werden [(5), 317, 319]. Im Ergebnis vereinte Kowalewski unter sieben namentlich Vorgeschlagenen die drittgrößte Zahl von Stimmen auf sich. (Vor ihm rangierten die Professoren Kirschmer und Beyer.)
Die Abstimmungsunterlagen mit einer Einschätzung der Kandidaten durch den bisherigen Rektor - über Kowalewski sagte Kirschmer u.a. „er gilt als der Philosoph der Mathematiker" - ging an Dr. Hartnacke, den Sächsischen Minister für Volksbildung [(5), 322-324], der nun seinerseits gegenüber Rust Stellung beziehen mußte. Dr. Hartnacke wollte den Erstplazierten und bisherigen Rektor der TH Dresden, Kirschmer, offensichtlich nicht weiter in seinem Amt belassen. Dafür führte er einige Gründe an [(5),325], die aber wohl mehr Vorwände gewesen sind, besonders wenn man bedenkt, daß die Amtszeit, für die Kirschmer ursprünglich eingesetzt worden war, erst in einem Jahr zu Ende ging. Der wirkliche Grund wird gewesen sein, daß Kirschmer verschiedentlich unliebsam aufgefallen war: So hatte gleich zu Beginn seines Rektorates die von ihm aufgestellte Vorschlagsliste für die Mitglieder des Senates zu Kontroversen mit der Partei geführt. Während Kirschmers Amtszeit fühlte sich die Dozentenschaft verschiedentlich übergangen und ihr Leiter, Dr. Buchholz, beschwerte sich darüber an höchster Stelle. Auch sahen sich einige Vertreter des Senates und der Fakultäten bei Entscheidungsfindungen des Rektors nicht genügend einbezogen [(5), 285-292, 313 u. (4),7,8].
Dr. Hartnacke empfahl dem Reichswissenschaftsminister, den Zweitplazierten, Prof. Beyer, als Rektor einzusetzen. Dieser habe sich zwar niemals politisch betätigt, auch nicht in der NSDAP, doch das träfe - so Hartnacke - auch für die übrigen Vorgeschlagenen zu [(5), 325].
Also: Laut Einschätzung des Sächsischen Volksbildungsministers ist Kowalewski bis Februar 1935 parteipolitisch nicht positiv

aufgefallen; aber immerhin war er - wie übrigens auch Kirschmer - Parteigenosse.
Das und der hohe Stimmenanteil der nplm. a.o. Professoren und Privatdozenten, den Kowalewski auf sich verbuchen konnte (hier hielt er die Spitzenposition vor Kirschmer und Beyer), sollte im Reichswissenschaftsministerium den Ausschlag geben.
Studentkowski, Regierungsrat im Sächsischen Ministerium für Volksbildung, hielt am 8.3.1935 nach einer Besprechung im Reichswissenschaftsministerium nachrichtlich fest, daß für die TH Dresden „die Ernennung von Prof. Kowalewski zum Rektor in Aussicht genommen" worden sei, wenngleich „Übereinstimmung darüber bestand, daß Prof. Kowalewski nicht ohne weiteres als eine scharf profilierte und ausgeprägte Führernatur bezeichnet werden kann" [(5), 329]. Kowalewski wurde also nicht Rektor, weil er sich durch irgendwelche parteipolitischen Aktivitäten besonders empfohlen hätte, sondern als einzig Akzeptabler unter den namentlich Vorgeschlagenen.
Von den Stimmen der Nachwuchswissenschaftler konnte Kowalewski beim Rektorvorschlag vom 15.2.1935 den größten Anteil auf sich verbuchen. Dieses Vertrauen hatte er sich über viele Jahre hinweg erworben. Kowalewski gab seinen Promoventen nicht nur sehr hilfreiche fachliche Anleitung; er setzte sich darüber hinaus stets für das Fortkommen junger, tüchtiger Kollegen ein. Dabei nutzte er seine mannigfachen wissenschaftlichen und persönlichen Kontakte und die Möglichkeiten, die er als Mitglied der Sächsischen Akademie der Wissenschaften und als Mitglied des Beirates wissenschaftlicher Zeitschriften, wie des „Journal für die Reine und Angewandte Mathematik" hatte. Außerdem trug er Personalangelegenheiten, die ihm wichtig waren, durch überzeugende Argumente untermauert, brieflich und in persönlichen Vorsprachen an das Sächsische Ministerium für Volksbildung heran und war ständig bemüht, den Fortgang der Angelegenheiten zu beschleunigen.
Anfang der 20er Jahre setzte sich Kowalewski an der TH Dresden engagiert für die jüdischen Wissenschaftler Dember und Conradi ein - und zwar gegen den Strom latent antisemitischer und deutschnational eingestellter Professoren.
Weniger spektakulär, aber letztlich auch erfolgreich, kümmerte er sich um das Fortkommen der Mathematiker Dr. Wiarda, Dr.

Hösel, Dr. Threlfall, Dr. Seifert , und nicht zuletzt setzte er sich für seine Assistentin Dr. Wiegandt ein, für die er wieder und wieder eine Verlängerung ihrer Dienstzeit buchstäblich erkämpfte [(2),56, 67, 69, 106, 107 u. Briefe vom 21.1.37, 12.2.37, 11.2.38 u.v.a.].

Rust hatte bestimmt, daß die Rektoren mindestens zwei und höchstens drei Jahre im Amt bleiben sollten. Kowalewski wurde nach knapp zwei Jahren bereits durch eine „ausgeprägtere Führernatur" abgelöst, durch Prof. Jost aus der Hochbau - Abteilung, der sich dann allerdings ebenfalls als nicht ganz „pflegeleicht" erwies [(5), 351-353 u.a.].
Als Rektor verstand sich Kowalewski keinesfalls nur als ausführendes Organ. Er behielt sich das Recht vor, auch ohne Auftrag Vorschläge einzureichen, kritische Bemerkungen im Ministerium anzubringen und bisweilen recht unkonventionell zu handeln (letzteres z.B. bei der Art der Einbeziehung des Leiters der Dozentenschaft im Vorfeld von Berufungen [(4),24-27]).
So setzte er sich dafür ein, daß die TH Dresden den Status einer Grenzlandhochschule bekäme. Das hätte einige Vorteile gebracht, unter anderem die Aufhebung der Studentenhöchstzahl von 1300 für die TH. Vielleicht sah Kowalewski darin eine Chance, den Niedergang der TH zu stoppen. Dieser Vorschlag Kowalewskis wurde zurückgewiesen [(3), 235].
Schließlich hatte die nationalsozialistische Regierung Pläne, nach deren Realisierung Dresden eben nicht mehr im Grenzland lag, - und Kowalewski hatte sich mit seinem Vorschlag keinesfalls als weitblickender Parteigenosse erwiesen.
Die Ausgliederung der akademischen Lehrerbildung aus der TH Dresden suchte Kowalewski zu verhindern. So hielt Studentkowski am 5.10.1934 über eine persönliche Vorsprache Kowalewskis im Ministerium für Volksbildung nachrichtlich u.a. fest, daß Kowalewski meinte, „die Ersparnisse, die das Ministerium sich von der Einziehung des (Praktisch-pädagogischen) Seminars (an der TU Dresden) verspreche, seien doch äußerst gering und würden....vom Minister überschätzt" [(2), 34].
Der Reichsstatthalter Mutschmann, der im März 1935 die Regierung in Sachsen übernommen hatte, erwartete unbedingten

Gehorsam und striktes Befolgen des Führerprinzips und keine unaufgeforderten Vorschläge und Ähnliches.
Kowalewski hat dem Mutschmannschen Ideal nicht entsprochen, und einiges spricht - aktenkundlich - dafür, daß er bei Mutschmann in Ungnade gefallen ist und dieser seine Ablösung als Rektor wünschte [u.a. (4), 48].

Bis Februar 1937 war Kowalewski Rektor. Danach hatte er nun wieder mehr Zeit zur wissenschaftlichen Arbeit: 1937 noch erschien das Büchlein „Magische Quadrate und magische Parkette". 1938 erschienen seine Bücher „Grundbegriffe und Hauptsätze der höheren Mathematik", insbesondere für Ingenieure und Naturforscher gedacht, und „Große Mathematiker". Das letztgenannte erlebte bereits 1939 die zweite Auflage.

Ende April 1938 wird Kowalewski beurlaubt [(8), 3]. Das scheint für die Hochschule überraschend gekommen zu sein: Wenige Tage vorher noch hatten der Vorstand der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Abteilung, der Leiter der Dozentenschaft Prof. Beck (in Personalunion war er - wie generell angeordnet - auch Führer des örtlichen Dozentenbundes, und außerdem war er Stellvertreter des Rektors der TH) und der Rektor der TH, Prof. Jost, selber einen erneuten Antrag von Kowalewski auf Verlängerung der Dienstzeit seiner Assistentin Dr. Wiegandt unterstützt und insbesondere auch darauf hingewiesen, daß es Kowalewski in den wenigen Tagen bis zum Beginn des Semesters nicht mehr möglich sei, einen gleichwertigen Ersatz zu finden [(2), Brief vom 11.2.38].

Der Rechnungshof des Deutschen Reiches hatte Anfang 1938 die Überprüfung des Rechnungsjahres 1936 der TH abgeschlossen. Dabei waren Unregelmäßigkeiten in der Kassenverwaltung festgestellt worden, die in die Zeit des Rektorats von Kowalewski fielen [(5), 370].
Gegen Kowalewski wurden ein Strafverfahren wegen Untreue und ein Dienststrafverfahren eingeleitet.
Nach seinem Freispruch wurde er sofort vom Reichswissenschaftsminister mit Erlaß vom 9.9.1939 ab

11.9.1939 mit der Vertretung einer ordentlichen Professur an der Deutschen Universität in Prag beauftragt [(8), 1, 2, 4].

Mutschmann beantragte die Revision des Urteils und Neuverhandlung.
Daran hielt er fest, obwohl sowohl im Reichswissenschaftsministerium (von Dr. Dames [(8), 24]) als auch vom Generalstaatsanwalt in Dresden [(8), 31] die Auffassung vertreten wurde, daß die Strafsache Kowalewski nicht so schwerwiegend sei und sie eigentlich den Aufwand nicht lohne, da sie - wenn nicht zum Freispruch - doch höchstens zu einem Strafmaß führen könnte, das unter die Amnestie fiele.
Mutschmann hielt an seiner Absicht fest [(8), 31]. Das Hin und Her ging bis 1942.
Kowalewaski muß sehr gelitten haben, 1941 erkrankte er [(8), 32].
Am 12.6.1942 wurde vor dem Reichsgericht das Urteil in der Strafsache Kowalewski verkündet. Daraufhin wurde das gegen Kowalewski eingeleitete förmliche Dienststrafverfahren auf Grund des Gnadenerlasses des Führers für Beamte vom 21.10.1939 eingestellt [(8), 50]. Nun erst wurde Kowalewski nach Prag berufen (bis dahin hatte er lediglich vertreten), und zwar per 1.5.1942 rückwirkend [(8), Brief vom 21.9.42].
Sein Lehrstuhl in Dresden wurde damit frei. Auf ihn wurde zum 1.10.1942 Franz Rellich (aus Graz gebürtig) berufen, der Kowalewski in Dresden seit dem Sommersemester 1939 vertreten hatte [(8), 9, 10, 55, 56].

Quellenverzeichnis:

Vorbemerkung: Quellenverweise im Text erfolgen in der Regel in der Form „(x)" oder „(x ; y_1 , y_2 ,...,y_n), wobei x die Nummer einer der im Folgenden angeführten Quellen ist und die y die Blattnummern in der Akte x bezeichnen bzw. die Seitenzahl, wenn auf ein Buch verwiesen wird. Von dieser Regel wird nur abgewichen, wenn auf ein unnummeriertes Blatt einer Akte verwiesen wird.

Aus dem Sächsischen Hauptstaatsarchiv Dresden, Akten des Ministeriums für Volksbildung:

1. Nr. 15748
2. Nr. 15617
3. Nr. 15295
4. Nr. 15272
5. Nr. 15542
6. Nr. 15528
7. Nr. 15303
8. Nr. 15582
9. Nr. 15631
10. Nr. 15271

Aus dem Archiv der Technischen Universität Dresden:

11. Professorenkatalog und Sammlung dazu
12. Personal- und Vorlesungsverzeichnisse der Jahre 1920 - 1945
13. Jahresberichte der TH Dresden

Bücher:

14. G. Kowalewski: Bestand und Wandel, 1950
15. G. Kowalewski: Mathematica delectans (1. Boss-Puzzle und verwandte Spiele), 1921; Vorwort
16. H.-G. Bigalke: Heinrich Heesch, 1988

Dr. Waltraud Voss
Tanneberger Weg 10
D - 01169 Dresden

Bertrand Russell and the writing of *The principles of mathematics* (1903)

I. Grattan-Guinness Wednesday, December 13, 1995

In his reminiscences Russell tells us that during the autumn of 1900 he wrote a book manuscript at great speed, which formed the substance of *The principles of mathematics,* published in 1903; in the intervening period some revision was carried out, especially on two the opening Parts and the last one. However, he told his former student Philip Jourdain a different story in April 1910:

> During September 1900 I invented my Logic of Relations; early in October I wrote the article that appeared in RdM VII 2--3 [Peano's journal *Revue des mathématiques*]; during the rest of the year I wrote Parts III-VI of my *Principles* (Part VII is largely earlier, Parts I and II wholly later, May 1902) [...]

Russell received back the manuscript from the Press after publication, and kept it in his files. Like this recollection, this heterogeneous text suggests a different story from the well-known story. One reason is that he transferred into it some folios from the previous manuscript, dating from 1899-1900 and called 'Principles of mathematics'. But the main explanation is the chronology of the writing, which follows this order of Parts: 3-4-5-6-1-2-1 again-7. Further, the first two Parts were referred to only in general ways in the later ones; in particular, a mention in Part 5 that 'irrationals could not be treated in Part II' (p. 278) refers to 'I or II' in the manuscript, and in a similar remark four pages later 'I' was altered to 'II' for publication. In addition, unlike the other three Parts, in the manuscript of Parts 3-6 the chapters are numbered from 1 onwards in each Part instead of the consecutive system that was printed (numbers 19-52); the texts are not divided into the numbered articles printed (149-436); and there are no printers' markings. It seems likely that another version of them was prepared (probably a typescript), which he and the printer used.

These elements of evidence suggest two surprises: *that Parts 1 and 2 did not exist at all in 1900,* at least not beyond sketch form: they were written perhaps in the summer of 1901; and *that the book conceived in 1900 did not advocate logicism:* he came to that position only around January 1901. These hypotheses, and study of the manuscript of the book and pertinent letters and diaries, suggest this scenario:

1) In the autumn of 1900 Russell was sure that the mathematical logic developed by Giuseppe Peano and his school of followers, which he had discovered in August, was important for his philosophical ambitions for mathematics, including the central role given to Cantor's set theory. Thus it could provide Parts 1 and 2 of his book with the grounding that he had been seeking; however, a logic of relations had to be introduced. He also followed the Peanists in maintaining some distinction between mathematics and logic, although he was not sure what or where it was, especially regarding set theory. So he re-wrote Parts 3-6 of 'Principles' to try clarify things: Part 5, on infinity and continuity, was especially pertinent.

2) In the new year, 1901, he envisioned a solution to his demarcation problem between mathematics and logic: the distinction did not exist. Instead, *pure* mathematics, *not* mathematics, was contained in Peanesque logic, where the word 'pure' carried his non-standard sense referring to logical form 'p implies q', with p and q as propositions. In other words, he became a logicist during the writing of the book, not before it. However, he did not yet have a detailed conception of this logic, apart from the need for relations, which he quickly sketched out; still awaiting clarity were the constants and indefinables, and the exact status of set theory.

3) In January, and definitively in May, he rethought a discussion in Part 5 of Cantor's diagonal argument, and thereby found his famous paradox of set theory.

4) Around the same time he thought out more clearly the basic notions of his logic, and thereby refined logicism. The notion of variable was crucial, for Part 1 carried 'The Variable' as its new title. However, propositional functions and quantification still remained rather in the shadows. Part 2 on 'Number' was also written, including the definition of cardinal integers as classes of classes, basic for arithmetic and therefore for logicism.

5) By the spring of 1902 Part 1 could be developed further; the prominence of the variable was tempered by deeper consideration of propositional functions, so that the Part was now called 'The indefinables of mathematics'. Despite the presence of the paradox, logicism could still be stated, in more detail, and the book readied for publication by further referencing and changes and two new appendices, one on Frege's work (which he studied in detail for the first time in 1902), and the other giving his initial attempt to solve the paradox. As he saw, however, it was unsuccessful; years of hard work loomed ahead, not least on this book manuscript.

TEILNEHMER

* CHRISTA BINDER 31
Dr., Inst. für Techn. Math., Techn. Univ. Wien, Wiedner Hauptstr. 8-10/1141, A-1040 Wien, Österreich

* MILOŠ ĆANAK 63, 94
Prof. Dr., Brzakova 4, YU-11000 Belgrad, Jugoslawien

LUDWIG DANZER
Prof. Dr., Stortsweg 9, D-44227 Dortmund, Deutschland

* GERLINDE FAUSTMANN 69
Dr. Mag., Kaisersteing. 6, A-2700 Wiener Neustadt

EMIL FELLMANN
Dr., Arnold Böcklinstr. 37, CH-4051 Basel, Schweiz

MENSO FOLKERTS
Prof. Dr., Inst. für Gesch. der Naturwiss., Univ. München, Deutsches Museum, D-80306 München, Deutschland

* JAROSLAV FOLTA
Dr., Narodni Technicke Museum, Kosteini 42, CS-17078 Praha 7, Tschechien

WILHELM FRANK
Prof. Dr., Custozzag. 13/7, A-1030 Wien, Österreich

* IVOR GRATTAN-GUINNESS 159
Prof. Dr., Mathematics, Middlesex, R.V. 43 St. Leonard's Road, GB-SG143JW Bengeo, Herts

* PETER L. GRIFFITHS 58
41 Gloucester Place, London W1H 3PD U.K.

* DETLEF GRONAU 37
Prof. Dr., Inst. für Math., Univ. Graz, Heinrichstr. 36, A-8010 Graz, Österreich

* HARALD GROPP 21
Mühlingstr. 19, D-69121 Heidelberg, Deutschland

* MARIA GRUBER 47
Mag., Löbersdorferstr. 7, A-3382 Loosdorf, Österreich

* EDMUND HLAWKA 33, 118
Prof. Dr., Inst. für Techn. Math., Techn. Univ. Wien, Wiedner Hauptstr. 8-10/1141, A-1040 Wien, Österreich

HANS HOFER
Dr., Serviteng. 24/22, A-1090 Wien, Österreich

ROBERT INEICHEN
Prof. Dr., chemin de l'Aurore 1, CH-1723 Marly

* HANS KAISER 123
Prof. Dr., Inst. f. Algebra, TU Wien, Wiedner Hauptstr. 8-10/118, A-1040 Wien, Österreich

* DETLEF LAUGWITZ 127
Prof. Dr., Ahornweg 23, D-64367 Mühltal, Deutschland

* JASNA MADJAREVIĆ 14, 81
Dr., Ul. Partizanska br. 27/II, Vidirovac, YU-11000 Belgrad, Jugoslawien

* PIETER MARITZ 116
Department of Mathematics, University of Stellenbosch Stellenbosch, 7600, South Africa

RITA MEYER-SPASCHE
Dr., MPI für Plasmaphysik, D-85748 Garching, Deutschland

* SERGIO NOBRE 132
Dep. Matematica-UNESP, C.P.178, 13500-230 Rio Claro SP Brasilien

* VOLKER PECKHAUS 142
Dr., Inst. f. Phil. Univ. Erlangen, Bismarckstr 1, D 91054 Erlangen, Deutschland

* MARKO RAZPET 108
Dr., Pedagoska fakulteta, Kardeljeva ploscad 16, SL-61000 Laibach, Slowenien

* NADA RAZPET 85
Prof., Board of Education and Sport, Ministry of Education and Sport, Poljanska 28, SL-61000 Laibach, Slowenien

* MICHAEL VON RENTELN 113
Prof. Dr., Math. Inst. I, Univ. Karlsruhe, Englerstr. 2, D-76131 Karlsruhe, Deutschland

* HERWIG SÄCKL
Dr., Gymnasium, Aschenbrennerstr. 10, D-92331 Parsberg, Deutschland

* KARL-HEINZ SCHLOTE 1
Dr., Eli-Wiesel-Str. 55, D-04600 Altenburg, Deutschland

PETER SCHMITT
Doz. Dr., Inst. für Math., Univ. Wien, Strudlhofg. 4, A-1090 Wien, Österreich

* GEORG SCHUPPENER 52
Dr., Karl-Sudhoff-Inst., Univ. Leipzig, Franckestr. 1 D-04318 Leipzig, Deutschland

* CIRCE MARY SILVA DA SILVA 7
Rua Amelia Tartuce, Nasser No 425, app 203 Jardim da Penha, CEP: 29065-020 Vitoria, ES, Brasilien

* RENATE TOBIES 88
Doz. Dr., Kienbergstr. 14, D-126849 Berlin, Deutschland

* MICHAEL TOEPELL 16
Prof. Dr., Junkerstr. 33, D-80689 München, Deutschland

* PETER ULLRICH 101
Dr., Math. Inst., Univ. Münster, Einsteinstr. 62, D-48149 Münster, Deutschland

* ANNETTE VOGT 26
Dr., Varnhagenstr. 14, D-10439 Berlin, Deutschland

* WALTRAUD VOSS 146
Dr., Tanneberger Weg 10, D-01169 Dresden, Deutschland

HANS WUSSING
Prof. Dr., Braunschweigerstr. 39, D-04157 Leipzig, Deutschland

Binder: cbinder@email.tuwien.ac.at

Grattan-Guinness: ivor2@mdx.ac.uk

Gronau: gronau@balu.kfunigraz.ac.at

Gropp: D12Z@vm.urz.uni-heidelberg.de

Peckhaus: vrpeckh@phil.uni-erlangen.de

Maritz: pm@matics.sun.ac.za

Meyer-Sparche: rim@ipp-garching.mpg.de

Razpet: marko.razpet@uni.lj.si

Schmitt: schmitt@nelly.univie.ac.at

Schuppener: schuppener@mathematik.uni-leipzig.d400.de

Silva da Silva: circe@cce.ufes.br

Toepell: toepell@rz.mathemaik.uni-muenchen.de

Ullrich: ullricp@math.uni-muenster.de

Vogt: vogt@mailmac.mpiwg-berlin.mpg.de

Voss: voss@math.tu-dresden.de