

# МАТЕМАТИКА В ШКОЛЕ

№ 1  
ЯНВАРЬ — ФЕВРАЛЬ  
1961 г.

МЕТОДИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗНАНИЯ МОЛОДЕЖИ!

*А. И. МАРКУШЕВИЧ,*

первый заместитель министра просвещения РСФСР

Никогда еще, пожалуй, за всю историю школы и просвещения права математики на одну из первых ролей в общем образовании не получали столь широкого признания во всех странах, как в наши дни. В этом отношении советской школе не пришлось пересматривать своих позиций: она всегда предоставляла этому предмету достойное место. Что касается многих зарубежных стран, то там математике долгое время придавалось главным образом формальное значение, значение своего рода оселка для оттачивания умственных способностей учащихся. Но если речь идет только об этом, то в качестве такого оселка вполне пригодны, например, латинская или греческая грамматика. Старинный спор о сравнительных достоинствах классического и реального образования может продолжаться до бесконечности, если не привлекать в качестве аргумента в пользу математики ее значения как науки, изучающей наиболее общие стороны и явления действительности, а именно: количественные и пространственные отношения. Правда, для такой постановки вопроса нужна материалистическая идеология. Что же касается буржуазных ученых, то они не перестают повторять: «положения чистой математики не говорят ничего о действительности» (А. Гейтинг), «математика не находится в тесной связи с материальным миром или физической действительностью, если только вообще эта связь существует» (М. Стоун). Однако развитие науки и техники последних десятилетий пробивает новые бреши в цитадели идеализма. Достаточно напомнить о современных счетных машинах, открывающих поистине неограниченные возможности для применения математических методов, не находивших ранее выхода из-за колоссального количества требуемых ими выкладок.

И вот триумф математики в познании действительности празднуется в движении искусственных межконтинентальных ракет и снарядов, в долгосрочных прогнозах погоды, расчетах плотин и других гигантских сооружений современной техники, в проникновении в тончайшие особенности строения вещества и сложнейшие проблемы экономического планирования.

Даже в лингвистику, которая в течение столетий оставалась убедительным примером науки, в которую можно свободно входить, не зная математики (вспомните в противовес этому легендарную надпись на Платоновской академии: «Не знающий математику, сюда да не входит»), даже в нее начинают проникать методы теории вероятностей и теории информации!

Не удивительно, что в этих условиях в такой капиталистической стране, как США, где математика остается еще предметом свободного выбора в старших классах школы, проявляется все большая озабоченность о математическом образовании молодежи. И можно поручиться, что теперь речь идет уже не только и не столько об оттачивании умственных способностей, сколько о серьезных практических знаниях, необходимых для дальнейшего прогресса науки и техники.

Советская школа имеет определенные, получившие мировое признание достижения в преподавании математики. Они выражены и в учебном плане, уделяющем занятиям по математике круглым числом по часу ежедневно на протяжении всего обучения, и в программах, в которых хорошо отобран и расположен в определенной системе необходимый материал, в методах сообщения, закрепления, повторения и проверки знаний и навыков, в развернутой внеклассной и внешкольной работе.

Ясно, что в условиях проводимой ныне перестройки советской школы эти достижения должны быть сохранены и умножены.

Залогом успеха является высокая квалификация большинства работающих в школе учителей математики, среди которых немало подлинных мастеров своего дела. Большие возможности для общего роста математической культуры населения нашей страны открывает переход от семилетнего к восьмилетнему всеобщему обучению. Замена семилетней школы восьмилетней позволяет придать основному курсу математики большую завершенность и полноту, включить в него сведения и навыки, нужные и для практической деятельности и для продолжения образования.

В программе по математике восьмилетней школы уделяется большее внимание, чем в существующих программах, выработке прочных навыков действий с десятичными дробями и простейших приближенных вычислений, впервые в практике нашей школы на этой ступени обучения вводится освоение счетной (логарифмической) линейки. Курс алгебры содержит круг сведений и навыков, относящихся к операциям над целыми и дробными рациональными функциями, их графикам (в простейших случаях) и уравнениям первой и второй степени.

В геометрию включаются важнейшие сведения о пространственных фигурах, столь существенные для сознательного выполнения разнообразных трудовых операций, и знакомство с тригонометрическими функциями острого угла. При этом курс математики обогащается сравнительно с нынешним курсом семилетней школы. В то же время он доступнее и легче курса, соответствующего 8 классам десятилетней школы. Это достигается главным образом благодаря тому, что некоторые трудные для учащихся вопросы либо даются в облегченном виде, либо полностью переносятся в старшие классы. Так обстоит дело, например, с темой «Степени и корни», доставляющей немало огорчений нынешним восьмиклассникам: от нее в новой программе остается только изучение квадратных корней.

Существенная трудность в разработке программ по математике для IX—XI классов заключалась в том, чтобы правильно сочетать интересы всей молодежи, получающей законченное среднее образование, которой математика нужна и как рабочий инструмент и как весьма важная составная часть их общей культуры, с интересами той количественно меньшей части молодежи,

которой, кроме того, предстоит еще и сдача вступительного экзамена по математике в специальные высшие учебные заведения. Естественно, что эти интересы не полностью совпадают. В некоторых вопросах, важных для общего образования (например, знакомство с элементами математического анализа), специальные высшие учебные заведения недостаточно заинтересованы, так как они могут взять на себя более основательное преподавание этих вопросов; беда в том, что тогда они будут достоянием сравнительно немногих. С другой стороны, те же вузы сами не хотят тратить времени, например, на проработку обратных тригонометрических функций или биннома Ньютона, хотя уровень и качество общего образования не претерпели бы заметного изменения, если бы эти вопросы были исключены из программы средней школы.

В результате длительной работы, в которой принимали участие учителя, методисты, профессора и доценты педагогических институтов, университетов и высших технических учебных заведений, удалось получить приемлемое решение этой сложной проблемы. Программа по математике для старших классов средней школы, утвержденная Министерством просвещения РСФСР в октябре 1960 года, позволяет сделать шаг вперед в деле математического образования нашей молодежи. В принятой программе новыми для нашей средней школы являются сведения о векторах и простейших операциях над ними, гармонических колебаниях, производной и ее применениях. Всё это — математические инструменты, необходимые для изучения направленных величин, колебательных явлений (в частности, явлений переменного тока), для характеристики скорости течения процессов и т. п. Такие сведения отвечают требованию сближения школы с жизнью, с практикой, требованию, которое на старшей ступени среднего образования должно рассматриваться в достаточно широкой перспективе. И, в самом деле, готовя учащихся к жизни, где и в производстве и в быту все большее место начинает занимать современная техника, школа должна вооружать учащихся понятиями и средствами математики, созданными для количественной характеристики основных технических явлений. Конечно, новая программа делает только первый шаг в этом направлении. По-видимому, нужды развития автоматизации потребуют в дальнейшем более радикального пересмотра содержания и структуры школьного курса мате-

матики. Такому пересмотру должна предшествовать серьезная экспериментальная работа, которую предстоит выполнить учителям и методистам совместно с научными работниками математиками.

Но вернемся к новой программе. Существенно изменилась самая структура программы, теперь весь математический материал распределяется только между двумя предметами: алгебра и элементарные функции и геометрия, а не тремя, как прежде (алгебра, геометрия и тригонометрия). Хорошо известно, что содержание учебного предмета, носящего название тригонометрии, складывается из учения о тригонометрических функциях, по сути дела относящегося к математическому анализу, и применений этих функций к выводу некоторых метрических соотношений в геометрии. Но в школьный курс алгебры, помимо собственно алгебраического материала, соответствующего пониманию алгебры как науки об операциях, также включаются некоторые вопросы анализа: ознакомление с понятием функции и ее графика, с элементарными функциями как алгебраическими, так и трансцендентными (показательная, логарифмическая), наконец, знакомство с понятием предела и бесконечного ряда (на примере геометрической прогрессии). При новом развитии этого курса, когда в него входят более основательные сведения о функциях и пределах, включая понятие производной, естественно было присоединить сюда и теорию тригонометрических функций. Это позволило придать большую цельность и стройность всему учению о функциях в курсе средней школы. Конечно, такое присоединение не могло не отразиться на самом названии обогащенного курса; он называется теперь «алгебра и элементарные функции», в точном соответствии со своим содержанием. Что касается метрических соотношений в треугольнике, выражающихся с помощью тригонометрических функций, то их естественное место в курсе геометрии, куда они и отнесены (курс второго полугодия в IX классе). При двух выпускных экзаменах по математике: одному — по алгебре и элементарным функциям и другому — по геометрии, будет обеспечена полная возможность повторения и проверки сведений и навыков, относящихся к тригонометрическим функциям. А это действительно необходимо. Учителя математики и работники высшей школы знают, что за последние годы в связи с отменой выпускного экзамена по тригонометрии внимание к это-

му важному предмету как для теории, так и для применений знаний было ослаблено. Теперь учебный план и программа создают условия для улучшения дела. Вспомним, что о значимости этих знаний для людей любой профессии, и для доярки и для пастуха, упоминал т. Н. С. Хрущев в речи на Всероссийском съезде учителей.

Для осуществления программы учитель будет располагать четырьмя часами в неделю на протяжении трех лет. Уменьшение недельной нагрузки по математике на одну треть (4 часа вместо 6 часов) означает для учащихся снижение напряжения, вызываемого ежедневными уроками по математике. Но учителю придется прилагать больше усилий и педагогического мастерства, чтобы не ослабить эффективности прохождения курса при новом, более медленном темпе его изучения. В этих условиях возможность распределять четыре недельных часа между двумя только, а не между тремя различными учебными предметами дает еще один аргумент в пользу закрепляемого программой изменения структуры всего курса математики.

Обстановка роста и укрепления связи школы с жизнью предъявляют новые, более высокие требования к преподаванию математики в школе. Вместе с тем создаются новые благоприятные условия для дальнейшего совершенствования математических знаний и навыков учащихся, так как существенно расширяется поле выработки и применений этих навыков, значительно обогащается тематика задач, заимствованных из условий производства, практики.

Конечно, само решение задач и упражнений, в которых математический вопрос уже формулирован составителем задачи, является применением математических знаний, и именно эти применения преобладали до последнего времени в нашей школе. Но в производственной обстановке нужно уметь применять математику без посредства составителя задачника или учителя. Поэтому следует научить школьников умению самим вычленять из реальных условий и формулировать математический вопрос. В этом прежде всего и состоят новые, более высокие, чем прежде, требования к учащимся.

Без сомнения, требования эти могут быть удовлетворены только в том случае, когда учащиеся будут обладать достаточно полным запасом сознательных, прочных знаний. Но, кроме того, нужно еще более высокое, чем до сих пор, владение основным математическим методом — методом,

абстракции, отвлечения от всего второстепенного, несущественного, всего того, что не относится к количественной стороне дела. Ведь, пока эта количественная сторона не будет обнажена, до тех пор не обнаружится и возможность для применения математики. Вот почему принципиально неправы те, кто, справедливо выступая за ответственность и применимость математических знаний, полагает, что цели можно достигнуть, минуя абстрактный математический метод. Необходимо помнить также, что после того, как практическая задача переведена на язык математики, нужно уметь ее разрешать. А для этого необходимо хорошее владение навыками в вычислениях и формальных преобразованиях, а также навыками математических доказательств, что достигается только путем систематической тренировки в решении большого количества разнообразных, специально подобранных упражнений, от каждого из которых в отдельности, конечно, нет основания требовать особой «производственной направленности». Преподавание математики в новых условиях требует от учителя большого мастерства. Можно было бы назвать немало учителей, которые добиваются успехов в связи обучения с производительным трудом учащихся, раскрытия роли математики на производстве. Во всех конкретных случаях успех зависит от творческой работы учителя, от его математической культуры. Однако в работе учителей математики ряда школ имеются серьезные недочеты. Состояние качества знаний учащихся многих школ по математике внушает серьезное беспокойство. Значительная часть учащихся еще не получает необходимых знаний как по теории, так и в решении примеров и задач, в применении математики на практике. Серьезные недостатки имеются в развитии вычислительных навыков учащихся, особенно в устном счете и в правильном и целесообразном округлении данных и результатов действий. Многие учащиеся затрудняются в получении необходимой на практике точности результатов. Недостатки в вычислительной технике учащихся часто сохраняются от младших классов до выхода из стен школы. У ряда учащихся недостаточно развито пространственное представление. Изучение математики без использования наглядности, без разнообразных и интересных применений к вопросам жизни, практики мешает развитию логического мышления учащихся, снижает уровень их математической подготовки.

Наша школа вступила в новый период

своего развития. Наряду с совершенствованием методов обучения, борьбой за большую эффективность каждого урока необходимо проведение и других мероприятий, которые повышают интерес учащихся к математике, раскрывают огромное значение математики в жизни, в настоящем и ближайшем будущем нашего общества.

В этом плане следует приветствовать начин передовых деятелей высшей школы, начавших движение по организации на общественных началах так называемых юношеских математических школ. Занятия в этих школах, ставящих целью расширение и углубление математических знаний учащихся, выявление и развитие математических способностей молодежи, проводятся без отрыва от основной школы. Большое будущее принадлежит тем школам, где в порядке производственного обучения учащиеся готовятся к специфическим математическим профессиям (напр., профессии лаборанта-вычислителя или программиста).

Серьезное значение в решении поставленных задач имеет организация математических олимпиад. Математические олимпиады проводятся во многих городах нашей Родины. Они возбуждают интерес учащихся к занятиям математикой, помогают выявить юные математические таланты, помогают развитию дарований юных математиков. В 1960 году впервые в нашей стране в Москве была проведена математическая олимпиада с участием победителей олимпиад многих городов и областей РСФСР и союзных республик. В дальнейшем такие олимпиады должны проводиться систематически и в еще более широких масштабах. Необходимо, чтобы им предшествовали школьные соревнования учащихся по математике на личное первенство и первенство класса. Эти соревнования готовятся каждым учителем математики и руководством школ в первую очередь через развитие сети математических кружков. Соревнования юных математиков должны найти широкую поддержку общественности.

Нет сомнения, что перестройка системы народного образования, осуществление проводимых и намеченных к проведению мероприятий позволит значительно поднять уровень математической подготовки учащихся школы, позволит добиться того уровня математической подготовки учащихся, который соответствует значению математики в современном производстве, науке и технике. В основу статьи положена заметка «На переднем крае науки», Учительская газета, № 62, 1960 г.

# ПРОГРАММА

## СРЕДНЕЙ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ТРУДОВОЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОЙ ШКОЛЫ С ПРОИЗВОДСТВЕННЫМ ОБУЧЕНИЕМ

### МАТЕМАТИКА

#### Объяснительная записка

В средней общеобразовательной трудовой политехнической школе с производственным обучением завершается изучение курса элементарной математики. Преподавание математики в старших классах имеет целью достижение такого уровня математического развития, а также знаний, умений и навыков учащихся, который необходим для их подготовки к практической деятельности в условиях современного производства, для изучения на достаточно высоком уровне смежных школьных дисциплин (физика, черчение, химия и др.) и продолжения образования в высшей школе. Важной задачей, которая разрешается в процессе всего преподавания математики, является формирование коммунистического мировоззрения и коммунистического отношения к труду.

Осуществление связи преподавания математики с жизнью в программе обеспечивается отбором материала, способствующего овладению количественными и пространственными закономерностями науки и техники, богатого различными практическими приложениями. Овладение этим материалом наряду с обеспечением достаточно высокого уровня математической культуры учащихся позволит выработать систему умений и навыков, необходимых для практической деятельности по окончании школы. Производственное обучение дает, как правило, богатый материал для постановки математических вопросов и использования математических навыков учащихся. Учитель должен вникать в существо процессов, которыми овладевают учащиеся с тем, чтобы надлежащим образом подобранными вопросами,

упражнениями и задачами обеспечить живую связь между изучением математики и производительным трудом учащихся.

В средней школе, как и в восьмилетней, максимальное развитие получают методы преподавания, стимулирующие активность учащихся, содействующие повышению у них интереса к изучению математики и сознательному усвоению ими математических знаний. Систематическое внимание со стороны учителя должно быть проявлено к развитию у учащихся навыков самостоятельной работы; учащиеся, оканчивающие среднюю школу, должны получить прочные навыки работы с книгой, со справочниками, таблицами и графиками.

В старших классах продолжается работа по развитию логического мышления учащихся. Учащиеся овладевают не только отдельными приемами доказательств, но и получают представление о дедуктивном характере построения математики и знакомятся с общими идеями и методами математики (учение о числе, функциональная зависимость и геометрические преобразования, графические методы, векторы, измерение геометрических величин и др.), имеющими большое общеобразовательное и прикладное значение.

Изучение нового материала необходимо сочетать с правильной организацией обобщения и повторения пройденного.

Программа по математике оставляет широкие возможности для выбора различных методических путей и приемов в изложении конкретного материала, в распределении учебного времени в рамках одного класса.

Общему подъему математической подготовки учащихся должна оказать помощь умелая организация внеклассной работы. В порядке кружковой работы можно изучить материал, который будет полезен

для более глубокого понимания отдельных вопросов производственного обучения и успешной работы учащихся на предприятиях. Серьезное внимание должно быть уделено развитию математических способностей учащихся, проявляющих повышенный интерес к изучению математики.

Курс математики IX—XI классов состоит из двух предметов, изучаемых параллельно:

- 1) алгебра и элементарные функции и
- 2) геометрия.

Ниже даются основные указания о работе по каждому из этих предметов.

### Алгебра и элементарные функции

Курс «Алгебра и элементарные функции» средней школы включает:

- а) дальнейшее изучение алгебраических операций и уравнений;
- б) расширение понятия числа;
- в) изучение основных элементарных функций и их графиков, а также некоторых понятий математического анализа (предел, производная).

Первая тема курса начинается с решения уравнений первой степени, в том числе уравнений с буквенными коэффициентами. При этом должен быть выяснен вопрос о существовании и числе решений уравнения  $ax=b$  в случаях, когда  $a \neq 0$ ,  $a=0$  и  $b \neq 0$ ,  $a=b=0$ .

Далее учащиеся знакомятся с неравенствами. Доказательство неравенств и решение неравенств первой степени проводится на основе предварительно рассмотренных свойств числовых неравенств. Наряду с другими упражнениями, связанными с неравенствами, рассматриваются также примеры оценки точности результатов приближенных вычислений.

Заключительные вопросы темы посвящаются решению системы линейных уравнений как с числовыми, так и с буквенными коэффициентами. Исследование систем иллюстрируется графически.

Вторая тема курса, посвященная в основном квадратным уравнениям и связанным с ними вопросам, начинается с ознакомления учащихся с понятием действительного числа. К этому понятию приводит рассмотрение десятичного измерения отрезков с любой желаемой точностью; иррациональное число определяется как бесконечная непериодическая десятичная дробь. После введения понятия об иррациональном числе показывается, что к иррациональным числам приводят и некоторые чисто алгебраические задачи; в качестве примера рассмат-

ривается задача отыскания положительного корня уравнения  $x^2=2$ . При помощи наглядных соображений устанавливается, что каждому действительному числу соответствует точка числовой оси; тем самым устанавливается взаимно однозначное соответствие между действительными числами и точками числовой оси.

Приобретенные в восьмилетней школе навыки в решении квадратных уравнений закрепляются и расширяются в IX классе путем решения и исследования квадратных уравнений не только с числовыми, но и с буквенными коэффициентами, а также некоторых уравнений и систем уравнений, приводимых к квадратным. Причины появления посторонних корней при решении иррациональных уравнений разъясняются на примерах. Во всех вопросах, связанных с квадратными уравнениями и неравенствами, следует широко привлекать графические иллюстрации.

При изучении двух первых тем курса систематически решаются задачи на составление уравнений и систем уравнений первой и второй степени (в том числе задачи с физическим содержанием). Решение задач на исследование уравнений может быть ограничено задачами, содержащими один параметр.

В теме «Степень с рациональным показателем. Степенная функция» сначала устанавливаются основные свойства степени с натуральным показателем, которые после введения соответствующих определений распространяются на степень с дробным и отрицательным показателем. Здесь должно быть выявлено, какие предложения являются определениями, а какие подлежат доказательству. Фактическое проведение доказательств свойств степени может быть ограничено немногими случаями, достаточными для уяснения учащимися общей идеи всех доказательств.

Навыки действий над радикалами (сложение, вычитание, умножение и деление радикалов, приведение к рациональному виду одночленных и двучленных числителей или знаменателей дробей) ограничиваются квадратными радикалами. Преобразования остальных иррациональных выражений рассматриваются лишь в качестве применения свойств степени с дробным показателем. Следует практиковать упражнения в вычислении приближенных значений иррациональных выражений.

Параллельно с расширением понятия степени рассматриваются примеры соответ-

ствующих степенных функций (частично уже известных учащимся) и их графики.

Изучение трансцендентных функций в курсе «Алгебра и элементарные функции» начинается с изучения тригонометрических функций. Изложение строится на основе изученных к этому времени в курсе геометрии свойств векторов. По отношению к тригонометрическим функциям должны быть рассмотрены их знаки, промежутки возрастания и убывания, наибольшие и наименьшие значения, четность и нечетность, периодичность. Все рассматриваемые свойства тригонометрических функций иллюстрируются на их графиках.

В конце курса IX класса устанавливаются общие выражения тех значений аргумента, которым соответствует данное значение тригонометрической функции. Эти общие выражения записываются через главные значения аргумента, для которых вводятся обозначения:  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$ ,  $\operatorname{arctg} x$ ,  $\operatorname{arccotg} x$ .

В X классе перед изучением гармонического колебания рассматриваются простейшие преобразования графиков тригонометрических функций: перенос в направлении оси абсцисс и сжатие (растяжение) относительно осей координат. При рассмотрении гармонического колебания выясняется физический смысл его параметров, амплитуда, частота, начальная фаза.

Упражнения в тождественных преобразованиях тригонометрических функций и в решении тригонометрических уравнений проводятся на протяжении всего изучения тригонометрических функций.

В теме «Числовые последовательности» учащиеся знакомятся с понятием предела. Введение этого понятия должно сопровождаться рассмотрением достаточного числа примеров. Пределы и их основные свойства получают применение для определения длины окружности и площади круга. В порядке обобщения вопроса о длине окружности и площади круга учащимся можно дать понятие об определении длины плоской кривой и площади криволинейной фигуры.

При изучении темы «Показательная и логарифмическая функции» учащиеся должны познакомиться с примерами зависимости, выраженных показательной функцией (например, радиоактивный распад, изменение атмосферного давления с высотой и т. п.). В этой же теме дается теоретическое обоснование правил действий на логарифмической линейке, которая к этому вре-

мени должна стать для учащихся уже привычным вычислительным инструментом. Изучение логарифмических таблиц ограничивается общим ознакомлением с их устройством и принципами их применения, иллюстрируемыми немногими примерами.

Тема «Функции и пределы» завершает часть курса «Алгебра и элементарные функции», посвященную изучению конкретных элементарных функций, и одновременно подготавливает переход к введению понятия производной.

Предел функции можно ввести на основе понятия о пределе переменной величины, которое в таком случае должно быть определено специально. Понятие о непрерывности функций программой не предусматривается.

Во второй теме XI класса после рассмотрения задачи о мгновенной скорости движения или задачи о касательной, вводится понятие производной. Оно иллюстрируется далее различными примерами из курса физики, химии и т. п.

Условия возрастания и убывания, а также экстремумов функций устанавливаются с привлечением наглядных графических представлений.

Производная используется для построения графиков функций, а также для решения задач на максимум и минимум. В качестве одного из приложений производной выводится биномиальная формула Ньютона (для натурального показателя); эта формула применяется к выводу приближенной формулы  $(1+x)^n \approx 1+nx$ .

В заключительной теме курса проводится обзор расширения понятия числа и вводятся комплексные числа.

В связи с натуральными числами рассматриваются также метод математической индукции; математическая индукция используется для вывода формул как ранее известных, так и новых.

Комплексные числа применяются к решению квадратных и простейших двучленных уравнений. После беседы, разъясняющей связь вопроса о решении алгебраического уравнения с вопросом о разложении многочлена из множители и раскрывающей смысл понятия кратности корня (на примере квадратного уравнения), сообщается формулировка основной теоремы алгебры.

## ГЕОМЕТРИЯ

Курс геометрии состоит из двух разделов: планиметрии, изучаемой в IX классе, и стереометрии, изучаемой в X—XI классах.

При изучении преобразований в планиметрии программа ограничивается параллельным переносом, осевой и центральной симметрией, вращением и гомотетией. Отмечается, что центральная симметрия и вращение могут быть сведены к последовательному выполнению двух осевых симметрий. При изучении каждого вида преобразований выделяют свойства фигур, которые не изменяются при этом преобразовании. Рассматриваемые свойства применяются к решению задач, в том числе задач прикладного характера.

В связи с применением преобразований к решению задач дается обзор основных методов решения задач на построение и сообщается ряд новых понятий и фактов. Здесь дается определение геометрического места точек, рассматриваются сегмент, вмещающий данный угол, среднее геометрическое и его построение; решается ряд задач на построение методом геометрических мест, приводятся примеры применения алгебраического метода.

При изложении геометрии используется понятие вектора, которое в дальнейшем находит применение в курсе алгебры (при изучении тригонометрических функций), геометрии, физики.

Понятие о векторах дается в связи с изучением параллельного переноса. При изучении гомотетии вводится понятие об умножении вектора на число. При этом само преобразование гомотетии рассматривается как умножение вектора, идущего от центра преобразования к данной точке, на коэффициент преобразования.

В начале темы «Решение треугольников» вводится понятие скалярного произведения векторов, позволяющее упростить вывод метрических соотношений в треугольнике.

После повторения решения прямоугольных треугольников рассматриваются основные случаи решения косоугольных треугольников. Вычисления производятся в основном при помощи счетной линейки.

В начале курса стереометрии на примерах разъясняется дедуктивное строение курса математических дисциплин. Полная аксиоматика геометрии не дается. Учитель ограничивается специфическими аксиомами стереометрии.

Усиление роли логического рассуждения в курсе стереометрии не означает отказа

от использования средств наглядности. Модели, предметы классной обстановки, быта и техники привлекаются на протяжении всего изучения курса геометрии.

После рассмотрения параллельности в пространстве доказываются свойства параллельной проекции, необходимые для обоснования построения изображений:

- а) сохранение прямолинейности,
- б) сохранение параллельности и
- в) сохранение отношения длин отрезков одной и той же прямой или параллельных прямых.

Для построения изображений шара и его комбинаций с другими телами применяется ортогональная проекция.

В курсе стереометрии закрепляется понятие геометрического места, рассматриваются основные геометрические места точек в пространстве (геометрическое место точек, одинаково удаленных от двух данных точек и двух данных плоскостей); даются определения некоторых геометрических фигур как геометрических мест точек (сфера и шар).

В теме «Измерение объемов» рассматривается общая задача измерения объема, дается вывод формулы для вычисления объема призмы и цилиндра. Вывод формул объема других тел может быть осуществлен, например, при помощи принципа Кавальери или формулы Симпсона (сообщаемых без обоснования), позволяющих находить объемы весьма широкого класса тел.

Необходимое внимание уделяется всем видам задач (на вычисление, доказательство и построение).

Наряду с другими рассматриваются также задачи, в которых данные учащийся получает путем непосредственного измерения моделей и конкретных тел.

В процессе решения вычислительных задач и задач на доказательство систематически используются тригонометрические функции. Основным вычислительным средством при этом является счетная линейка.

Последняя тема XI класса «Решение задач и повторение геометрии» подводит итог всему пройденному курсу геометрии в IX—XI классах. В этой теме наряду с повторением материала и решением задач по всему курсу геометрии целесообразно дать краткий исторический очерк развития геометрии.



# ПРОГРАММА ПО МАТЕМАТИКЕ IX—XI КЛАССОВ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

## Алгебра и элементарные функции

### IX КЛАСС

(4 часа в неделю в первом полугодии и 2 часа во втором, всего 110 час.)

#### 1. Уравнения первой степени и неравенства (20 час.)

Уравнения первой степени с одним неизвестным.

Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств и их применение к доказательству неравенств и решению неравенств первой степени. Примеры, приводящие к системе неравенств.

Системы двух уравнений первой степени с двумя неизвестными, их исследование и геометрическое истолкование.

#### 2. Действительные числа. Квадратные уравнения (26 час.)

Измерение отрезков. Понятие об иррациональном числе. Теорема: «Не существует рационального числа, квадрат которого равен двум». Геометрическое представление действительных чисел. Понятие о действиях над действительными числами.

Квадратное уравнение, его исследование и геометрическое истолкование. Решение неравенств второй степени.

Примеры решения иррациональных уравнений.

#### 3. Степень с рациональным показателем. Степенная функция (28 час.)

Свойство степени с натуральным показателем. Степень с произвольным целым показателем. Функция  $y=x^n$  для  $n=1, 2, 3, -1, -2$ .

Корень  $n$ -ой степени. Арифметическое значение корня. Степень с дробным показателем. Свойства степени с дробным показателем и их применение к действиям над иррациональными выражениями. Функции  $y=x^r$  ( $x>0$ ) для  $r=\frac{1}{2}; \frac{1}{3}$ .

Общие свойства степенной функции.

#### 4. Тригонометрические функции любого аргумента (36 час.)

Проекция вектора на ось; координаты вектора на плоскости.

Определение тригонометрических функций любого угла. Нахождение тригонометрических функций данного угла и нахож-

дение угла по данному значению одной из его тригонометрических функций (путем построения и при помощи таблиц). Изменение тригонометрических функций.

Радиианное измерение дуг и углов. Графики тригонометрических функций.

Алгебраические соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

Формулы приведения тригонометрических функций. Общее выражение тех значений аргумента, которым соответствует данное значение тригонометрической функции; обозначения:  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$ ,  $\operatorname{arctg} x$ ,  $\operatorname{arcctg} x$ .

Доказательство тождеств и решение уравнений.

### X КЛАСС

(2 часа в неделю, всего 78 час.)

#### 1. Тригонометрические теоремы сложения и их следствия (30 час.)

Тригонометрические функции суммы и разности аргументов.

Тригонометрические функции двойного и половинного аргумента.

Преобразование суммы и разности тригонометрических функций в произведение; обратное преобразование.

Гармоническое колебание:  $y=A \sin(\omega t + \varphi)$ . График гармонического колебания. Сложение колебаний одинаковой частоты ( $a \sin \omega t + b \cos \omega t$ ).

Доказательство тождеств и решение уравнений. Примеры графического решения уравнений ( $\operatorname{tg} x = ax + b$  и др.).

#### 2. Числовые последовательности (20 час.)

Числовая последовательность. Общий член числовой последовательности.

Понятие о пределе числовой последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности (без доказательства). Теоремы о пределе суммы, произведения и частного (без доказательства).

Применение пределов к вычислению длины окружности и площади круга.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы общих членов и сумм членов этих прогрессий.

Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии и ее применение к обращению периодической десятичной дроби в обыкновенную.

### 3. Показательная и логарифмическая функции (28 час.)

Понятие степени с иррациональным показателем. Показательная функция, ее основные свойства и график.

Логарифм числа по данному основанию. Логарифмическая функция, ее основные свойства и график.

Логарифм произведения, частного, степени и корня. Логарифмирование и потенцирование алгебраических выражений.

Десятичные логарифмы. Обоснование действий на логарифмической линейке. Таблицы логарифмов, их устройство, примеры вычислений при помощи таблиц.

Примеры решения показательных и логарифмических уравнений. Примеры графического решения уравнений ( $a^x = kx + b$  и др.).

#### XI КЛАСС

(2 часа в неделю в первом полугодии и 3 часа во втором, всего 89 час.)

#### 1. Функции и пределы (16 час.)

Общее понятие функции. Обозначение функциональной зависимости и его использования:  $f(x)$ ;  $f(a)$ ;  $f(x+a)$  и т. п.

Возрастание и убывание функции. Максимум и минимум.

Четные и нечетные функции, периодические функции, свойства их графиков. Обратные функции, свойство их графиков.

Обзор свойств и графиков изученных ранее элементарных функций.

Предел функции. Предел отношения синуса к аргументу, когда аргумент стремится к нулю.

#### 2. Производная и ее применение к исследованию функций (38 час.)

Скорость прямолинейного движения, понятие о мгновенной скорости. Приращение аргумента и приращение функции, производная. Геометрический смысл производной, касательная к кривой линии.

Производная суммы и произведения двух функций. Производная степени с натуральным показателем. Производная многочлена. Производная степени с любым показателем (без доказательства). Производные синуса и косинуса.

Понятие о второй производной. Ускорение.

Признаки возрастания и убывания функций. Нахождение максимума и минимума с помощью производной. Построение графиков функций с использованием производ-

ной; приложения к графическому решению уравнений.

Формула бинома Ньютона и ее применение к приближенным вычислениям.

### 3. Обобщение понятия числа. Комплексные числа (16 час.)

Постановка задачи расширения понятия числа. Натуральные числа; понятие о математической индукции. Целые числа, рациональные числа, действительные числа.

Комплексные числа и их геометрическая интерпретация. Действия над комплексными числами.

Применения комплексных чисел к решению двучленных уравнений третьей и четвертой степени. Основная теорема алгебры (без доказательства).

### 4. Решение задач и повторение курса «Алгебра и элементарные функции» (19 час.)

#### ГЕОМЕТРИЯ

##### IX КЛАСС

(2 часа в неделю во втором полугодии, всего 46 час.)

#### ПЛАНИМЕТРИЯ

#### 1. Геометрические преобразования (30 час.)

Понятие о геометрическом преобразовании.

Параллельный перенос. Понятие о векторе; сложение и вычитание векторов.

Осевая и центральная симметрия.

Вращение. Обобщение понятия об угле и дуге.

Гомотетия. Умножение вектора на число. Связь гомотетии с подобием.

Геометрические места точек. Применение геометрических преобразований и геометрических мест к решению задач.

#### 2. Решение треугольников (16 час.)

Скалярное произведение векторов и его свойства. Применение скалярного произведения к выводу метрических соотношений. Теорема косинусов. Теорема синусов. Вычисление площади треугольника, формула Герона. Задачи на решение треугольников.

#### X КЛАСС

(2 часа в неделю, всего 78 час.)

#### СТЕРЕОМЕТРИЯ

#### 1. Основные понятия. Параллельность в пространстве (20 час.)

Определения, аксиомы, теоремы в математике. Аксиомы стереометрии и их след-

ствия. Взаимное положение двух прямых. Углы с соответственно параллельными сторонами. Углы скрещивающихся прямых. Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей.

Основные свойства параллельных проекций.

Примеры построения изображений плоских и пространственных фигур.

Простейшие задачи на построение в пространстве.

## **2. Угол прямой с плоскостью. Двугранный и многогранный углы (16 час.)**

Определение перпендикуляра к плоскости. Признак перпендикулярности прямой к плоскости. Построение плоскости, перпендикулярной к прямой, и обратная задача. Ортогональная проекция. Перпендикуляр и наклонные. Теорема о трех перпендикулярах. Угол прямой с плоскостью.

Двугранные углы. Соотношение между линейными двугранными углами. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Взаимное расположение прямых и плоскостей, перпендикулярных к одной и той же плоскости.

Определение многогранного угла. Свойства плоских углов трехгранного угла. Сумма плоских углов выпуклого многогранного угла.

Основные геометрические места точек в пространстве.

## **3. Многогранники (18 час.)**

Призмы. Боковая и полная поверхность. Параллелепипеды. Свойство диагоналей параллелепипеда.

Пирамида. Свойство параллельных сечений пирамиды. Боковая поверхность пирамиды (полной и усеченной).

Понятие о правильных многогранниках.

## **4. Круглые тела (24 час.)**

Цилиндрическая поверхность. Понятие о поверхности вращения. Цилиндр вращения, его развертки и поверхность.

Коническая поверхность. Конусы вращения: полный и усеченный, их развертки. Боковая поверхность конуса (полного и усеченного).

Сфера и шар. Взаимное положение плоскости и сферы. Плоскость, касательная к сфере. Поверхность сферы и ее частей.

### *XI КЛАСС*

(2 часа в неделю в первом полугодии, 1 час в неделю во втором полугодии, всего 51 час.)

#### **1. Измерение объемов (26 час.)**

Общая задача определения объема. Объем призмы и цилиндра.

Объем пирамиды и конуса (полных и усеченных). Объем шара и его частей.

**2. Решение задач и повторение геометрии (25 час.)**

Утверждено  
Министерством просвещения  
РСФСР

## **ПОЛОЖЕНИЕ О ПЕРВОЙ ВСЕРОССИЙСКОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЕ ЮНЫХ МАТЕМАТИКОВ ШКОЛ РСФСР, ПОСВЯЩЕННОЙ 40-ЛЕТИЮ ВСЕСОЮЗНОЙ ПИОНЕРСКОЙ ОРГАНИЗАЦИИ им. В. И. ЛЕНИНА**

### **1. Цели и задачи**

Проведение математических олимпиад имеет целью повысить интерес учащихся к изучению математики, углубить их математическую подготовку, поднять уровень преподавания математики.

Основными задачами являются:

1. Подведение итогов работы математических кружков, лекториев и других видов работы с учащимися по математике.

2. Выявление сильнейших по математике учащихся школ РСФСР.