Name: ________________________________

Übungen zu „Lineare Algebra und Geometrie 1“

1. Test, 2. Ersatztermin, 11. 5. 2011

1) Es sei $V = \mathscr{P}_1(\mathbb{R}) \times \mathscr{P}_1(\mathbb{R})$ (**Fehler in der alten Angabe** – da stand $\mathscr{P}_2(\mathbb{R})$), versehen mit der Basis
$$\mathscr{B} = \{(1,0),(t,0),(0,1),(0,t)\}.$$
Sei $T : V \to V,\ (p(t), q(t)) \mapsto (p(2t+1), q'(t))$. Bestimmen Sie die Matrix zu T bezüglich der Basis $\mathscr{B}$, d.h. $[T]_{\mathscr{B}\leftarrow\mathscr{B}}$. Ist die Abbildung invertierbar? (4 Punkte)

2) Bestimmen Sie die orthogonale Projektion $P : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ auf die Ebene $2x_1 - x_2 + x_3 = 0$ (Formel für Px für $x \in \mathbb{R}^3$ oder Matrixdarstellung von P). (4 Punkte)

3) Bestimmen Sie $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ so, dass
$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{2}{3} & a \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & b & \frac{1}{3\sqrt{2}} \\ c & \frac{1}{3} & d \end{pmatrix}$$
orthogonal ist. (4 Punkte)
Hinweis: Die Lösung ist eindeutig!