Name: ____________________________________

Übungen zu „Lineare Algebra und Geometrie 1“

2. Test, 10. 6. 2011

1) Bestimmen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ist A diagonalisierbar? Wenn ja, bestimmen Sie eine Diagonalmatrix D und eine Transformationsmatrix T so, dass $T^{-1}AT = D$. (6 Punkte)
Hinweis: Die Bestimmung der Eigenwerte ist am einfachsten, wenn man einen gemeinsamen Faktor aus dem charakteristischen Polynom heraushebt (und nicht gleich alles ausmultipliziert); ansonsten muss man eine Nullstelle des charakteristischen Polynoms erraten (alle Eigenwerte sind ganzzahlig und „klein“).

2) Gegeben sei die Ebene $x - y + z = 0$ im $\mathbb{R}^3$ mit Normalvektor $n = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Stellen Sie die Matrix auf, welche die Spiegelung an der Ebene in Standardkoordinaten beschreibt, und bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren (Basen der Eigenräume) dieser Matrix. (6 Punkte)
Hinweis: Auch wenn man nicht weiß, wie man zur Spiegelungsmatrix kommt, kann man die Eigenwerte und Eigenvektoren einer Spiegelung aus geometrischen Überlegungen „erraten“!