

Зато полезно ввести некоторые наглядные вещи, касающиеся выпуклых тел, многогранников, перемещений, симметрии, ввести затем, чтобы дать дополнительную пищу развитию воображения и расширению кругозора. Рассмотрение симметрии (фактически групп симметрии) правильных многогранников — прекрасное упражнение для развития наглядных представлений (вместе с тем понятие симметрии играет фундаментальную роль в новейших теориях физики).

Понятия, идущие из наглядной геометрии, вообще имеют в современной науке чрезвычайно большое значение, так что не надо думать, будто наглядное — это низшая, а не высшая математика.

Материал курса геометрии, как уже было сказано о доказательствах теорем, полезно разбить на три части: обязательный минимум, который надо знать, потом то, с чем ученики должны быть ознакомлены, и, наконец, дополнения, с которыми учащиеся могут быть ознакомлены. Курс должен заключать в себе возможность выбора в зависимости от тех или иных конкретных условий, таких, например, как уровень класса, склонности учителя и др.

Привести курс геометрии в достаточное соответствие со всеми изложенными в этой статье принципами представляется нелегким, тем более что существующий курс слишком нарушил эти принципы. Но всякая перестройка образования, как бы ни была она радикальна, не должна совершаться в порядке переворота. Переворот, лет десять назад совершенный в преподавании геометрии, немало навредил ей. Нужны не перевороты, а усовершенствования, совершаемые действительно, но постепенно (не считая хирургических операций отсечения тех отделов курса, которые признаны ненужными). Конкретно преломить и осуществить глубокие задачи курса с его мировоззренческим значением в гармонии наглядного и логического, добываясь при этом максимально возможной простоты и ясности, — все это достаточно трудно.

В заключение отметим, что изложенные принципы могут быть полностью отнесены к курсу геометрии ПТУ. В нем должна господствовать та же линия на развитие пространственных представлений и логического мышления в связи с реальными вещами. Разница может быть лишь в том, что наглядный материал больше увязывается с производством и техникой, а некоторый менее нужный материал и некоторые логические тонкости могут быть опущены.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ле Корбюзье Ш. Э. Ж. Градостроительство // В кн. *Ле Корбюзье. Архитектура XX века*. М.: Прогресс, 1977.
2. Манин Ю. И. Математика и физика. М.: Знание, 1979.
3. Ленин В. И. Полн. собр. соч. М.: Гос. изд. политич. лит., 1963. 5-е изд. Т. 29.
4. Ленин В. И. Полн. собр. соч. М.: Гос. изд. политич. лит., 1961. 5-е изд. Т. 23.

#### О состоянии школьной математики <sup>1)</sup>

При возрастающей роли математики в условиях научно-технического прогресса, при общем росте культуры и образовательного уровня советского общества реформа преподавания математики в средней школе стала лет 15–20 назад совершенно необходимой, требования к содержанию и характеру школьного курса математики существенно возросли. Соответственно в него были включены новые разделы и исключены некоторые устаревшие; особенно настоятельным было включение начал математического анализа, а также и векторной алгебры, составляющих важнейший элемент математического аппарата механики, физики и техники. Были также предприняты шаги к повышению общего уровня курса математики в смысле его логической строгости и введения некоторых общих математических понятий, как, например, понятие множества, пронизывающее, можно сказать, всю современную математику.

Однако в проведении реформы школьного математического образования были допущены серьезные, в некоторых отношениях вопиющие, недостатки. Намеченные изменения были произведены поспешно без достаточной подготовки и к тому же в чрезмерном объеме, с чрезмерными претензиями на более глубокое и строгое изложение. В результате программы оказались

<sup>1)</sup>Этот доклад был прочитан А. Д. Александровым на заседании Ученого совета Института математики Сибирского отделения АН СССР (ныне — Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН) 25 декабря 1980 г. Несколько десятков машинописных экземпляров было разослано по ведущим математическим учреждениям СССР вместе с резолюцией Ученого совета Института математики СО АН СССР, выразившей несогласие с основными положениями статьи Л. С. Понтрягина «О математике и качестве ее преподавания» (Коммунист. 1980. № 14. С. 99–112) и редакционного комментария журнала «Коммунист» к ней. Попытки публикации в печати не увенчались успехом. Подробнее см. с. 134 в книге «Академик Александр Данилович Александров. Воспоминания. Публикации. Материалы» (Ред. Г. М. Идлис, О. А. Ладыженская. М.: Наука, 2002) и статью С. С. Кутателадзе «Sic transit» в книге А. М. Абрамова «О положении с математическим образованием в средней школе (1978–2003)» (М.: Фазис, 2003. С. 63–72). — Прим. ред.

перегруженными, а стремления к общности, глубине и строгости в известной части не только не были реализованы в учебниках, но в некоторых случаях привели фактически к обратному результату: к серьезным ошибкам и к потере доказательности, к увлечению фразеологией, к отрыву от приложений.

Особенно это проявилось в курсе геометрии, который оказался приведенным в совершенно неудовлетворительное состояние, «был уничтожен», по выражению одного старого ленинградского учителя. Наиболее нетерпимо то, что в учебниках сообщаются по некоторым основным вопросам заведомо ложные сведения, и это из издания в издание в учебнике для IX–X классов до 6-го издания включительно!

Безответственность авторов дошла до того, что даже узнав о своих ошибках, они не потрудились их исправить!

Вообще новые учебники были введены без должной объективной проверки их содержания и результатов их применения в преподавании; при проверке в эксперименте желаемое порой принималось за действительное. Учебники не были достаточно широко прорецензированы; мнения и критические замечания ученых, работников педвузов и самих учителей не были должным образом приняты во внимание. Например, учебники по геометрии не были даны на рецензию ведущим геометрам, а критика со стороны преподавателей школ и педвузов не принималась во внимание — отбрасывалась.

Уже более двух лет назад на неудовлетворительное положение со школьными программами и учебниками по математике обратило внимание бюро Отделения математики АН СССР. То что положение неудовлетворительно было широко осознано; последовали, в частности, выступления в журнале «Математика в школе» ряда академиков.

В своей статье «О геометрии» [1] я изложил те принципы, на которых должно быть построено преподавание геометрии, те цели, которые оно должно преследовать, включая воспитание научного мировоззрения. Вместе с подробным изложением и разъяснением этих общих проблем на конкретном материале я предложил исключить из школьной программы по геометрии два раздела, без которых можно обойтись, и сделал целый ряд конкретных указаний на недостатки и ошибки действующих учебников.

Общая критика уже не нужна. Нужен конкретный анализ содержания начального курса математики, а главное, нужны реальные меры по исправлению существующего положения. Требуется именно направление — не голое отрицание сделанного и не новый переворот, не возврат к старому, а постепенное преобразование с сохранением положительного, с некоторой разгрузкой программ с проверкой реальных результатов.

Главной решающей мерой должно быть создание новых учебников свободных от недостатков — хотя бы только крайних недостатков — действующих учебников.

Однако попытки, сделанные в этом направлении, оказались не все удачными. Например, пробный учебник для VI класса «Геометрия 6» Л. С. Анатасяна, Э. Г. Позняка, допущенный Министерством Просвещения РСФСР, оказался хуже действующего учебника и в педагогическом отношении, и в смысле содержащихся в нем ошибок и нелепостей.

Этот пример должен насторожить и возбудить понимание того, что исправление положения с преподаванием математики в средней школе дело очень серьезное и нелегкое и что оно требует от тех, кто за него берется, полного сознания ответственности, прежде всего за то, чтобы в учебниках не было заведомо ложных сведений, нелепостей и серьезных ошибок. Только с безусловным устранением подобных вещей можно преодолевать другие недостатки.

#### ЗАМЕЧАНИЯ К СТАТЬЕ Л. С. ПОНТРЯГИНА

Обратясь теперь к самой статье Л. С. Понтрягина, можно из сказанного заключить, что в том, что он обращает внимание на довольно печальное состояние школьного математического образования, на недоброкачественность, а порой и неграмотность учебников, «на чрезмерно абстрактный характер», приданный преподаванию (хотя бы в некоторой его части), в этом нет уже ничего нового. Так же как нет нового в его требовании, «конкретности принимаемых мер» (с. 109). В той или иной степени, — с более резкими, или более мягкими оценками, — это признают теперь, можно сказать, все, включая добросовестных авторов действующих учебников.

Критика имела бы смысл, если бы она была более конкретной, а в общем виде она не нужна. (В статье есть два коротких конкретных замечания: об определениях вектора и функции, но замечание о векторе совсем не ново, а о функции, как мы покажем, ошибочно.)

Поэтому подлинный смысл и оригинальное содержание статьи Л. С. Понтрягина состоит в выражении в ней взгляда на «корень зла» и притом не только в школьном преподавании, но и в развитии самой математики. Этот корень зла представляет «высокоабстрактная теоретико-множественная концепция» (с. 105).

Л. С. Понтрягин пишет: «... в основу изложения авторы ныне действующих учебников положили теоретико-множественный подход, отличающийся повышенной степенью абстрактности и предполагающий определенную математическую культуру, которой школьники не обладают и не могут обладать».

«На определенном этапе развития математики высокоабстрактная теоретико-множественная концепция ввиду ее новизны стала модной, а увлечение ею — превалировать над конкретными исследованиями. Но теоретико-множественный подход — лишь удобный для математиков-профессионалов язык

научных исследований. Действительная же тенденция развития математики заключается в ее движении к конкретным задачам, к практике».

Разберем эти высказывания Л. С. Понтрягина с должным вниманием.

Он утверждает, что «теоретико-множественный подход — лишь удобный для математиков-профессионалов язык научных исследований». Это не совсем точно. На самом деле теоретико-множественный подход, если трактовать его как язык, — это прежде всего *язык определения подавляющего большинства понятий современной математики*. (Откройте классическую книгу Л. С. Понтрягина «Непрерывные группы»: она начинается определениями группы и топологического пространства как некоторых множеств; откройте книгу А. В. Погорелова о выпуклых поверхностях: она начинается с определения выпуклого тела, как множества точек такого, что... и т. д. и т. п.)

Однако Л. С. Понтрягин пишет (в первой цитированной фразе), что школьникам теоретико-множественный подход недоступен, так как предполагает «математическую культуру, которой школьники не обладают и не могут обладать».

Конечно, ни школьник, ни какой другой человек не обладает сам по себе ни математической, ни какой бы то ни было культурой, но он может, в той или иной степени ею овладеть; на то и направлено общее образование. Поэтому заявление, что школьники «и не могут обладать» известной математической культурой, выдвинутое без серьезного основания, противоречит самим целям образования, тем более, что речь идет не о каких-то сугубо специальных вещах, а о фундаментальном, и можно даже сказать, самом фундаментальном понятии современной математики.

Цель общего образования в отношении «теоретико-множественного подхода» должна состоять в том, чтобы приобщить к нему учащихся в соответствии с содержанием школьного курса, без тех излишеств и перегибов, которые допущены в действующих программах и учебниках.

Л. С. Понтрягин не возражает против употребления слова «множество». «Но — пишет он тут же, — в модернизированных учебниках и программах оно возведено в ранг научного термина, и это повлекло за собой уже серьезные последствия. Сразу же появились и такие понятия как „пересечения множеств“... и др.» (там же, с. 105).

Однако слово «множество» возведено в ранг научного термина не в новых школьных учебниках, а в математике (и при том уже 100 лет назад). Его можно заменить другими словами, но суть от этого не изменится. В геометрии невозможно не говорить о пересечениях фигур — например, плоскости с плоскостью, плоскости с шаром и т. п. Будем ли мы называть это пересечением множеств точек, как понимают фигуры в современной математике, или нет, суть от этого не изменится.

Но этого мало. Приведя слова Л. С. Понтрягина, что «теоретико-множественный подход — лишь удобный ... язык», мы заметили, что «это

не совсем точно», но разобрали пока не главную «неточность». Главная же неточность, а вернее ошибка Л. С. Понтрягина состоит здесь в том, что теоретико-множественный подход не есть только язык, как форма выражения, но представляет определенное содержание — общую установку математики.

Тремя страницами раньше Л. С. Понтрягин пишет, что «математика — в представлении горе-философов — вырождается в лингвистику» (с. 102), а тут сам же превращает фундаментальную содержательную установку и теорию математики в не более как «удобный язык».

С точки зрения содержания, теоретико-множественный подход, например, в геометрии в его исходной форме состоит в том, что геометрические фигуры рассматриваются как состоящие из точек, называют ли их множествами или совокупностями точек. В учебнике А. В. Погорелова, который прокламирует Л. С. Понтрягин, на первой странице говорится: «Всякую геометрическую фигуру мы представляем себе составленной из точек». Это и есть теоретико-множественная точка зрения, лишь прикрытая другим словоупотреблением. Если взять учебник А. П. Киселёва, то там фигура определяется совершенно иначе, в том духе, как она определялась до появления теоретико-множественного подхода (как состоящая из точек, линий, поверхностей и тел).

Таким образом, «зло» для школьных программ и учебников по математике никак не в самом теоретико-множественном подходе, а в тех крайностях, какие были допущены и все еще сохраняются в учебниках. Теоретико-множественный подход, взятый в его простой сути, без крайностей, вполне доступен для школьников и он должен быть преподаван в школе, так как составляет фундаментальную концепцию современной математики.

*Отстранение школьников от основ науки, коль скоро они могут быть им преподаны, противоречит основным принципам общего образования у нас в стране.*

Получилось, что Л. С. Понтрягин, справедливо возмущившись недоделками и недостатками в преподавании математики, хватил через край и выступил уже не против недостатков, а против самих принципов общего образования.

Но этим он не ограничился, заодно он написал и на самое математику. В цитированном выше отрывке из его статьи он утверждает, что «на определенном этапе развития математики высоко абстрактная теоретико-множественная концепция стала модной... Действительная же тенденция развития математики заключается в ее движении к конкретным задачам, к практике».

Однако движение к практике — это только одна сторона развития математики, неразрывно связанная с другой — с восхождением к высоко-абстрактным концепциям. «Мышление, восходя от конкретного к абстрактному,

не отходит — если оно правильное — от истины, а подходит к ней... Все научные (правильные, серьезные, не вздорные) абстракции отражают природу глубже, вернее, полнее... От живого содержания к абстрактному мышлению и от него к практике — таков диалектический путь построения истины, познания объективной реальности».

Эта характеристика пути познания, данная В.И. Лениным, полностью относится и к математике. Высоко абстрактная теоретико-множественная концепция дала основу для создания важнейших теорий современной математики, послуживших, в частности, математическим аппаратом для физики. Без этих теорий невозможна ни общая точная формулировка квантовой механики, ни ряда законов классической физики (сошлемся, например, на общее выражение потенциала системы зарядов как интеграла по функции множества).

Итак, мы видим, что Л.С. Понтрягин в двух фразах расправляется с важнейшими достижениями математики с их применениями в естествознании, третируя их как «модные», а заодно и с ленинским пониманием пути познания, оставив для математики движение к практике без восхождения к абстрактному.

После этого Л.С. Понтрягин обращается к критике термина «конгруэнтность» и определения вектора как «параллельного сдвига». При этом он приписывает их появление той же теоретико-множественной концепции, хотя на самом деле они появились в учебниках из-за желания навести строгость в понятиях и терминологии. (Правда, ничего хорошего из этого желания не вышло. Определение вектора вышло не только неудобоваримым и педагогически абсурдным, как его верно характеризует Л.С. Понтрягин, но и со строго научной точки зрения неудовлетворительным, так как сам по себе параллельный сдвиг — это не вектор (замечание для специалистов: коммутативная группа сдвигов не есть еще векторное пространство). Это очень характерный пример того, что делается в ныне действующих учебниках, когда из-за стремления к большей строгости усложняют изложение, теряют в ясности не достигая и строгости.)

После критики определения вектора Л.С. Понтрягин переходит к критике понятия функции и пишет, что в школе надо сказать так: «функция есть величина „игрек“, числовое значение которой можно найти, зная числовое значение независимой переменной „икс“,... и дать ряд примеров при помощи формул...». Трудность, однако, состоит в том, что согласно общему мнению, по крайней мере, материалистов — функция есть величина «игрек», значение которой может «соответствовать» значениям величины «икс» и независимо от того, можно найти эти значения или нет. Температура в данном месте является функцией времени и была таковой так же, скажем, в мезозое при динозаврах, совершенно независимо от того, можно найти ее значение или нет. Поэтому определение функции как «соответствия» (или

отображения), восходящее к Н.И. Лобачевскому, отвечает исходным позициям науки (равно — материализма), и замазывать это в школе популярным разговором о нахождении числовых значений не следует. Нужно излагать материалистическое понимание функции, и в смысле соответствия, и в смысле вычислимости, и в смысле задания формулами, только нужно делать это как можно проще, опираясь на реальные разнообразные примеры, которым нет числа, а не так, как это делается в нынешних учебниках и не так, как предлагает Л.С. Понтрягин.

Своим суждением Л.С. Понтрягин предпосылает своего рода философское обоснование, «предварительные замечания о самой математике» (с. 100). Он начинает их с пересказа известных суждений о математике, высказанных Ф. Энгельсом в «Анти Дюринге». Ф. Энгельс писал, что математика имеет своим предметом пространственные формы и количественные отношения действительного мира... Но для того, чтобы исследовать эти формы и отношения в чистом виде, нужно отвлечь их совершенно от их содержания... Таким образом Ф. Энгельс указывал, что чистая математика начинается с абстракции — с отвлечения реальных форм и отношений от их содержания; источник особой природы математики в этом и состоит. Однако Л.С. Понтрягин, пересказав Ф. Энгельса, утверждает через две страницы, вопреки Ф. Энгельсу, что «абстрактность математики — производное, следствие ее специфической природы».

Какая же эта «специфическая природа»? Что представляют собой те чистые формы и отношения, какими занимается математика? Л.С. Понтрягин тут же дает на это ответ: «„форма как таковая“ есть определенная содержательная предметная деятельность, состоящая в воспроизведении стороны предметов, явлений, процессов объективного мира» (с. 102). Так что, например, шарообразная форма Земли как таковая есть определенная содержательная предметная деятельность. Надо ли говорить, что «чистая форма», «форма как таковая» это не деятельность, а абстракция, выработанная на почве практической деятельности, в которой люди сравнивали вещи по их форме и придавали предметам определенную форму. Но Л.С. Понтрягин — против абстракции.

Общая суть и пафос его статьи и состоит в выступлении против теоретико-множественной концепции, а заодно и вообще против абстракции как исходного и основного момента в математике. Поэтому упредив свои суждения пересказом Ф. Энгельса, он, вопреки Энгельсу, объявляет абстрактность математики «следствием ее специфической природы», о которой, однако, он ничего сказать не может (кроме бессмыслицы о форме как таковой). Затем, вопреки бесспорной истине и известному фундаментальному суждению В.И. Ленина о пути познания, Л.С. Понтрягин исключает восхождение к абстрактному из действительной тенденции развития математики. В этих философских рамках он третирует теоретико-множественную концепцию как

«модную», как «лишь удобный язык» профессионалов, вопреки ее основной роли в современной математике, с ее важнейшими приложениями в точном естествознании с этих же позиций Л. С. Понтрягин критикует преподавание математики в школе за теоретико-множественный подход вообще, так что его критика оказалась односторонней и в существенной части неверной.

Впрочем, Л. С. Понтрягин не ограничился критикой, а предложил свое изложение части школьного курса, выпустив книжку «Математический анализ для школьников». На ее первой странице допущена грубейшая ошибка (функция, имеющая постоянное значение, не считается функцией), а вся книжка в целом не лишена формализма, хотя и без теоретико-множественного подхода.

Такой же формализм можно видеть в другой книжке Л. С. Понтрягина, посвященной математическому анализу, из его «серии небольших популярных книг» — «Знакомство с высшей математикой» [2, с. 4]. Зато в предисловии выражена надежда, что книжка может послужить... противоядием при «отравлении» теорией множеств; уверяет, что теоретико-множественная идеология (или концепция) «не имеет ничего общего с научно-техническим прогрессом», а только «приводит, например, к таким уродствам, как замена термина „равенство“ геометрических фигур термином „конгруэнтность“...» [2, с. 6]<sup>2)</sup>.

Это производимое Л. С. Понтрягиным сопоставление научно-технического прогресса с заменой терминов могло бы вызвать только ироническую усмешку или веселый смех, если бы за ним не стояли слишком важные вещи. Как уже было подчеркнuto, теоретико-множественная идеология служит понятным фундаментом и каркасом большей части современной математики, включая математическую физику, теорию функций и функциональный анализ, теорию вероятности, современную алгебру и геометрию, она входит и в теоретические вопросы вычислительной математики. Поэтому сказать, что теория множеств как общая идеология математики «не имеет ничего общего с научно-техническим прогрессом», значит сказать, что с ним не имеет ничего общего вся математика (кроме некоторых оторванных от нее частей). А это, понятно, совершенный вздор, чепуха. С таким же примерно успехом можно говорить, что каркас здания и фундамент машинного цеха не имеют ничего общего с производством.

Так раскрывается объективная суть выступления Л. С. Понтрягина в его статье: отталкиваясь от недостатков школьного преподавания, при всех его оговорках, он выступает против понятий основы математики и тем самым против самой математики и как науки, и как предмета преподавания с его основаниями.

В послесловии говорится: «Некритическое усвоение зарубежных достижений на относительно новых ветвях математики, гипертрофирование общена-

<sup>2)</sup>Заметим, что Л. С. Понтрягин употребляет термин «константа» вместо «постоянная».

учного значения этих достижений стали приводить к неверной оценке значения многих результатов математических исследований, в ряде случаев к идеалистической трактовке сущности предмета данной науки, к абсолютизированию абстрактных построений, умалению гносеологической роли практики. Излишнее увлечение абстракциями теоретико-множественного подхода стало неверно ориентировать творческие интересы студенческой и научной молодежи».

Однако это общее суждение об отрицательных явлениях в развитии советской математики не следует из того, что написал Л. С. Понтрягин, и не подкреплено никакими конкретными фактами, хотя здесь, в частности, говорится о «неверной оценке *многих* результатов», о неверной ориентации студентов и научной молодежи вообще. Такое общее заявление, не подкрепленное фактами, как раз являет пример «абсолютизированных абстрактных построений», однако в вопросе совсем не абстрактном. Это заявление создает впечатление некоторого общего неблагополучия в советской математике. Но едва ли следует создавать подобные впечатления относительно какой бы то ни было области нашей действительности, не предъявив ни одного доказательства. Можно и нужно вскрывать любые и всяческие недостатки, где бы они ни обнаружилились, но это надо делать конкретно и доказательно.

Рассмотрим, например, важнейший вопрос — о научной ориентации молодежи. Говорится о ее «излишнем увлечении абстракциями». Но, что излишество вредно, — это ходячая житейская мудрость. Серьезный же вопрос — в том, что считать в данном случае излишеством, и вопрос этот требует серьезного конкретного рассмотрения. Опыт показывает, что молодые люди чаще начинают свой путь в математике с более абстрактных, чисто математических проблем. Обострив и развив на их решении свои способности они вместе с расширением кругозора и научной зрелостью обращаются также к приложениям. Таков творческий путь таких наших математиков, как М. В. Келдыш, М. А. Лаврентьев, А. Н. Колмогоров, Л. С. Понтрягин, Б. Н. Делоне, Л. В. Канторович, А. В. Погорелов и т. д. Почему же нельзя брать с них пример?

В пределах, доступных нашему наблюдению, — в частности, в Институте математики СО АН, в Новосибирском и других университетах Сибири, никакого излишнего увлечения абстракциями теоретико-множественного подхода, неверно ориентирующего творческие интересы научной молодежи и студенчества, не наблюдается. Направления интересов разнообразны и если говорить о недостатках, о менее перспективных направлениях, то они совершенно необязательно связаны именно с абстракциями теоретико-множественного подхода.

Обратимся еще к вопросу о предмете математики; говорится о его «идеалистической трактовке». Но вопрос не так прост и требует конкретного рассмотрения хотя бы одного примера. Такой пример мы уже видели —

это определение функции по Л. С. Понтрягину: «функция есть величина „игрек“, числовое значение которой можно найти, зная числовое значение независимой переменной „икс“...». Мы уже указали на то, что тут исключено объективное понимание функции как соответствия, существующего независимо от наших возможностей что-то найти или вычислить. Коротко говоря, по Л. С. Понтрягину, «функция — это то, что вычисляется». Поэтому «величина — это то, что измеряется», ибо нужно выразить «икс» числом. Но чтобы измерить надо наблюдать, поэтому «физическое явление — это то, что наблюдается, воспринимается»... и мы «приехали» к берклианству. Что, как говорится, и требовалось доказать: определение функции, выдвигаемое Л. С. Понтрягиным, если взять его не как момент в общем понятии функции, оказывается идеалистическим в духе берклианства.

Как не вспомнить здесь глубочайшее замечание В. И. Ленина о гносеологических корнях идеализма: одностороннее, преувеличенное развитие одной стороны, одной черточки познания... Так и тут — преувеличив «сторону» вычисляемости в понятии функции, «скатываемся» к идеализму.

Мы не имеем в виду заниматься здесь такой глупостью, чтобы «пришивать» Л. С. Понтрягину идеализм. Но мы хотим на данном простом примере обратить самое серьезное внимание на то, что судить о материализме и идеализме в вопросах, касающихся предмета математики и сущности ее понятий, не так-то просто. Поэтому тем более неуместны общие заявления о совершаемой кем-то «идеалистической трактовке сущности предмета данной науки». Нужен конкретный анализ конкретных фактов. Ведь сколько было случаев когда ложно «разоблачали» «идеализм» в теории относительности, в квантовой механике, в космологии, в кибернетике, в теории резонанса...

Разумеется, не следует абсолютизировать абстрактные построения, как не следует ничего абсолютизировать. Но для математики характерно восхождение ко все более высоким абстракциям. При этом высоко абстрактные построения, охватывающие обширные области знания, проливающие свет на фундаментальные проблемы, оказываются несравненно более содержательными и значительными, чем иные конкретные, но узкие исследования.

Геометрия Лобачевского представлялась большинству современных ему математиков абстрактным вывертом, и за всю долгую историю не получила заметных практических приложений. Но она преобразовала общий взгляд на геометрию и тем самым оказала глубочайшее влияние на развитие науки вплоть до теории относительности. Такова возможная роль абстрактных построений, когда они касаются фундаментальных проблем науки.

Нападки на высокоабстрактные фундаментальные концепции математики, если бы они возымели действие, могли бы исказить и затормозить ее развитие. В ближайшее время это могло бы и не сказаться вне самих математических теорий, но со временем наверняка отразилось бы и на практиче-

ских результатах. Но математика имеет слишком большое значение, чтобы можно было допустить подобный ход событий, не опасаясь самых серьезных последствий, не опасаясь нанести стратегический урок движению нашего общества.

Как во всяком серьезном деле нужна ответственность, так она необходима в обсуждении вопросов науки, в развитии науки, в постановке ее преподавания нужно внутреннее сознание полной ответственности за истину, за науку. Но именно этой полной ответственности и не хватает, ни в обсуждении вопросов науки, ни в постановке ее преподавания. Особенно высокой ответственности требуют учебники, потому что они призваны приобщить десятки миллионов молодежи к началам науки, к истине, десятки миллионов, которые должны принять учебник как высший, непререкаемый авторитет.

Между тем в учебнике по геометрии для 9–10 классов враки, нелепости и путаницы сохраняются до 6-го издания, 1980 г. включительно, хотя авторы знают о части своих заблуждений и при малейшем желании могли бы знать их все<sup>3)</sup>. Но им нет до этого дела! Редактор и один из авторов учебника З. А. Скопец преподает в Ярославском педвузе; время от времени он, наверное, ставит студентам двойки и их снимают со стипендии. А что он получает за свои враки в учебнике?

Академик А. Н. Тихонов сообщил в журнале «Коммунист», как о совершенном под его руководством «положительном шаге», о появлении учебника «Геометрия 6» Атанасяна и Позняка, учебника, полного ошибок и нелепостей.

Речь идет не о теоретико-множественном подходе, не о каких-то особых абстракциях и премудростях, а о самых простых вещах, как грубые ошибки в русском языке в «Геометрии 6» или нелепое определение многогранника в учебнике для 9–10 классов. Не абстракции в математике, а абстрагирование от ответственности, абстрагирование от добросовестности — вот, в конечном счете, корень ошибок и нелепостей как в школьном преподавании, так и в публичных суждениях о математике.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А. Д. О геометрии // Математика в школе. 1980. № 3. С. 56–62<sup>4)</sup>.
2. Понтрягин Л. С. Знакомство с высшей математикой. Анализ бесконечно малых. М.: Наука, 1980.

<sup>3)</sup> Я писал З. А. Скопцу летом 1979 г.

<sup>4)</sup> Эта статья доступна также на с. 296–308 данного тома. — Прим. ред.