

# Übung: Schulmathematik 3

## (Angewandte Mathematik)

STEFAN GÖTZ, WALTRAUD HUYER UND ANDREAS ULOVEC  
SS 2015

*Blatt 2*

9. *Modellierung eines Rundfasses 1.* Gegeben sei die Parabel  $y = 3 - 0,25x^2$ . Durch Rotation der Fläche zwischen Parabel und  $x$ -Achse im Intervall  $[-2; 2]$  entsteht ein (Rund-)Fass. Berechnen Sie sein Volumen!

Vergleichen Sie das erhaltene Volumen mit dem, das Sie

- (a) mit der Visiermethode,
- (b) durch den „mittleren“ Zylinder,
- (c) mit Hilfe eines Doppelkegelstumpfes,
- (d) mit einer Kombination Zylinder-Kegelstumpf

bekommen!

10. *Modellierung eines Rundfasses 2.* Ein 350 Liter fassendes gebrauchtes Weinbrandfass aus französischem Allier-Eichenholz hat eine Höhe von  $103\text{ cm}$ , einen Durchmesser am Kopf von  $67\text{ cm}$  und Durchmesser am Bauch von  $83\text{ cm}$ <sup>1</sup>. Finden Sie eine Funktion  $f$ , deren Graph bei Rotation um die  $x$ -Achse das gegebene Rundfass möglichst gut approximiert. Verwenden Sie dazu

- (a) eine Parabel,
- (b) eine Ellipse,
- (c) einen Kreis,
- (d) die  $\cos$ -Funktion!

Erwartungsgemäß werden die angeführten Außenmaße keine befriedigenden Resultate liefern. Versuchen Sie berechnete Annahmen zu treffen, die die Berechnung entsprechender Innenmaße zulassen! Wie verändert sich dann das ermittelte Volumen?

---

<sup>1</sup>vgl. [http://www.weinfassversand.de/Gebrauchte\\_Fassdekorationen/Stehtische\\_aus\\_neuen\\_und\\_gebra/stehtische\\_aus\\_neuen\\_und\\_gebra.html](http://www.weinfassversand.de/Gebrauchte_Fassdekorationen/Stehtische_aus_neuen_und_gebra/stehtische_aus_neuen_und_gebra.html), 16.3.2015

11. *Bewegungsaufgabe 1.* Der Donauradweg von Krems nach Wien führt entlang des Südufers und hat eine Länge von  $80\text{ km}$ . Andreas startet um 9 Uhr mit dem Fahrrad in Krems und fährt mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von  $18\text{ km/h}$  auf dem Radweg in Richtung Wien. Stefan bricht eine Stunde später in Wien auf und fährt mit dem Fahrrad mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von  $22\text{ km/h}$  auf dem Radweg Richtung Krems.

- (a) Um wie viel Uhr treffen die beiden einander?
- (b) Wie viel Kilometer ist der Treffpunkt von Krems bzw. Wien entfernt?
- (c) Wie viele Kilometer sind die beiden um 11 Uhr voneinander entfernt?

Ermitteln Sie die Lösung(en) graphisch und rechnerisch!

12. *Bewegungsaufgabe 2.* Frau Süß-Stepancik fährt mit ihrem Motorboot von Linz aus donauaufwärts mit einer mittleren Geschwindigkeit von  $18\text{ km/h}$  und donauabwärts mit  $32\text{ km/h}$ .

- (a) Wie groß sind die Eigengeschwindigkeit des Bootes und die Fließgeschwindigkeit der Donau in diesem Abschnitt?
- (b) Frau Süß-Stepancik fährt von Linz aus stromaufwärts. Nach wie vielen Kilometern muss sie umdrehen, wenn sie nach einer Stunde wieder nach Linz zurückkehren möchte?
- (c) Frau Süß-Stepancik fährt von Linz aus stromabwärts. Nach wie vielen Minuten muss sie umkehren, wenn sie nach einer Stunde wieder in Linz sein will?

Welches mathematische Modell liegt allen drei Fragestellungen zugrunde?

13. *Eine Beispielaufgabe zu den Bildungsstandards: Wandertag<sup>2</sup>.*

Die Klasse will am Wandertag mit dem Bus zu einem Schloss fahren. Sandra und Lukas haben bei zwei Reisebüros nachgefragt und folgende Auskünfte erhalten:

- Tarif 180/2: Für den Bus wird eine Tagesgebühr von € 180,- verlangt; zusätzlich kostet jeder gefahrene Kilometer noch € 2,-.
- Tarif 120/3: Für den Bus wird eine Tagesgebühr von € 120,- verlangt; zusätzlich kostet jeder gefahrene Kilometer noch € 3,-.

[...]

Bei welchen Fahrtstrecken ist welcher Tarif günstiger? Warum ist dies so?

---

<sup>2</sup><http://www.uni-klu.ac.at/idm/downloads/Standardkonzept.Version.4-07.pdf>, S. 65, 16.3.2015

14. *Zinsen*. Peter Minuit [...] (1594 (?)-1638) was a Walloon from Wesel, in present-day North Rhine-Westphalia, Germany, [...] He was Director of the Dutch colony of New Netherland from 1626 until 1631, and founded the Swedish colony of New Sweden in 1638. [...] Minuit is credited with purchasing the island of Manhattan from the native Americans in exchange for traded goods valued at 60 guilders. [...] In 1846, New York historian John Romeyn Brodhead converted the figure of Fl 60 (or 60 guilders) to US\$23. “[A] variable-rate myth being a contradiction in terms, the purchase price remains forever frozen at twenty-four dollars,” as Edwin G. Burrows and Mike Wallace remarked in their history of New York (Abbildung 4)<sup>3</sup>.



Abbildung 4: Der Verkauf der Insel Manhattan

- (a) Auf wie viel Dollar hätten die Nachkommen der Indianer ihr Vermögen im Jahre 2015 (theoretisch) vermehrt, wenn sie einfache Verzinsung mit einem jährlichen Zinssatz von 5% vereinbart hätten und der Kauf am 24. Mai 1626 zu einem Preis von US\$24 abgewickelt worden wäre?
- (b) Auf wie viel Dollar wäre ihr Vermögen angestiegen, wenn die Zinsen jährlich mitverzinst worden wäre?
- (c) Wie (b) für halbjährliche Verzinsung.
- (d) Was passiert, wenn die Verzinsungsperioden immer kürzer werden?

Warum sind diese Aufgaben *nicht* realitätsnahe?

---

<sup>3</sup>[http://en.wikipedia.org/wiki/Peter\\_Minuit](http://en.wikipedia.org/wiki/Peter_Minuit), 16.3.2015

15. *Aufwölbung von Seen.* Aufgrund der „Kugelgestalt“ der Erde sind die Oberflächen von Seen (und erst recht der Meere) gekrümmt. Sie haben eine sogenannte „Aufwölbung“  $h$  (Abbildung 5). Wie könnte man diese Aufwölbung (näherungsweise) bestimmen? Berechnen Sie die Aufwölbung für den Os-

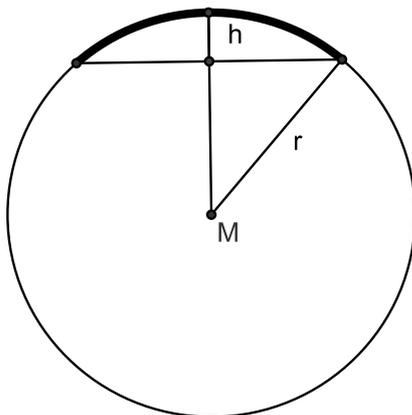


Abbildung 5: Zur Aufwölbung der Seen auf der Erde

siacher See, das Mittelmeer und den Atlantischen Ozean!

16. *Die Aussicht von Berggipfeln.* Um die (theoretische) Sichtweite von Berggipfeln oder Aussichtstürmen zu berechnen, kann man mit Hilfe von Abbildung 6 eine Näherungsformel aufstellen. Finden Sie diese!

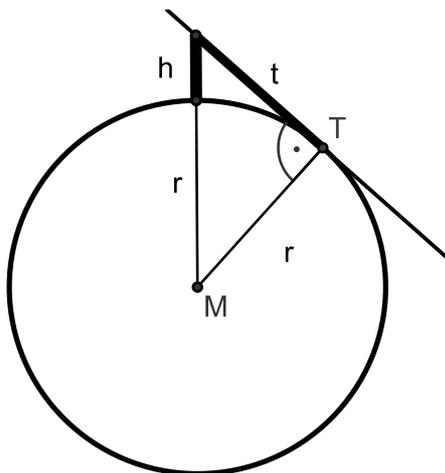


Abbildung 6: Zur Aussicht von Berggipfeln

Berechnen Sie die theoretische Sichtweite von der Spitze des Stephansturms (Südturm), vom höchsten Punkt des Burj Khalifa in Dubai (Abbildung 7), vom Gipfel des Großglockners und vom Gipfel des Mount Everest!



Abbildung 7: Der Burj Khalifa in Dubai

17. *Mensch im Regen.* Behandeln Sie den dritten Fall des eben genannten Problems aus der Vorlesung: der Regen kommt schräg von hinten (Winkel  $\alpha$  zum Lot).

*Hinweis:* Treffen Sie in Abhängigkeit vom Verhältnis der Gehgeschwindigkeit  $v$  zur Regenfallgeschwindigkeit  $c$  eine Fallunterscheidung!