



МЕТОДИЧЕСКИЙ ОТДЕЛ

Обсуждаем проект программы

О ПРОЕКТЕ ПРОГРАММЫ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

1. Проект программы средней школы по математике (для краткости дальше именуем его просто проектом!) представляет собой важный шаг в направлении усовершенствования и модернизации среднего математического образования.

2. Хотя названия большинства тем проекта, естественно, традиционные, он не является результатом изменений, внесенных в действующую программу. Это — новая программа как по своему содержанию и организации материала, так и, что особенно важно, по трактовке традиционного материала, которая определяется (хотя и не полностью) в обстоятельной объяснительной записке и пояснениях к отдельным темам.

3. Проект имеет выгодную внешнюю форму. Она не особо отпугивает противников модернизации школьного преподавания математики и вместе с тем привлекает сторонников модернизации, так как за умеренным внешним видом легко усматривается возможность реализации программы на базе современных идей.

4. Проект отражает тщательный отбор учебного материала. Трудно указать что-либо ненужное, что можно было бы исключить без ущерба для системы знаний, соответствующей современным требованиям. Он учитывает не только то, что можно изучать в школе, но и то, что действительно необходимо в области математической подготовки образованному человеку нашего времени независимо от его будущей деятельности.

Укажем на некоторые недостатки проекта, устранение которых, на наш взгляд, приведет к его улучшению:

1. Наиболее слабой частью проекта является программа по геометрии и объяснительная записка к ней. Здесь отсутствует

определенная, четко выраженная педагогическая концепция. Создается впечатление, что авторы не рискнули полностью отказаться от так называемых евклидовых традиций в школьном изложении геометрии, а с другой стороны, имеются элементы новой системы, основанной на идее геометрических преобразований. Такая «смесь» двух систем изложения приводит к многочисленным, неоправданным повторениям, нарушающим линейный принцип построения курса, которому стремились следовать авторы (стр. 8). Разумеется, повторение отдельных вопросов на новом уровне неизбежно и при линейном построении программы. Однако в проекте повторения встречаются иногда (и не только в геометрии) в таких случаях, когда они вряд ли оправданы. Например, зачем изучать параллельные прямые и параллелограмм дважды, в V и в VI классах? Вряд ли уровни изучения геометрического материала в V и VI классах могут быть существенно различными. Вряд ли стоит дважды изучать и теорему Пифагора.

Относительно курса геометрии IX класса в объяснительной записке имеются противоречивые высказывания, оставляющие совершенно неясным вопрос о построении этого курса. В одном месте объяснительной записки (стр. 8) говорится, что «именно здесь желательна работа по выработке новой системы изложения», в другом месте (стр. 17) утверждается, что «программа не предпринимает» систему изложения. С одной стороны, совершенно справедливо утверждается, что «использование скалярного произведения заметно облегчает вывод предложений о перпендикулярности прямых и плоскостей» (стр. 17), с другой стороны, тут же утверждается, что «доказательство дистрибутивности скалярного

произведения проводится с использованием простейших стереометрических фактов». Однако эти «простейшие стереометрические факты» включают, в частности, перпендикулярность прямых и плоскостей и делают невозможным применение скалярного произведения к доказательству предложений о перпендикулярности прямых и плоскостей.

К тому же, в самой программе скалярное произведение векторов расположено после вопроса о перпендикулярности прямых и плоскостей, и этим самым уже предreshается система изложения. Но тогда непонятно, зачем в конце курса вводится скалярное произведение векторов. Оно нигде не «работает», и такое введение векторного аппарата может только дискредитировать его в глазах учащихся.

2. Заслуживает одобрения введение некоторых сведений об электронных вычислительных машинах (ЭВМ). Однако постановка этого вопроса явно неудачна так, как она реализована в проекте. В курсе алгебры VII класса предусмотрена тема «Арифметические устройства вычислительных машин» (10 часов) и в конце курса алгебры и начал анализа в X классе — беседа учителя о применении электронных вычислительных машин в науке и народном хозяйстве и экскурсия на вычислительный центр (2 часа).

Прежде всего имеется несоответствие между пояснениями к теме и содержанием самой темы (6, VII кл.). В пояснениях (стр. 12) говорится: «Желательно рассмотреть технические способы реализации функций одного или двух двоичных («булевских») переменных и рассказать о значении этих функций в математической логике». В формулировке же самой темы (стр. 20) идет речь только о двоичной системе счисления (которая, кстати, уже раньше рассмотрена в V классе) и о «двоичном сложении на двоичном сумматоре».

Очевидно, что хорошее, с математической точки зрения, и вполне доступное изложение вопроса возможно, если ознакомить учащихся с аппаратом булевой алгебры и использовать его для решения задачи синтеза схемы двоичного сумматора. Такое изложение может оказаться, однако, преждевременным в VII классе, но вполне возможным в VIII или IX классе. Проведенные опыты показали, что элементы булевой алгебры вызывают у учащихся большой интерес и положительно влияют на усвоение ими обычной алгебры.

Таким образом, вместо того чтобы дважды рассматривать вопрос об ЭВМ, в VII и в X классах, представляется целесообразным рассмотреть его один раз (в VIII или в

IX классе), но идейно более содержательно, с разъяснением не только арифметических, но и логических основ. Для этого понадобится примерно 20 часов (вместо выделенных 12).

3. Проект решил вопрос о развитии понятия числа в пользу логически более совершенной схемы, предусматривающей введение отрицательных чисел раньше дробей. Это решение не вызывает возражений. Однако возникает опасение, что после введения отрицательных чисел в IV классе (тема 2) они долго не будут применяться в V классе (темы 4 и 5).

4. В начале курса геометрии IX класса имеется вопрос «Логическое строение геометрии». В конце курса геометрии X класса предусмотрена заключительная беседа учителя об аксиоматическом построении, и снова «геометрии». Это лишь укрепит у учащихся формируемое традиционным преподаванием неправильное представление о том, что аксиоматический метод применяется лишь в геометрии.

Вместе с тем вполне возможно и целесообразно иметь маленькую заключительную тему (6—8 часов) об аксиоматическом методе в математике. Здесь можно на простых примерах разъяснить сущность и значение аксиоматического метода.

5. Необходимо тщательно проверить содержание тем. Из некоторых выпали, очевидно случайно, отдельные вопросы. Например, в теме «Непрерывные функции, предел функции. Производная» (стр. 22) нет вопроса «Предел функции».

6. Введение факультативных занятий открывает хорошие возможности для изучения с отдельными (интересующимися) учащимися дополнительных вопросов. Приведенная программа факультативного курса «Дополнительные главы и вопросы математики» не вызывает возражений.

В частности, можно предполагать что некоторые учащиеся, ознакомившись с элементарными логическими понятиями в процессе изучения математики, заинтересуются математической логикой и захотят заниматься ею дополнительно. Необходимо также учесть положительные результаты проведенных в течение нескольких лет экспериментов по изучению элементов математической логики в девяти классах ряда школ различных городов (№ 315 и 444 Москвы, № 40 г. Горького, № 8 Волгограда, № 2 Краснодара, № 1 г. Могилева и др.).

*Кафедра методики математики Могилевского педагогического института
Методическое объединение учителей математики школ г. Могилева*

Проект новой программы по математике в основе своей заслуживает одобрения. Хорошо, что новые программы и новые учебники сделаются обязательными в массовой школе лишь после серьезной экспериментальной проверки. Нельзя не согласиться с авторами программы, что изучаемый в общеобразовательной школе материал должен быть доступен всем и что обязательная программа вступительных экзаменов в вузы должна соответствовать программе основного курса математики средней школы. Последнее обстоятельство следует, пожалуй, особо подчеркнуть. Дело в том, что в последние годы школьная математическая подготовка оказывалась часто недостаточной для поступления в вузы. Родители вынуждены были прибегать к репетиторам. Теперь учащимся, проявляющим повышенный интерес к математике, предоставляется возможность совершенствовать свои знания в порядке факультативных занятий.

Должны быть установлены разумные границы применения различного вида искусственных преобразований. Вместе с тем следует повысить требовательность в отношении безошибочности элементарных преобразований; знания и навыки, получаемые учащимися при изучении основных разделов, должны быть достаточно прочными.

Заслуживает также одобрения включение в программу учения о производной и интеграле, начал теории вероятностей, основ векторной алгебры, отказ от излишнего концентризма в расположении учебного материала.

На наш взгляд, отбор материала, его распределение по классам выполнены в основном удачно. Однако предлагаемая система изучения отдельных разделов вызывает некоторые недоумения. Так, например, при изучении арифметики и начал алгебры в IV и V классах после изучения темы «Натуральные числа» предлагается рассматривать «Целые числа», изучению обыкновенных дробей предусматривается предпослать десятичные дроби.

Нам представляется, что понятие отрицательного числа, действия над рациональными числами воспринимаются учащимися не легче, чем понятие дробного числа и действия над обыкновенными и десятичными дробями. Неубедительно обосновывать требованиями географии и природоведения целесообразность изучения отрицательных чисел до дробей. Нельзя, разумеется, столь рано изучать отрицательные числа под тем предлогом, что они

поразят учащихся необычностью выполнения операций сложения и вычитания. Что же касается решения уравнений, то здесь введение отрицательных чисел важно, но в том месте, где это рекомендуется сделать проектом программы, преждевременно.

Десятичные дроби представляется целесообразным рассматривать как частный вид обыкновенных дробей. Мы предлагаем следующий порядок изучения этих разделов.

Натуральные числа. Делимость чисел. Обыкновенные дроби. Десятичные дроби. Совместные действия над обыкновенными и десятичными дробями. Рациональные числа. Формулы и координаты.

Следует приветствовать рекомендации программы о более частом, чем это делалось раньше, обращении к геометрической интерпретации при изучении математических понятий.

При обучении математике велика роль символов, но вводить символы $\{x\}$, $[x]$, $(\sim)$ (равносильность), по нашему мнению, следует лишь в старших классах средней школы. В младших классах следует добиваться четкого понимания идей вопроса, а не знания нечасто встречающихся символов.

Роль определения как такового при индуктивном изучении математики менее важна, чем при дедуктивном. И все же при изучении принципа математической индукции словесную формулировку мы считаем обязательной. Ведь это алгоритм, к нему учащийся вынужден прийти сам. И если мы его явно не сформулируем, то у нас не будет уверенности, что алгоритм, которым пользуется учащийся (пусть мысленно), верен.

По геометрии в IV—VI классах, кроме темы «Основные геометрические понятия», представляется целесообразным выделить «Параллельные прямые», «Треугольники», «Четырехугольники». Затем можно было бы рассматривать осевую и центральную симметрию, параллельный перенос, окружность и поворот. Геометрические построения являются не самоцелью, а средством изучения свойств геометрических фигур и должны рассматриваться в связи с изучением соответствующего геометрического материала.

Изложение основ векторной алгебры предусматривается в связи с изучением стереометрии. Следует иметь в виду представляющиеся здесь возможности рассмотреть ряд задач геометрии на плоскости, что может быть использовано в целях повторения и обобщения изученных ранее разделов планиметрии.

Перевод ряда теорем (метрические соотношения в треугольнике и круге и др.) в раздел задач на доказательство целесообразен. Однако при этом возникают некоторые опасения об уменьшении объема знаний учащихся, поскольку та или иная задача не является обязательной для решения.

По силам ли?

В начале 50-х годов школа имела стабильные учебные планы, программы и вполне хорошие учебники и задачки.

Учащиеся получали достаточное математическое развитие, хорошие знания, навыки и умения, которые необходимы для их подготовки к практической деятельности, для изучения смежных дисциплин и продолжения образования в высшей школе.

Учителя математики имели возможность, оставаясь в пределах программы, знакомить учащихся с рядом понятий современной науки, имеющих общеобразовательное значение.

Тогда на математику отводилось по 7 часов в неделю в I—VI классах и по 6 часов в неделю в VII—X классах.

Но вот начиная с 1956 г. школы переходят на новый учебный план, по которому сокращается число часов на математику с I по VI класс до 6 часов в неделю, а в VIII классе — до 5 часов.

Это привело к тому, что на уроках арифметики учащиеся меньше решают задачи да и программа ориентирует на решение только простых задач, так как более трудные задачи будут решаться средствами алгебры, но каждому учителю известно, что если учащиеся не научены мыслить, то они и простую задачу не смогут решить алгебраическим путем. В результате знания учащихся начинают резко снижаться.

Сейчас в девятые классы приходят учащиеся со слабой подготовкой по математике (они не имеют достаточных навыков в тождественных преобразованиях, не умеют логически мыслить, не умеют решать простые геометрические задачи). В силу этого слабые знания по математике имеют и учащиеся, оканчивающие десять классов средней школы.

Составители новых программ нашли «выход» из этого положения. Они упразднили IV класс (учащиеся будут изучать в IV классе программу V), но известно, что V класс

Желательны уточнения отдельных предложений программы, определяющих минимум сведений, сообщаемых учащимся (например, нужен ли полный учет размерностей при решении задач, какие из признаков делимости изучать обязательно и т. д.).

П. Е. НЕПОМНЯЩИЙ (Ленинград)

(при наличии IV) был всегда трудным для учащихся по математике.

Как же можно такое делать? Ссылки на какой-то опыт несолидны. Чудес ведь не бывает.

Достаточно сказать, что такие темы, которые изучаются теперь в десятых классах, как показательная и логарифмические функции, будут изучаться по новой программе в VIII классе.

Разве не ясно, что всякое увеличение программного материала без увеличения времени на обучение может привести лишь к ухудшению знаний предмета и перегрузке учащихся?

В программу IX и X классов вводятся элементы высшей математики и в таком обилии, что в лучшем случае учащиеся этих классов будут получать примитивное представление обо всем и ни о чем. Программа насыщается большим материалом за счет уменьшения времени на отработку навыков и умений. Какие же это будут знания?

Весьма сомнительны и факультативные занятия, которые сами учащиеся будут выбирать. Наивно думать, что многие учащиеся сознательно пойдут на такие занятия. Разве можно на это рассчитывать? Кроме того, эти занятия будет очень трудно организовать даже в условиях больших городов, и в конце концов это приведет к разбазариванию средств.

Школы, видимо, в вуз готовить не будут.

Академик А. Н. Колмогоров пишет в связи с этим: «Тому, кто надумает поступить в вуз с большим конкурсом, естественно, придется дополнительно трудиться, совершенствуя свои навыки в решении задач...» («Учительская газета» от 19/II — 1967 г.). Мыслится видимо, что учащиеся, желающие после окончания средней школы поступить в технический вуз (а таких большинство, кто об этом не мечтает?), будут заниматься на факультативных занятиях по математике и физике и, кроме того, будут много дополнительно заниматься дома.

Это приведет к чудовищной перегрузке учащихся.

Кроме всего прочего, перестройка учебных программ потребует больших затрат и создаст другие трудности. Ведь большая армия учителей вынуждена будет заново учиться и переучиваться.

Нельзя опрометчиво вводить эти программы, надо поставить обстоятельно опыты в обычных школах и посмотреть, что получится после X класса, если учащиеся будут обучаться по таким программам.

Естественно возникнут следующие вопросы:

1) Осилят ли учащиеся школы значительно более сложный материал, если сравнительно более простой и легкий материал теперь в школе слабо усваивается?

2) Кто будет учить по новым программам математике учащихся IX—X классов? Некоторые учителя средней школы не знают этого материала, а для изучения его нужно значительное время. Планируемые в крупных городах курсы для учителей вряд ли справятся с этим. Что же говорить о школах небольших городов и сельской местности? А таких ведь школ большинство.

3) Зачем изучать в школах такой материал, который в вузах будет изучаться заново, а на производстве не нужен?

4) Кто же будет готовить учащихся в вузы? Программа настолько перегружена, что учащиеся не приобретут никаких необходимых навыков в решении задач и упражнений для сдачи вступительных экзаменов и успешного обучения в вузах.

Пожелания к проекту программы

Г. Н. СКОБЕЛЕВ (г. Херсон)

Опубликованный в журнале проект программы по математике отличается от существующей прежде всего тем, что в нем сделан крупный шаг вперед в направлении сближения школы с математической наукой.

Ценным является введение начал дифференциального и интегрального исчисления с достаточно широким практическим применением этого материала. Важно для математического развития учащихся введение элементов математической логики и теории множеств. Удачен подход к изучению геометрии. Если при традиционной программе первые уроки геометрии ошеломляли ученика обилием новых терминов, понятий и определений, а раннее введение дедуктивных доказательств, рассчитанных не столько на сознательное усвоение, сколько на запоминание, препятствовало развитию логического мышления учащегося, то новая программа устраняет эти недостатки почти полностью. В IV классе осторожно вводятся основные геометрические понятия, в V классе продолжается работа над геометрическими понятиями с использованием практического опыта учащихся. Проводится предварительная работа над материалом, приводящим к понятию геометрических преобразований. Здесь же создаются первые навыки геометрического черчения. И только в VI классе появляются доказательства как самостоятельный элемент математической теории. К этому времени школьники уже осознают необходимость доказательств.

Однако, несмотря на свои достоинства, предлагаемая программа имеет ряд досадных недочетов, снижающих ее ценность.

Остановимся на этих моментах.

1. Программа предлагает для изучения геометрии в IV и V классах один час в неделю. Для школ Украины такое предложение не ново: несколько лет назад один час в неделю в школах СССР уже предлагался для геометрии в V классе и для стереометрии в IX классе. Однако эффективность занятий по такому учебному плану почти сводилась к нулю: учащиеся почти полностью забывали к следующему уроку то, что изучалось на предыдущем, и много времени уходило на повторение. В школах Украины массовый эксперимент привел к выводу о недопустимости изучения математического предмета при одном часе в неделю, и составителям программы следовало бы это учесть. Лучше изучать в IV классе геометрию 2 часа в неделю во втором полугодии, чем один час в течение всего года.

2. Спорной является целесообразность изучения отрицательных чисел и модуля в IV классе. Практической необходимости в изучении упомянутого раздела в IV классе нет. Не случайно объяснительная записка в пользу такого изучения не приводит убедительной аргументации. В самом деле, почему уравнения вида $(2x + 3) - (3x - 2) = -x + 5$, о которых говорит объяснительная записка, нужно обязательно решать при изучении темы № 2, а, например, не после темы № 4? Для усвое-

ния в IV классе тема «Делимость чисел» будет гораздо доступнее, чем отрицательные числа и модуль, а математическое развитие ученика не пострадает, если понятие об отрицательных числах будет введено на полгода позднее.

Не ясно также, почему делимость чисел нужно проходить после изучения десятичных дробей. Было бы, вероятно, полезнее материал о положительных и отрицательных числах из темы № 2 перенести в тему № 6, тему № 4 перенести в IV класс и объединить с темой № 2, а тему № 3 частично перенести в V класс, объединив с темой № 5 с общим наименованием «Дроби».

3. Сведения об электронных цифровых машинах в программе разбросаны, недостаточны, и, пожалуй, в этом вопросе программа предлагает наименее удачный выход. Можно предполагать, что после добросовестного выполнения учителем рекомендаций программы у выпускников школы не останется об ЭЦМ ясного представления. В самом деле, в теме № 6 в VII классе изучаются арифметические основы ЭЦМ и, в частности, основной элемент АУ ЭЦМ сумматор. При этом ни устройство, ни основные принципы ЭЦМ не изучаются ни до VII класса, ни в теме № 6, ни вообще в школе (программа этого изучения не предусматривает). Целесообразно ли изучать АУ ЭЦМ, не знакомя учащихся со структурной схемой ЭЦМ? Конечно, нет. Объяснительная записка рекомендует изучать принцип действия ЭЦМ и программирование факультативно, но этот факультатив не обязателен, а следовательно, большая часть учащихся должна изучать АУ ЭЦМ, ничего не зная об ЭЦМ. Больше того, через 3 года, в X классе, изучается тема «Применение ЭЦМ в науке и народном хозяйстве» (получается, что многие учащиеся слушают, как в науке и народном хозяйстве применяется то, о чем они не имеют представления).

А что собой представляет тема № 6 в VII классе? Помимо собственно арифметических основ ЭЦМ, объяснительная записка рекомендует: «рассмотреть технические способы реализации функций одного или двух двоичных переменных и рассказать о значении функций в математической логике». На весь этот колоссальный материал программа отводит небольшое время — 10 часов. Даже для одаренных учащихся десяти часов для изучения столь обширного материала крайне недостаточно. Отводить 10 часов на эту тему в школах с обязательным десятилетним обучением, в которых, кроме одаренных, есть еще и средние, а быть может, и слабые учащиеся, — это значит утратить чувство реальности.

Сама тема № 6 в VII классе выглядит «инородным телом» — она не связана ни с предыдущим, ни с последующим материалом, а поэтому вдвойне стоит не на месте.

В связи с изложенным выше мы предлагаем следующее:

А. Ввести структурную схему ЭЦМ и принципы ее работы в обязательную программу и объединить этот материал с темой № 6 из VII класса и темой № 9 из X класса (применение ЭЦМ) с общим наименованием: «ЭЦМ и их применение в науке и народном хозяйстве».

Б. Тему «ЭЦМ и их применение» перенести в IX класс.

В. Ввести в обязательную программу элементы программирования (простейшие разветвленные и циклические программы). В этом случае усиливается практическое применение темы № 7 из VII класса и, в частности, применение формулы $y_{k+1} = \frac{1}{2} \left(y_k + \frac{x}{y_k} \right)$.

4. Подход программы к введению элементов математической логики просто непонятен. Математическая логика в программе почему-то переведена на «нелегальное положение» и совершенно не ясно, что, как и когда рекомендует программа для изучения. Материал разтворен в алгебре и геометрии и сформулирован не ясно. В самом деле, в пояснении к теме № 1 для VI класса объяснительная записка говорит, что здесь или позднее можно ввести знак следования ($\rightarrow$) и равносильности ($\sim$) высказываний. А когда же вводить понятие высказывания и логические операции? Вводить ли дизъюнкцию и конъюнкцию? О дизъюнкции и конъюнкции программа прямо ничего не говорит, но, судя по замечанию к теме № 6 для VII класса, эти операции нужны. Да и в геометрии при изучении теорем они были бы полезны при замене: $A \rightarrow B = \bar{A} \vee B$.

Когда же начинать изучение элементов математической логики? Быть может, в теме № 1 для VI класса? Но ведь эта (первая) тема посвящена употреблению букв в алгебре, уравнениям, тождествам и функциям. Если сюда еще прибавить элементы математической логики и потребовать, чтобы все это было усвоено учеником за 12 часов, то это, по меньшей мере, будет выглядеть несерьезно. В конце концов ученик просто перестанет понимать и обыкновенную алгебру и алгебру высказываний. По сравнению с предыдущими проектами программы математическая логика в этом проекте программы находится в самом плачевном положении.

Мы предлагаем в VI классе после темы № 2 поставить специальную тему «Элементы мате-

математической логики», для изучения которой выделить 12—14 часов. Примерное содержание этой темы может быть таково:

1) Понятие о высказывании. Сложные высказывания. Логические операции.

2) Некоторые соотношения булевой алгебры.

3) Булевы функции. Технические способы их реализации.

4) Операции следования и эквивалентности. Противоположная, обратная и обратная противоположной теоремы. Прямое доказательство. Косвенное доказательство. Необходимое и достаточное условие.

При этом подходе соответствующий материал из курса геометрии (из темы № 4 для VII класса) может быть опущен.

5. Не обоснован разрыв в изучении тригонометрии (тема № 4 в IX классе и тема № 7 в X классе). Какая необходимость вклинивать между этими темами тему № 5 (производная показательной функции) и тему № 6 (интеграл)? Ведь эти темы органически связаны с темой № 3. Вместо того, чтобы материал излагать последовательно, целыми разделами, программа предлагает своеобразный калейдоскоп, который окажет отрицательное влияние на усвоение материала учащимися и на вооружение их практическими навыками.

6. Составители программы избегали излишней детализации программных указаний. С одной стороны, это хорошо, ибо этим оставляется свобода для испытания различных систем изучения материала; с другой стороны, при анализе программы это обстоятельство часто ставит в тупик. В самом деле, программа не дает ответ на вопросы: какое место отводится исследованиям функций и каким предполагается это исследование? Как решается вопрос со второй производной и ее применением для нахождения экстремальных значений и промежутков выпуклости и вогнутости функций? Как и где вводится основание e натуральных логарифмов? Как ставится вопрос о решении тригонометрических уравнений? И т. д.

Изложенное показывает, что программа для IX и X классов в ряде пунктов сформулирована настолько сжато, что по ряду разделов невозможно сделать принципиальные замечания, ибо само содержание этих разделов программой не раскрыто.

7. Авторы программы не выдержали принципиального подхода к факультативным курсам. Судя по объяснительной записке, факультатив должен помочь учащимся, желающим углубить свои математические знания. Однако, вследствие нехватки времени, авторы про-

граммы порой предлагают использовать время, отводимое на факультативные курсы, как отдушину для занятий вопросами, без которых усвоение обязательной программы будет невозможно. Одним из таких примеров был приведенный нами факт с изучением ЭЦМ. Другим примером является изучение комбинаторики. В X классе на изучение теории вероятностей отведено 23 часа (тема 8). Для изучения начал теории вероятностей необходимо знание элементов комбинаторики, которые в обязательной программе не изучаются. Объяснительная записка рекомендует вынести их на факультатив. Но ведь этот факультатив не обязателен. И вот, или учитель должен изменить принципиальное отношение к факультативу и использовать его время для изучения комбинаторики всеми учащимися, или же должен изучать комбинаторику в теме № 8 (но тогда на изучение начал теории вероятностей останется не 23 часа, а часов 13, что явно недостаточно). Количество подобных примеров можно было бы увеличить. Такой подход к использованию времени факультатива недопустим.

8. В курсе геометрии в IX классе необходимо ввести задачи на построение на воображаемом чертеже, ибо эти задачи развивают логическое мышление и пространственное представление учащихся.

9. Для изучения математики в IX и X классах выделено настолько малое время, что на вопрос о возможности усвоения предлагаемого в программе материала нельзя ответить утвердительно.

В былые годы на изучение традиционной программы отводилось 6 часов в неделю, а вопрос о недостатках в математических знаниях учащихся не сходил с повестки дня. Сейчас, при незначительном сокращении традиционного материала ставится требование о изучении начал дифференциального и интегрального исчисления, теории вероятностей, о применении векторов и координат и т. д. Вместо того, чтобы увеличить количество часов (а этого увеличения требует и расширение материала по объему и то обстоятельство, что средняя школа будет школой обязательного обучения), программа предполагает уменьшение количества недельных часов с 6 до 5. Это вызывает категорические возражения. Переход на новые программы требует много средств и усилий, и на этот переход можно решиться только при полной гарантии успеха. Переход же на новую программу при 5 недельных часах может привести к тому, что замечательные идеи новой программы не будут реализованы и мате-

математическая подготовка учащихся не только не улучшится, но ухудшится. Поэтому, по нашему мнению, целесообразно:

1) Поставить перед Министерством просвещения вопрос о недопустимости перехода на новую программу при 5 недельных часах в неделю в IX и X классах и добиться выделения 6 часов в неделю (это даст дополнительно 70 часов).

2) Факультативные курсы начать со второго полугодия IX класса, а освободившиеся 35 часов выделить для обязательной программы.

Увеличение времени на изучение математики в IX и X классах на 105 часов даст возможность успешно осуществить переход на новые программы и сделать шаг вперед в направлении улучшения математической подготовки учащихся.

Лучше меньше, да лучше

В целом проект программы может стать основой и руководством для написания новых учебников и экспериментального преподавания. Мы удовлетворены тем, что некоторые вопросы и темы («Комплексные числа», «Группы, кольца, поля», «Группы преобразований») исключены из предыдущего проекта. Учтен также ряд других замечаний и пожеланий. Очень хорошо, что в программу включены «беседы учителя» по важным научным идеям.

Однако и настоящий проект программы нуждается в существенных изменениях.

Проект программы имеет два серьезных недостатка: а) в нем слабо учтены возрастные возможности и особенности учащихся; б) проект перегружен фактическим материалом.

Если говорить о сознательном и глубоком изучении школьного курса математики, то разве могут хорошо осмыслить все учащиеся VIII класса массовой школы показательную и логарифмическую функции. Много лет эта тема изучается в IX классе, а опыт показывает, что для многих учащихся этого класса она является трудной. Можно привести и другие примеры, говорящие о том, что комиссия недостаточно учитывала возрастные и умственные возможности учащихся.

Создается такое впечатление, что составители проекта решили как можно больше приблизить школьный курс математики к началам современной математики. Но это хорошее желание нашло свое отрицательное отражение в перегрузке программы фактическим материалом. Мы считаем, что надо еще и еще раз пересмотреть объем материала и оставить тот обязательный для всех учащихся минимум, который соответствовал бы основным принципам обучения и сближал бы школьное образование с современной математикой и с потребностями смежных наук и техники.

В. В. СМЕРНОВА, А. Н. ЛЕВИН (г. Алма-Ата)

Конечно, предусмотреть заранее все невозможно, теорию надо проверять практикой, однако и сейчас можно кое-что сделать в этом направлении. Надо добиться, чтобы на всех этапах обучения изучаемый материал был бы доступен всем.

Теперь несколько конкретных предложений:

1. Учитывая возрастные особенности детей, изучение дробей целесообразно начинать с V класса, а в IV изучать только целые числа и обратить больше внимания решению текстовых задач, проведению математических игр и логических упражнений.

2. Нет необходимости «распылять» материал о вычислении объемов геометрических тел по разным классам. Нам кажется, что в связи с переходом в ближайшее время на всеобщее среднее образование нет необходимости в изучении объемов тел в VIII классе.

Готовые формулы для вычисления объемов в VIII классе можно давать (по необходимости) в процессе решения задач, а теорию вычисления объемов давать только в X классе.

3. Тему «Показательная и логарифмическая функции» изучать не в VIII, а в IX классе. Для учащихся VIII класса она является трудной.

4. Тему «Непрерывные функции, предел функции, производная» целесообразно перенести из программы IX класса в программу X и изучать ее перед темой «Интеграл». Это будет содействовать более естественному изучению материала. Не следует «вклинивать» другие темы между производной и интегралом.

5. Тему X класса «Начала теории вероятностей» целесообразнее вынести на факультативные занятия. Эта тема является важной с разных точек зрения, но она имеет сравнительно узкое применение в практической жизни, поэтому в целях разгрузки программы ее можно перенести на факультативные занятия.

6. Теорему Пифагора в V классе не давать,

оставив ее только в VIII. Для V класса эта теорема не нужна.

7. Тему «Тригонометрические функции» из X класса перенести в IX.

8. Желательно включить в программу X класса обобщающую тему «Логические основы доказательства», выделив на ее изучение 12—14 часов. Изучение этой темы должно стать завершением и систематизацией тех методов и приемов доказательств и умозаключений, которыми пользовались учащиеся за время обучения в средней школе. Изучение логических основ доказательства будет способствовать развитию логического мышления и последующему изучению математики и других наук. Мы вполне согласны с высказыванием проф. А. И. Маркушевича о том, что после окон-

чания средней школы у многих знания «улетучиваются», а логическое развитие остается.

Примерное содержание темы «Логические основы доказательства»: «Доказательство и опровержение. Строение доказательства (тезис, аргументы, демонстрация). Прямое и косвенное доказательство. Некоторые правила опровержения. Индукция и дедукция. Анализ и синтез. Приемы доказательства равенств и неравенств. Математическая индукция и ее применение».

9. Надо, чтобы «беседы учителя» с учащимися проводились не только по теоретическим вопросам, но и по вопросам истории математики. Опыт показывает, что исторические справки, даваемые учителем на уроках, весьма полезны для учащихся.

Межпредметные связи в проекте программы по математике

В. М. МЕДВЕДЕВ (г. Куйбышев)

Остановимся на вопросах раскрытия в программе межпредметных связей и политехнического обучения.

В проекте программы по математике для средней школы внесены соответствующие и нужные изменения в плане сближения школьного математического образования с уровнем развития современной науки и техники.

Следует отметить, что комиссия, работавшая по определению содержания математического образования, провела большую работу и в решении названных нами выше вопросов. В частности, с этой целью в IV—V классах вводятся отрицательные числа и простейшие буквенные формулы, что, безусловно, поможет более успешному преподаванию начального курса физики в VI классе.

В объяснительной записке к проекту программы говорится и о некоторых других вопросах связи математики с физикой.

Указанный перечень тем по взаимосвязи математики и физики, безусловно, далеко не достаточен. Более того, в самих же программах не отражена даже и та взаимосвязь, о которой говорится в объяснительной записке. В проекте не раскрыта также взаимосвязь математики с химией, черчением, трудовым обучением.

Правда, в объяснительной записке говорится, что «программа составлена с учетом многообразных связей со смежными дисциплинами и трудовым обучением». Но, к большому сожалению, вряд ли кто из читающих новую

программу заметит указанные «многообразные связи».

Мы обсудили проект новой программы со многими учителями Куйбышевской области, и мнение общее: в педагогической печати много говорится о важности межпредметных связей, но нет конкретного указания о системе взаимосвязей в преподавании математики с другими предметами, недостаточно сказано об этом и в объяснительной записке к проекту новых программ.

Вот именно, нет системы... И снова каждый учитель будет проявлять свое «творчество» в нахождении связей между предметами.

Причина, видимо, в том, что при составлении проекта новой программы по математике недостаточно уделено внимание вопросу совместного обсуждения содержания образования (по математике, физике, химии, биологии, черчению и трудовому обучению).

Решению вопроса политехнического обучения школьников на уроках математики проектом новой программы уделено некоторое внимание. В частности, говорится о «систематическом использовании логарифмической линейки при вычислениях, ...знакомство с графиками на логарифмической и полулогарифмической сетке...».

Проектом новой программы почти не уделяется внимание разделу измерительных работ на местности. Надо по крайней мере вос-

становить то, что было в последних (ныне действующих) программах.

Нет смысла доказывать роль и важность измерительных работ на местности с целью установления не только связей математики с жизнью, но и осмысливания математических понятий.

Всем известна большая роль этого раздела для успешного формирования научных и политехнических знаний.

Тщательное изучение проекта новой программы, неоднократное обсуждение его куйбышевскими учителями математики дает нам основание сказать, что из всех программ математических предметов программа по геометрии составлена менее удачно.

Педагогическая общественность, видимо, выскажет свои замечания и предложения в целом по курсу геометрии.

Мы же скажем, что новая программа по геометрии даже хуже, чем по арифметике, отвечает требованиям политехнического обучения и связи школьного курса геометрии с другими предметами естественно-математического цикла и трудом.

Словом, комиссии по составлению программы по математике в процессе дальнейшей ра-

боты над содержанием школьного математического образования есть смысл обратить внимание на принципиальный, очень важный вопрос: Каково же место и роль математики в формировании как научных, так и политехнических знаний у учащихся?

Этого можно достичь, если комиссии по разным предметам естественно-математического цикла и труда будут чаще советоваться между собою, чтобы суметь научно и правильно определить место каждого предмета с учетом его связей с другими школьными дисциплинами и формирования политехнических знаний у учащихся.

Всю систему взаимосвязей предметов естественно-математического цикла и труда, как нам представляется, необходимо строить на базе усиления теоретических и научных основ курсов средней школы, на базе возросшего общего уровня учащихся.

При разработке этой системы необходимо обратить внимание на особую роль математики, на введение во все другие предметы математических обобщений. Математика должна выполнять роль связывающего средства всех предметов естественно-математического цикла, изучаемых в школе.

Замечания по проекту программы

Т. Н. ДЕНИСОВА [Москва]

Проект программы в основном правильно намечает перспективу развития школьного математического образования в средних учебных заведениях.

Предлагаемое включение новых вопросов в программу средней школы представляет существенный шаг вперед по сравнению с ныне действующей программой.

Положительной чертой проекта является и введение факультативных курсов начиная с VII класса.

Но, к сожалению, проект программы носит весьма и весьма существенные недостатки, так что требуется значительная доработка его, прежде чем вводить в практику школы.

1. Главный недостаток проекта программы — перегрузка программы по некоторым классам. Особенно это касается IV класса. Разве допустимо пройти в один год: натуральные числа, целые числа и десятичные дроби.

Программы V—VIII классов также перегружены. Разгрузку программы надо провести за счет перенесения некоторых тем из обязательных в необязательные, по желанию, т. е. использовать часы факультативных занятий.

2. Непродуманной рекомендацией является содержание и последовательность прохождения курса «Арифметика и начала алгебры». Учитель математики VI класса из собственного опыта знает, что тема «Отрицательные числа» является нелегкой для восприятия учащимися. Проект же программы предлагает ее изучение в IV классе. Мотивировка переноса изучения темы «Целые числа» в IV класс весьма неубедительна. Также неубедительно предложение проекта об изучении десятичных дробей до изучения вопросов делимости и обыкновенных дробей. Широкая дискуссия в начале 60-х годов на страницах журнала «Математика в школе» ясно и убедительно показала более целесообразный путь изучения дроб-

ных чисел: вначале — обыкновенные дроби, а затем — частный вид обыкновенных дробей — десятичные дроби. Так зачем же вновь воскрешать отвергнутую последовательность?

Математическое развитие ученика не страдает, а выиграет, если принять такую последовательность: для IV класса — натуральные числа, делимость чисел и дробные числа (вначале — обыкновенные дроби) и остальной программный материал по этому курсу — в V классе. Такая последовательность диктуется и недостатком подготовленных кадров для IV класса. Разве может учитель IV класса, не имеющий математического образования, плодотворно преподавать арифметику и начала алгебры? А небольшой круг алгебраических вопросов и дробные числа будут полезны учителю IV класса сельской школы, если он пройдет курсы переподготовки при ИУУ.

3. Проект программы по алгебре для IX—X классов требует также доработки. Приветствуя введение в программу понятий производной и интеграла, следует указать, что отсутствие в программе производной сложной функции резко ограничивает применение производной.

Понятия «число», «уравнение» в программе не нашли должного отражения.

Одним из слабых мест программы по алгебре является необоснованная последовательность прохождения отдельных тем. В VII классе на тему «Система счисления. Арифметические устройства вычислительных машин» отводится 10 часов. Эта тема впервые вводится в программу по математике, и круг вопросов, затрагиваемых этой темой (см. объяснительную записку) невозможно представить «уложенными» в 10 часов. Получится, что отдали дань «моде», не заботясь о результатах. Так как эта тема не связана ни с предыдущим, ни с последующим материалом, то было бы желательным перенести ее в программу X класса, объединив с темой «Применение электронных вычислительных машин в науке и народном хозяйстве».

Тема «Показательная и логарифмическая функции» поставлена в программу VIII класса, а ведь известно, что и сейчас, когда она изучается в X классе, то для многих учащихся она является нелегкой. Поэтому эту тему надо изучать не в VIII, а, по крайней мере, в IX классе.

Совершенно не ясен имеющийся в программе разрыв тригонометрического материала на две части (в IX классе — тема № 4 и в X классе — тема № 7). Здесь напрашивается естественная поправка: тему № 3 («Непрерывные функции, предел функции. Производная»)

перенести в программу X класса, а тему № 7 («Тригонометрические функции» — продолжение) — в IX класс. Это позволит создать у учащихся более прочные знания тригонометрии и будет способствовать лучшему усвоению производной и интеграла.

4. Наиболее несовершенным является проект программы по геометрии. Положительно оценивая введение пропедевтического курса геометрии в IV и V классы, нельзя согласиться с регламентацией времени — 1 час в неделю. Эффективность усвоения геометрического материала при одном недельном часе будет ничтожна. Лучше геометрию дать в IV классе во втором полугодии — 2 часа в неделю или разбросать ее по курсу арифметики, а в V классе, где нельзя растворить геометрический материал среди арифметического, отвести 2 часа во втором полугодии.

Сомнительна рекомендация программы о введении доказательства при равенстве вертикальных углов. Пусть учащиеся IV класса проверяют верность тех или других предложений экспериментальным путем, применяя методы непосредственного измерения и наложения. В V классе логический элемент по сравнению с IV классом должен быть усилен, но все же изложение должно носить экспериментальный характер.

В программе отсутствуют вопросы проведения измерительных работ в классе. Правда, в объяснительной записке есть указание: «Измерительные и геодезические работы на местности не указаны явно в программе, но они желательны уже в IV классе». Разве такое указание без точного перечисления измерительных работ и их места по классам поможет учителю найти решение?

В целом же проект программы по геометрии, не подкрепленный практикой проведения его в школе, является неясным. Возможно, что созданные пробные учебники, изданные до введения этой программы в школе, помогут учителю понять лучше содержание курса геометрии.

5. Одним из существенных недостатков проекта программы является излишний концентризм в изложении ряда вопросов при изучении арифметики, алгебры и геометрии.

Главное же пожелание Министерству просвещения СССР — не торопиться с введением новой программы. Вначале солидная экспериментальная проверка новой программы на базе новых учебников; затем внесение в программу и учебники результатов обсуждения и проверки; подготовка и переподготовка учителей средней школы и только после выполнения этих условий — введение новой программы.

Проектом программы предусматривается изучение в школе понятий непрерывности функций, производной интеграла, элементов теории вероятностей. В связи с этим приведем ряд замечаний, относящихся, главным образом, к структуре программного материала IX, X классов.

1. Представляется рациональным сначала завершить изучение всех основных элементарных функций, в том числе тригонометрических (и обратных тригонометрических), а лишь затем на основе хорошо усвоенных понятий и навыков в элементарных действиях приступить к изучению обобщающих понятий предела функции, непрерывности, производной, интеграла (в проекте изучение тригонометрических функций предполагается после изучения пределов, непрерывности и производной).

2. Необходимо включение в программу пункта «Обзор элементарных функций. Область существования. Монотонность. Графическое решение уравнений ax^2+bx+c ; $\lg x = bx+c$; $\sin x = ax^2+bx+c$ и др.». Эта необходимость обуславливается рядом причин:

1) Понятие функции явилось отображением зависимостей и процессов, существующих и происходящих в реальном мире. Круг этих зависимостей, связей, явлений необозримо широк. Тем не менее подавляющее большинство из них, встречающееся в практике человека, описывается сравнительно немногими функциями, называемыми элементарными, которые легко могут быть систематизированы как раз посредством обзора.

2) При изучении того или иного понятия, например логарифма, учащиеся осваивают лишь действия над соответствующими выражениями, приобретают навык, но не воспринимают функциональной сущности понятия. Она познается в общем сравнительном обзоре функций.

3) При длительном изучении какой-либо темы (например, тригонометрии) учащиеся, естественно, забывают свойства изученных ранее функций, не относящихся к данной теме (например, a^x , $\log_a x$). В сравнительном же обзоре не только восстанавливаются, причем в виде определенной системы, полученные ранее знания, но и проявляются общие свойства изученных ранее функций, такие, как существование, монотонность.

3. Понятие предела является основным в математическом анализе, на нем базируются понятия и непрерывности функции, и производ-

ной, и интеграла. Пределы имеют разностороннее применение в школе (сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии, определение иррационального числа, длина окружности, площадь круга, объемы пирамиды и круглых тел и т. д.). Понятие предела имеет большое значение для сравнения поведения различных функций (например, функции a^x и x^n при $a > 1$, $n > 0$ неограниченно возрастают, но a^x растет быстрее, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n}{a^x} = 0$), что должно найти отражение в школьной программе. Поэтому необходимо производить изучение пределов в виде определенной самостоятельной системы, а не в виде отдельных эпизодов, необходимых то для суммирования прогрессии, то для обоснования длины окружности, то для вычисления производных и т. д. (как это понимается по пунктам 2 и 3 проекта). Вместо двукратного изучения понятия предела («предела последовательности» и «предела функции») удобнее — и со значительной экономией труда и учебного времени — изучать только предел функции (в точке и в бесконечности) с использованием геометрического изображения предела (в виде вертикального отрезка, к величине которого неограниченно приближаются ординаты функции). Предел же последовательности выступает при этом как частный случай (как пример) предела функции в бесконечности.

Что касается системы изучения пределов, то в программе, на наш взгляд, должна быть записана тема «Предел функции» следующего содержания:

«Понятия бесконечно малой и предела функции. Теоремы о пределе ограниченной монотонной функции (без доказательства), о пределах суммы, произведения, частного (с доказательствами). Вычисление пределов в точках существования функций (1° — предел однозначен; 2° — предел многочлена; 3° — предел отношения многочленов; 4° — неравенства

$|\sin x| \leq |x| \leq |\operatorname{tg} x|$ при $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$; пределы $\sin x$ и $\operatorname{tg} x$; 5° — пределы остальных основных элементарных функций — без доказательств).

Вычисление некоторых пределов в точках несуществования функций (1° — предел отношения многочленов в точке, равной корню знаменателя, 2° — предел в бесконечности отношения многочленов, 3° — предел в бесконеч-

ности отношений показательной, степенной, логарифмической функций, 4° — предел отношения $\sin x$ к x).

Понятие непрерывной функции. Непрерывность основных элементарных функций».

4. Вряд ли есть необходимость (и возможность) изучения производных всех основных элементарных функций. Отмеченные в проекте (пункт 5) производные от a^x , $\log_a x$ удобнее перенести в факультативный курс. Для вывода производной от a^x проектом предлагается (стр. 16) принять без доказательства

формулу $\lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{a^\Delta - 1}{\Delta} = c$. Более естественно принять (без доказательства) второй замечательный предел

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} (1 + \Delta)^{\frac{1}{\Delta}} = e.$$

5. Изучение широкого круга явлений, взаимосвязей, процессов, встречающихся в практике человека, производится посредством исследования функций. Уже поэтому в программе должна быть указана самостоятельная тема «Исследование функций» в качестве итоговой, завершающей изучение производной и обобщающей полученные ранее сведения об отдельных функциях.

А так как график функции является наглядным изображением ее поведения, без построения графика $y=f(x)$ от учащихся часто ускользает сама сущность понятия функции $f(x)$, то необходимо включить в программу пункта о построении графиков с помощью производной (чего в проекте нет). Тема «Исследование функций» может иметь следующее содержание. «Теорема о возрастании функции, имеющей положительную производную (и об убывании в случае отрицательной производной). Определение максимума и минимума функции, геометрическое изображение. Нахождение их посредством первой производной. Решение практических задач на максимум и минимум. Горизонтальное или вертикальное положение касательной к графику функции в точках, в которых производная обращается в нуль или не существует (обращается в бесконечность). Построение графиков многочленов и сумм радикалов (2-й и 3-й степеней) с использованием производной».

Согласно этим замечаниям в рамках 210 часов, отведенных проектом для курса алгебры

и анализа в IX, X классах, можно предложить следующую схему программы: 1) Система уравнений и неравенств — 15 часов. 2) Тригонометрические функции (включая обратные тригонометрические) — 50. 3) Обзор элементарных функций — 12. 4) Предел функции — 16. 5) Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии; периодическая дробь, понятие иррационального числа — 5. 6) Производная — 19. 7) Исследование функций — 16. 8) Интеграл — 12. 9) Начала теории вероятностей — 23. 10) Применение электронных вычислительных машин — 2. 11) Повторение — 20. 12) Резерв — 20.

Эта схема, отличаясь от проекта большей систематичностью, содержит и больше фактического материала (при тех же 210 часах).

Трудно согласиться с мнением авторов проекта о систематическом употреблении понятия производной при изучении квадратного трехчлена, показательной и тригонометрических функций (стр. 15, 16). Для решения квадратного неравенства

$$x^2 + x + 1 > 0$$

(исследование квадратного трехчлена, пункт 3 проекта) или для исследования функции a^x вряд ли следует употреблять производную. Такое ее применение лишь дискредитировало бы понятие производной в глазах учащихся. Тем более что навыки в действиях над элементарными функциями в процессе их изучения еще не тверды и освоение сразу и элементарных навыков и навыков в применении производной вызвало бы дополнительные трудности. В то же время указание на использование производной при построении графиков — т. е. на действительно эффективное употребление производной — в проекте отсутствует.

В заключение заметим, что, по нашему мнению, программа непременно должна охватывать следующие вопросы (которые опущены в проекте): а) Комплексные числа (с изучением геометрической формы в геометрии, тригонометрической — в тригонометрии). б) Уравнения высших степеней (с разложением на множители левой части). в) Исследование квадратного трехчлена посредством дискриминанта (с использованием графика) и решение неравенств 2-й степени. г) Преобразование тригонометрической суммы в произведение. д) В геометрии — построение алгебраических выражений $\frac{ab}{c}$, $\sqrt{ab}$ и др.