

Активным деятелем математического образования в Литовской ССР, инициатором важных начинаний, способствующих улучшению постановки преподавания математики в школе, является Й. П. Кубилюс.

Развитие школьного математического образования в Эстонской ССР связано с именами Г. Ряго и Ю. Нуута — профессоров Тартуского университета. В 1957 г. была создана Комиссия по преподаванию математики при Министерстве просвещения Эстонской ССР. Руководителем ее был назначен ученик профессора Г. Ряго Э. Этверк, а с 1960 г.— доцент университета О. Принитс, также ученик профессора Г. Ряго. В работе комиссии принимают участие представители Тартуского государственного университета, Таллинского политехнического института, Таллинского педагогического института, Научно-исследовательского института педагогики Эстонской ССР, Института усовершенствования учителей и учителя.

Определенная работа в области школьного математического образования ведется в Татарской АССР. Эту работу возглавляет Б. В. Болгарский. Им много сделано по изучению методико-математического наследия Казанской школы математического образования.

В Калмыцкой АССР исследовательскую работу в области методики математики проводит П. М. Эрдниев. В 1960 г. им опубликована книга «Сравнение и обобщение при обучении математике», в которой показано, как посредством сравнения родственных понятий и последующего обобщения их устанавливаются новые логические связи.

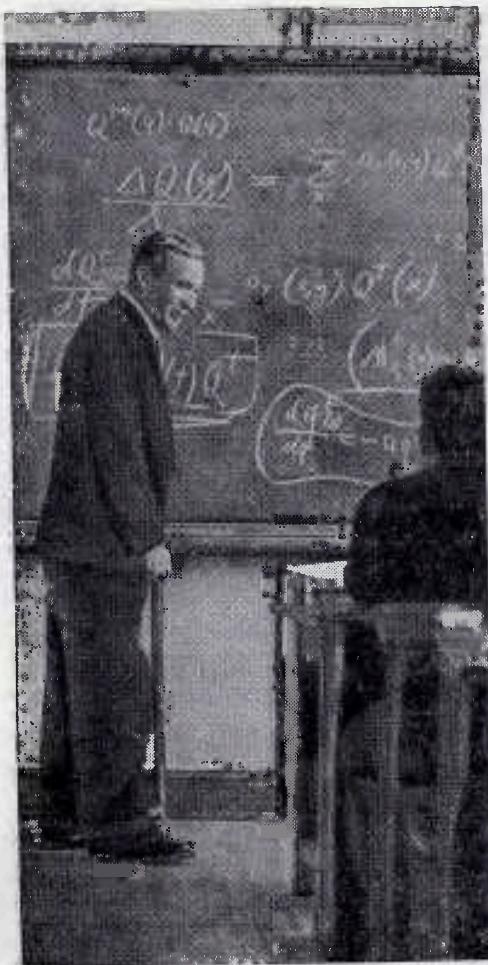
## 5. Период реформы школьного образования (1966—1972 гг.)

Применение математических методов в различных отраслях науки и техники, в автоматизации труда и процессах управления, в различных сферах практической деятельности человека в последние два десятилетия поставило перед школьным математическим образованием новые проблемы. Уже к началу 50-х годов во всех странах назрела необходимость модернизации содержания курса математики средней школы, сближения его с идеями и методами современной математики.

В 50-х годах активизировала свою деятельность Международная комиссия по математическому образованию<sup>29</sup>, которая провела ряд конференций, сессий, семинаров, симпозиумов. Вопросы совершенствования школьного математического образования обсуждались на международных математических конгрессах.

На Международном конгрессе математиков в Амстердаме в 1954 г. Международная комиссия по математическому образованию представила доклад, в котором содержалось предложение радикально перестроить школьный курс математики, положив в основу его понятия множества, преобразования и структуры. На Международном конгрессе математиков в Стокгольме в 1962 г. отмечалось, что большинство стран предлагает введение в школьный курс элементарной теории множеств, элементов математической логики, понятий современной алгебры (группы, кольца, поля, векторы), начальных сведений по теории вероятностей и математической статистике. В докладе комиссии указывалось на необходимость модернизации языка и познавательной структуры школьной математики,

<sup>29</sup> Бычков Б. П. Международная комиссия по математическому образованию.— Математика в школе, 1970, № 5, с. 83—86.



Акад. А. Н. Колмогоров на уроке в математической школе при Московском государственном университете (Кунцево, 1970 г.)

комиссией под руководством основным содержанием курса математики, ее дополняют элементы геометрии и алгебраической пропедевтики, которые органически включаются в систему арифметических знаний, способствуя более глубокому усвоению понятий о числе, арифметических действиях и их свойствах.

В 1965 г. под руководством А. Н. Колмогорова был разработан проект новой программы для IV—VIII и IX—X классов. Этот проект во многих положениях принципиально отличался от всех предшествующих ему программ советской школы. Его особенностью было, прежде всего, усиление внимания к обобщающим идеям математики. Проект содержал вопросы, имеющие большое значение как в общеобразовательном отношении, так и с точки зрения их практических приложений, подготовки учащихся к продолжению образования (производную, интеграл, элементы теории вероятностей, сведения об электронных вычислительных машинах, элементы аналитической геометрии, геометрические преобразования).

Новую, более широкую трактовку получил принцип связи преподавания математики с жизнью. Эта связь проводилась, в первую очередь,

возможность сократить время на изучение некоторых традиционных вопросов (синтетическая геометрия, решение треугольников и др.).

В рекомендациях Международной сессии, посвященной новым методам преподавания математики (Афины, 1963 г.), отмечалось, что основой школьного курса математики являются понятия множества, отношения, функции; подчеркивалась «необходимость иметь перед глазами идею математических структур как идеиную нить преподавания»<sup>80</sup>.

В декабре 1964 г. была организована Комиссия по определению содержания среднего образования Академии наук СССР и Академии педагогических наук. Математическую секцию комиссии возглавил академик А. Н. Колмогоров.

Комиссия по определению содержания образования разработала новый учебный план средней школы, согласно которому начальное обучение ограничивалось тремя классами, с IV класса вводилось предметное преподавание. В VII—X классах значительное время выделялось для факультативных занятий по выбору учащихся (при полном осуществлении нового плана — два часа в неделю в VII классе, четыре — в VIII, по шесть часов — в IX и X классах).

Новая программа по математике для I—III классов была разработана под И. К. Андронова. По этой программе

<sup>80</sup> Депман И. Я. Международная сессия, посвященная новым методам преподавания математики.— Математика в школе, 1965, № 3. с. 94.

путем обогащения школьных программ материалом, имеющим широкое познавательное значение (они включали векторы, координатный метод, производную и интеграл, понятие о дифференциальном уравнении, как о весьма общем способе выражения законов природы и техники, гармонические колебания, понятие о вероятности). Предусматривалось также раскрытие сущности аксиоматического метода, в частности в связи с ознакомлением с понятиями группы, кольца, поля.

Переработанный проект программы был опубликован в 1966 г. и широко обсуждался педагогической общественностью в школах, институтах усовершенствования учителей, педагогических институтах, университетах. В 1967 г. был опубликован пересмотренный на основе материалов обсуждения новый вариант проекта программы<sup>31</sup>.

Оба варианта проекта программы по математике обсуждались на заседаниях Отделения математики и Отделения экономики Академии наук СССР и на заседаниях Президиума Академии наук СССР. Доклад А. Н. Колмогорова о проекте программы по математике для средней школы был одобрен общим собранием Отделения математики. В его постановлении отмечалось: «Признать правильной и необходимой проводимую в предлагаемом проекте тенденцию включения в школьный курс математики более актуальных разделов с одновременным исключением менее важного материала. Особенно существенно введение в школьный курс первоначальных основ математического анализа. Это важно не только с точки зрения общего развития учащихся и понимания ими истинного содержания и значения математики, от чего действующие программы слишком далеки, но также для упрощения преподавания и лучшего усвоения учащимися ряда традиционных разделов математики и физики (например, площади и объемы, основные понятия механики и др.)»<sup>32</sup>. Было одобрено предложение о введении в старших классах занятий по выбору учащихся (факультативов), что должно обеспечить более гибкую и доступную для каждого систему развития индивидуальных способностей и интересов.

В 1968 г. была опубликована программа по математике<sup>33</sup>, утвержденная Министерством просвещения СССР в качестве основы для работы над новыми учебниками. Был составлен следующий план перехода средней школы на новую программу: в 1970/1971 учебном году — IV классы, 1971/1972 — V классы, 1972/1973 — VI классы, 1973/1974 — VII и IX классы, 1974/1975 — VIII и X классы. Указывалось, что новая программа по каждому классу утверждается одновременно с соответствующими учебниками.

Приводим схему программы по математике, утвержденной в 1968 г.

### Восьмилетняя школа

Арифметика и начала алгебры (IV—V классы). IV класс. Натуральные числа (105 часов); десятичные дроби (75 часов).

V класс. Положительные и отрицательные числа (80 часов); обыкновенные дроби, действия с обыкновенными и десятичными дробями (95 часов).

<sup>31</sup> Проект программы средней школы по математике.— Математика в школе, 1967, № 1, с. 4-23. Проект программы по математике для I—III классов.— Там же, 1967, № 2, с. 64—66.

<sup>32</sup> О проекте программы средней школы по математике.— Математика в школе, 1967, № 3, с. 28.

<sup>33</sup> Программа по математике для средней школы.— Математика в школе, 1968, № 2, с. 5—20.

**Алгебра (VI—VIII классы).** VI класс. Основные понятия (10 часов); прямая и обратная пропорциональность, одночлены (40 часов); целые выражения (48 часов); уравнения и системы уравнений (42 часа).

VII класс. Рациональные выражения (42 часа); неравенства (20 часов); корни (16 часов); квадратные уравнения (44 часа).

**VIII класс.** Арифметическая и геометрическая прогрессия (15 часов); дробные показатели степени, показательная функция и логарифмы (70 часов); организация вычислений и вычислительная техника (30 часов); повторение (25 часов).

**Геометрия (IV—VIII классы).** IV класс. Основные геометрические понятия (30 часов).

V класс. Геометрические построения (35 часов).

VI класс. Равенство плоских фигур, логическое строение геометрии (20 часов), многоугольники (50 часов).

VII класс. Начальные сведения о стереометрии (15 часов); геометрические величины (25 часов); подобие (38 часов); преобразования движения и подобия (10 часов).

VIII класс. Метрические соотношения в треугольнике, тригонометрические функции (35 часов); окружность. Вписанные и описанные многоугольники (20 часов); повторение (15 часов).

#### Старшие классы средней школы

**Алгебра и начала анализа (IX—X классы).** IX класс. Принцип математической индукции, элементы комбинаторики (15 часов); бесконечные последовательности и пределы (15 часов); производная и ее применение (45 часов); тригонометрические функции, их графики и производные (30 часов).

X класс. Производная показательной функции и логарифма (15 часов); интеграл (12 часов); тригонометрические функции (продолжение) (40 часов); системы уравнений и неравенств; счетно-электронные машины (18 часов); повторение (20 часов).

**Геометрия (IX—X классы).** IX класс. Прямые и плоскости; координаты и векторы в пространстве (70 часов).

X класс. Многогранники и тела вращения (50 часов); повторение (20 часов).

Анализ программы 1968 г.<sup>34</sup> показывает, что ее авторы при определении содержания школьного курса не пошли по пути резкой модернизации математического образования. При составлении программы учитывался опыт, накопленный в массовых и экспериментальных школах, в сочетании с оригинальным решением ряда методических проблем.

Используя отечественное наследие и современные исследования педагогов и психологов, авторы программы нашли удачное сочетание индуктивных содержательных обоснований, особенно на ранних ступенях обучения, с формально-дедуктивными, которые вместе с широким использованием наглядно-графических интерпретаций должны обеспечить не только глубокое усвоение фактического материала, но и достаточное развитие логического мышления. В целом программа дает возможность кончившему школу получить правильное представление о строении дедуктивной теории.

<sup>34</sup> С учетом корректировок, внесенных в нее при утверждении учебников.

Арифметика и начала алгебры вместе с геометрическим материалом IV—V классов составили учебный предмет «Математика». В IV классе повторяются и систематизируются ранее полученные учащимися сведения о натуральных числах, причем используются понятия «множество», «элемент множества», «принадлежность», «пустое множество». Содержание этих понятий разъясняется на конкретных примерах. В V классе учащиеся знакомятся с простейшими операциями над множествами — «объединением», «пересечением». Эти понятия используются при решении уравнений и неравенств, изучении вопросов делимости, при построении простейших графиков. При повторении и систематизации сведений о натуральных числах начинают формироваться понятия «выражение», «уравнение», «неравенство», широко используются графические иллюстрации.

Изучение десятичных дробей (IV класс) предшествует систематическому изучению обыкновенных дробей (V класс). Десятичные дроби вводятся как обыкновенные дроби со знаменателем вида  $10^n$ , записанные особым образом. Основное внимание сосредоточено на выработке прочных навыков выполнения действий с десятичными дробями. В IV классе правило умножения на дробь не дается, а выводится при решении задач на вычисление площади прямоугольника «по соображению». Такое решение одного из дискуссионных методических вопросов следует признать весьма удачным.

В V классе вводятся отрицательные числа, понятие модуля числа, в IV классе учащиеся знакомятся с изображением чисел точками на числовой линии, а в V классе — на числовой прямой. Это дает возможность широко использовать в педагогическом процессе изоморфизм числовых и точечных множеств. Большое внимание уделяется приближенным вычислениям.

Программа восьмилетней школы построена так, что создается возможность несколько поднять логический уровень изложения материала, опираясь на весьма осторожное, как подчеркивается в объяснительной записке, использование элементов логики и соответствующей символики. При изучении уравнений и неравенств программой предусмотрено знакомство учащихся с логическим понятием «высказывания» (IV класс); в V классе вводится символическое обозначение операции объединения и пересечения множеств ( $\cup$  и  $\cap$ ); и в VI классе учащиеся знакомятся с употреблением элементарных логических символов следования ( $\Rightarrow$ ) и равносильности ( $\Leftrightarrow$ ).

Уделяя должное внимание тождественным преобразованиям и уравнениям, программа основного курса вместе с тем рекомендует ограничить использование сложных преобразований, требующих изобретательности и специальных приемов. При этом подчеркивается возможность формирования твердых навыков элементарных преобразований и четкой формулировки результатов. Акцентируется внимание и на развитии вычислительных навыков с использованием приближенных вычислений, графиков и таблиц. Так, в VII классе в теме «Неравенства» рекомендуются упражнения на оценку результата приближенных вычислений квадратного корня с любой заданной точностью. В дальнейшем круг сведений по вычислительным методам расширяется в связи с изучением логарифмов, логарифмической линейки. В VIII классе изучение курса алгебры завершается темой «Организация вычислений и вычислительная техника», подытоживаются и систематизируются сведения по приближенным вычислениям и дается понятие о программировании для машинных вычислений и об арифметическом устройстве ЭВМ.



А. И. Маркушевич

Функциональная пропедевтика, начинающаяся по сути еще в начальной школе, повышает идеино-теоретический уровень изучения курса математики и создает благоприятные условия для успешного изучения элементов анализа в старших классах.

В курсе геометрии восьмилетней школы геометрические преобразования, рассматриваемые в V классе как преобразования фигур, а с VI класса как преобразования плоскости, справедливо занимают центральное место, ибо идея геометрического преобразования представляет собой геометрический аналог идеи функциональной зависимости. Знакомство с перемещением фигур (поворот, параллельный перенос, симметрия относительно оси) в V классе проводится практически на оперативном уровне. В VI классе логический уровень изложения вопросов геометрических преобразований несколько поднимается. В VII классе вводится понятие вектора, изучение гомотетии связывается с умножением вектора на число; устанавливается, что произвольное преобразование подобия сводится к перемещению и гомотетии.

Объяснительная записка к новой программе ориентирует на постепенный переход от индуктивных приемов к дедуктивному методу при изучении геометрических фактов. Так, в IV классе геометрия имеет преимущественно наглядный характер; здесь широко применяется вырезывание фигур из бумаги и картона, перегибание листа бумаги, работа с клетчатой бумагой и т. д. Постепенно начинают пользоваться линейкой, угольником и циркулем, вначале в качестве измерителя при сравнении отрезков, а затем для построения окружности.

В V классе основное внимание уделяется геометрическим построениям, что должно способствовать подготовке к курсу черчения, который начинается в VII классе. При решении задач на построение, кроме линейки и циркуля, используется угольник, рекомендуется и пользование рейсшиной. Хотя курс геометрии сохраняет еще индуктивный характер и программа ориентирует на то, чтобы внимание было направлено скорее на ясную логическую формулировку выводов из эмпирических наблюдений, чем на доказательства и определения, роль дедуктивных рассуждений усиливается.

Систематический курс геометрии (планиметрии) начинается с VI класса. Стереометрический материал в курсе геометрии восьмилетней школы изучается в пропедевтическом плане.

Курс математики IX—X классов состоит из алгебры и начал анализа и геометрии. В первых двух темах курса алгебры и начал анализа обобщается понятие числа, действительные числа представляются как бесконечные десятичные дроби. Знакомство с комплексными числами в обязательный курс не входит. Центральное место занимают элементы математического анализа, в который органически включается изучение тригонометрических функций, когда-то составлявших основное содержание отдельного курса «Тригонометрия». В последней теме алгебраического материала в X классе «Системы уравнений и неравенства», в частности,

дается понятие о линейном программировании. Завершается тема беседой о современной вычислительной технике.

Элементы математического анализа заняли прочное место в новой программе. Понятие производной вводится уже в IX классе, что дает возможность ее использования в приложениях, причем элементы анализа не выступают в виде надстройки к курсу элементарной математики, как это имело место в некоторых проектах школьных программ, а являются органической частью всего курса математики IX—X классов. В X классе изучается интеграл и рассматривается решение дифференциальных уравнений  $y' = ky$  и  $y'' = -\kappa^2 y$ . Интегральное исчисление используется затем в геометрии для вывода формул объемов пространственных тел.

В IX—X классах изучается систематический курс стереометрии. Применение векторной алгебры и метода координат дает возможность упростить доказательство целого ряда теорем и показать общность алгебраического подхода при изучении пространственных форм.

Комплексные числа и элементы теории вероятностей, входившие во все варианты проекта настоящей программы, в программу основного курса не вошли и отнесены к факультативным занятиям.

При составлении новой программы был проведен тщательный отбор минимума начальных понятий теории множеств и элементов математической логики, сведений по вычислительной технике. В докладе на Первом Международном конгрессе по преподаванию математики (Лион, 1969 г.) А. И. Маркушевич отметил: «Мы полагаем, что современный символический язык математики, при всем его несомненном значении для специалистов, нельзя считать обязательным для каждого образованного человека. Опыт показывает, что теми, кто избирает математику в качестве профессии, этот язык усваивается в свое время легко и быстро. Поэтому нет необходимости начинать его изучение с раннего возраста, когда склонности и интересы ребенка еще не определились»<sup>35</sup>.

Таким образом, разработанная под руководством А. Н. Колмогорова программа отличается большой продуманностью. Ее авторы бережно отнеслись к прогрессивному наследию прошлого и без излишнего увлечения внесли в школьный курс то новое, что характерно для современных тенденций модернизации школьного математического образования. Работа над содержанием школьного курса математики продолжается, и с соответствующей подготовкой и переподготовкой учителей, накоплением опыта изучения в школе новых тем в программу будут вноситься уточнения и изменения. С учетом этого обстоятельства учебники по математике утверждаются Министерством просвещения СССР как учебные пособия, а не стабильные учебники.

Наряду с программой обязательного курса математики разрабатывались программы факультативных курсов. Факультативные занятия по выбору учащихся введены в учебный план с целью углубления знаний по естественным и гуманитарным наукам, а также развития разносторонних интересов и способностей учащихся. «Введение факультативных занятий по выбору в VII—X классах является необходимым дополнением к подчеркнуто общеобразовательному характеру основного курса математики в старших классах»<sup>36</sup>.

<sup>35</sup> Маркушевич А. И. Некоторые проблемы обучения математике в школе.— Математика в школе, 1969, № 6, с. 27.

<sup>36</sup> Колмогоров А. Н. Новые программы и некоторые основные вопросы усовершенствования курса математики в средней школе.— Математика в школе, 1967, № 2, с. 9.

Рекомендуются факультативные занятия по математике двух видов.

Первый вид («Дополнительные главы и вопросы математики») предусматривает углубление программных вопросов или изучение вопросов, примыкающих к программным, а также изучение некоторых дополнительных тем, важных с общеобразовательной точки зрения и раскрывающих приложения математики. Во всех классах часть времени, отводимого на занятия по выбору, выделяется для решения задач по всему курсу математики.

На факультативных занятиях изучаются такие вопросы:

VII класс — дополнительные вопросы арифметики целых чисел; арифметическое устройство вычислительных машин; симметрия;

VIII класс — множества и операции над ними, бесконечное множество; геометрические преобразования; метод координат; дополнительные вопросы арифметики; функции и графики; задачи на максимум и минимум;

IX класс — множества и операции над ними; производная;

X класс — интеграл; начала теории вероятностей с элементами комбинаторики; алгебраические уравнения любой степени.

Предусматриваются и темы по выбору преподавателя в IX (натуральные числа и принцип математической индукции; численные методы решения уравнений; геометрические преобразования) и X классах (сведения об электронных вычислительных машинах; дополнительные вопросы теории вероятностей; вычислительный практикум; понятие о неевклидовых геометриях и об аксиоматическом методе в геометрии)<sup>37</sup>.

Второй вид факультативных занятий — изучение учащимися IX—X классов специальных курсов математики (программирование; вычислительная математика; векторные пространства и решение задач линейного программирования; элементы дискретной математики и др.). Эти курсы рекомендуются для школ, где имеется возможность привлечь к преподаванию специалистов, хорошо подготовленных учителей, преподавателей вузов, работников научно-исследовательских учреждений и вычислительных центров. Изучение каждого из специальных курсов рассчитано на 70 часов<sup>38</sup>.

Специальный курс «Вычислительная математика» включает следующие темы: приближенные числа, системы линейных уравнений, приближенное решение уравнений, таблицы функций, функциональные шкалы, интерполяция, приближенное вычисление определенных интегралов.

Курс «Программирование», имеющий целью познакомить учащихся с основами программирования и принципами работы ЭВМ, предусматривает изучение таких вопросов: арифметические основы программирования, основные устройства электронной счетной машины, приемы программирования, структура программы, система команд и особенности программирования на конкретной машине, понятие об автоматизации программирования, примеры программирования методом приближенных вычислений.

Задачей курса «Элементы дискретной математики» является изучение элементов математической логики, уточнение и расширение на этой основе таких основных понятий, как переменная, функция, уравнение, неравенство, ознакомление с некоторыми приложениями математической логики в современной технике.

<sup>37</sup> Факультативные курсы. Дополнительные главы и вопросы математики.— Математика в школе, 1967, № 1, с. 23.

<sup>38</sup> Программы специальных курсов по математике.— Математика в школе, 1967, № 3, с. 73—75; № 4, с. 58—59.

Программа курса «Векторные пространства и решение задач линейного программирования» включает следующие темы: двумерное векторное пространство, трехмерное векторное пространство,  $n$ -мерные векторы и математическая модель общей задачи линейного программирования, решение задач линейного программирования.

При составлении программ специальных курсов учитывался опыт преподавания, накопленный в классах с математической специализацией.

Параллельно с разработкой новой программы проводилась интенсивная работа над созданием учебников. Лучшие из них принимались в качестве пробных и подвергались массовой экспериментальной проверке. После соответствующей доработки они утверждались Министерством просвещения СССР в качестве учебных пособий.

Для I—III классов введен учебник «Математика» М. И. Моро и др. Для IV класса утвержден учебник «Математика» Н. Я. Виленкина, К. И. Нешкова, С. И. Шварцбурда, А. Д. Семушкина, А. С. Чеснокова, Т. Ф. Нечаевой под редакцией А. И. Маркушевича. Этот учебник охватывает материал программы по арифметике и началам алгебры и геометрии. Для V класса введен учебник «Математика» Н. Я. Виленкина, К. И. Нешкова, С. И. Шварцбурда, А. Д. Семушкина, А. С. Чеснокова под редакцией А. И. Маркушевича.

Для VI—VII классов утверждены в качестве общесоюзных учебных пособий «Геометрия» А. Н. Колмогорова, А. Ф. Семеновича, Ф. Ф. Нагибина, Р. С. Черкасова под общей редакцией А. Н. Колмогорова и «Алгебра» Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюка, К. С. Муравина, С. Б. Суворова под редакцией А. И. Маркушевича. Издан и ряд других пробных учебников, из числа которых в результате экспериментальной проверки будут отобраны учебники для массовой школы. Из пособий для факультативных занятий — сборников статей по дополнительным главам курса математики и спецкурсам — отметим пособие В. М. Монахова и О. А. Боковнева «Векторные пространства и линейное программирование», написанное на основе экспериментальной проверки разработанных авторами учебных материалов.

С переходом на новое содержание математического образования в средней школе возникли новые задачи перед методикой математики. Самое активное участие в методической разработке идей вводимой программы принимает А. Н. Колмогоров, который возглавил в настоящее время всю советскую методико-математическую науку.

Наряду с обоснованием нового содержания математического образования, А. Н. Колмогоровым высказаны некоторые общие положения о характере изучения математики в школе и развиты методические концепции, касающиеся конкретных вопросов школьного курса. Так, говоря об идеальной строгости курса математики в средней школе, он отметил следующие требования: всюду, где это возможно, учащихся надо прямymi путями вести к современным и рациональным методам решения проблем и задач; переход к новому кругу идей должен быть по возможности мотивирован понятным для учащихся способом; работа над каждой темой должна быть доведена до тех минимальных результатов, которые ее действительно оправдывают; школа не должна наполнять память учащихся заготовками, которые в школьном курсе не найдут достойного употребления, в надежде, что они когда-либо пригодятся<sup>39</sup>. А. Н. Колмогоровым

<sup>39</sup> Колмогоров А. Н. Новые программы и некоторые основные вопросы усовершенствования курса математики в средней школе.— Математика в школе, 1967, № 2, с. 6.



Р. С. Черкасов



Ф. Ф. Нагибин

---

рассмотрены вопросы, связанные с трактовкой таких понятий школьного курса алгебры, как тождество, уравнение, функции и их графики<sup>40</sup>, методика изучения основных элементарных функций<sup>41</sup>.

Большой интерес представляют работы А. Н. Колмогорова об изучении в школьном курсе геометрических преобразований<sup>42</sup>.

На научной конференции ученых-педагогов социалистических стран (Москва, август 1971 г.) А. Н. Колмогоров говорил: «Глядя в будущее, необходимо уже сейчас строить школьный курс так, чтобы учащиеся были подготовлены к восприятию новых аспектов прикладной математики. В частности, надо думать, что овладение языками типа Алгол или Фортран, позволяющими формулировать задачи для машин, перерабатывающих информацию, может стать действительно массовой потребностью. Пока же образовательной школе важнее создать надлежащие навыки мысли, чем тратить время на изучение конкретных «машинных языков». Машина не может поправлять данный ей заказ при помощи здравого смысла и интуиции. С ней надо разговаривать на языке, обладающем полной формальной определенностью и ясностью. Таким образом, перспективные практические потребности смыкаются со стремлением к более строгому с логической стороны построению школьного курса математики»<sup>43</sup>.

<sup>40</sup> Колмогоров А. Н. Что такое функция.— Квант, 1970, № 1, с. 27—36; Колмогоров А. Н. Что такое график функции.— Там же, № 2, с. 3—13.

<sup>41</sup> Колмогоров А. Н. Обобщение понятия степени и показательная функция.— Там же, 1968, № 1, с. 24—32; Колмогоров А. Н. К изучению показательной функции и логарифмов в восьмилетней школе.— Там же, 1968, № 2, с. 23—25; Колмогоров А. Н. Функции и графики, непрерывность функций.— Там же, № 6, с. 12—21.

<sup>42</sup> Колмогоров А. Н. Геометрические преобразования в школьном курсе геометрии.— Математика в школе, 1965, № 2, с. 24—29.

<sup>43</sup> Колмогоров А. Н. Современная математика и математика в современной школе. Материал к научной конференции ученых-педагогов социалистических стран. Изд-во Академии педагогических наук СССР, М., 1971, с. 2.



Н. Я. Виленкин



П. М. Эрдниев

Активное участие в методической разработке отдельных тем и вопросов новой программы принимали А. И. Маркушевич, Н. Я. Виленкин, Р. С. Черкасов, А. И. Фетисов и другие.

С 1967 г. широко освещается опыт работы по новым школьным программам и учебникам школ всех союзных республик. Из публикаций, раскрывающих содержание факультативных занятий, большой интерес представляют статьи А. Н. Колмогорова<sup>44</sup>, Б. В. Гнеденко и И. Г. Журбенко<sup>45</sup>, А. И. Маркушевича<sup>46</sup>, В. М. Монахова<sup>47</sup>.

В последние годы проведена большая работа по обобщению опыта преподавания математики в школах с математической специализацией. В 1965—1969 гг. в издательстве «Просвещение» вышли четыре сборника статей серии «Проблемы математической школы». В них рассмотрены содержание, цели и методы изучения общего курса математики в школах с математической специализацией; содержание и методика изучения специальных курсов, связь между общим и специальным математическим образованием, а также их связь с преподаванием физики в условиях математической или физико-математической специализации в средней школе.

Актуальные вопросы современной методики математики активно разрабатываются в настоящее время во всех союзных и автономных республи-

<sup>44</sup> Колмогоров А. Н. Введение в теорию вероятностей и комбинаторику.—Математика в школе, 1968, № 2, с. 63—72.

<sup>45</sup> Гнеденко Б. В., Журбенко И. Г. Теория вероятностей и комбинаторика.—Математика в школе, 1968, № 2, с. 72—84; № 3, с. 30—49.

<sup>46</sup> Маркушевич А. И. Интегрирование.—Математика в школе, № 4, с. 43—53; А. И. Маркушевич. Дополнительные вопросы арифметики целых чисел.—Там же, 1967, № 4, с. 38—48.

<sup>47</sup> Монахов В. М. Системы счисления и арифметические устройства электронных вычислительных машин.—Математика в школе, 1967, № 3, с. 39—48; № 4, с. 49—57; Монахов В. М. Сведения об электронных вычислительных машинах.—Там же, 1968, № 1, с. 59—68.

ках. Эта работа направляется и координируется республиканскими научно-исследовательскими институтами педагогики и педагогическими вузами. Большое значение для развертывания исследовательской работы в национальных республиках, связанной с переходом школ на новые учебные планы и программы, имело преобразование Академии педагогических наук РСФСР в Академию педагогических наук СССР (август 1966 г.)<sup>48</sup>. Основные направления деятельности в области методики математики составляют экспериментальная проверка пробных учебников, разработка содержания и методики проведения факультативных занятий, а также проведение отдельных исследований, связанных с усвоением учащимися нового содержания школьного математического курса (разработка системы упражнений и задач, содействующих формированию вводимых в школьный курс новых или по-новому трактуемых понятий, использование элементов теории множеств и современного символического языка и т. п.).

В Украинской ССР созданы пособия для факультативных занятий по дополнительным главам и вопросам математики (для VII класса — Г. Н. Скobelева и др.; для VIII класса — под редакцией В. Н. Костарчука; для IX класса — под редакцией В. А. Зморовича; для X класса — под редакцией И. Е. Шиманского); пособия по отдельным специальным курсам («Элементы дискретной математики» Г. Н. Скобелева и «Векторные пространства и решения задач линейного программирования» В. Н. Костарчука и Л. Н. Вивальнюка).

Разработке вопросов преподавания математики по новой программе посвящены исследования Г. П. Бевза, Е. С. Дубинчук, А. Ф. Семеновича, З. И. Слепкань, И. Ф. Тесленко и др.

Много трудится в области современных проблем методики математики П. М. Эрдниев (Калмыцкая АССР). В своих книгах и статьях он обосновывает целесообразность считать в качестве основного методического приема обучения математике метод противопоставления, рациональное сочетание аналитических упражнений с синтетическими (составление задач и примеров).

Отметим, что за годы Советской власти проведена большая работа по подготовке кадров методистов-математиков высшей квалификации. К 1972 г. защищено около 450 кандидатских диссертаций по специальности методика преподавания математики. Научно-исследовательская работа особенно активно развернулась в 50—60 годах. Ведущая роль в этом принадлежит сектору (ныне лаборатории) обучения математике Научно-исследовательского института содержания и методов обучения Академии педагогических наук СССР, кафедрам педагогики Московского педагогического института им. В. И. Ленина, Московского областного педагогического института им. Н. К. Крупской, Ленинградского педагогического института им. А. И. Герцена, Киевского педагогического института им. А. М. Горького, Казанского педагогического института.

В Советском Союзе защищено шесть диссертаций на соискание ученой степени доктора педагогических наук по методике математики: И. В. Арнольдом — «Теоретическая арифметика. Пособие для пединститутов» (1941 г.), В. И. Костиным — «Основания геометрии. Пособие для пединститутов» (1949 г.), Б. В. Болгарским — «Казанская школа математи-

<sup>48</sup> Из математиков действительными членами Академии педагогических наук СССР являются А. Н. Колмогоров и А. И. Маркушевич, членами-корреспондентами — В. Д. Белоусов, В. Г. Болтянский, И. С. Бровиков, И. Я. Верченко, С. И. Шварцбурд.